Palmira Pečiuliauskienė

Fizika



Išplėstinis kursas

11

Pirmoji knyga

ŠVIESA

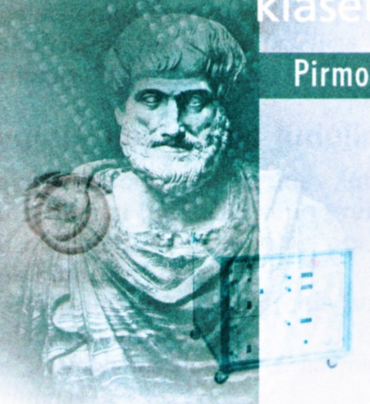
Palmira Pečiuliauskienė

Fizika

Išplėstinis kursas

Vadovėlis klasei XI

Pirmoji knyga



ŠVIESA KAUNAS

UDK 53(075.3)
Pe23

Redaktorė ZITA ŠLIAVAITĖ

Dailininkė VYTAUTĖ ZOVIENĖ

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerijos rekomenduota 2008 03 18, Nr. 25

Vadovėlis atitinka kalbos taisyklingumo reikalavimus

Pirmasis leidimas 2008

ISBN 978-5-430-05030-6

Turinys

Mielieji mokiniai!

Šis vadovėlis skiriamas tiems, kurie pasirinko išplėstinį fizikos kursą. Vadovėlį sudaro dvi knygos. Teorinė mokomoji medžiaga jose suskirstyta į tris dalis: „Mechaniką“, „Šiluminius reiškinius“ ir „Elektrą“. Kiekviena jų dar skirstoma į skyrius (iš viso jų yra keturiolika), šie savo ruožtu – į temas, o temos – į potemius.

Kiekvienas vadovėlio skyrius pradedamas trumpa jo anotacija ir baigiamas apibendrinimu, t. y. santrauka, kurioje pateikiamos svarbiausios sąvokos, dėsniai, schemos, palyginamosios lentelės, formulės. Ji padės rengiantis savarankiškam ar kontroliniam darbui, taip pat fizikos egzaminui.

Temų pradžioje išvardijamos pagrindinės fizikos sąvokos, kurias turite mokėti išėję temą, toliau potemiais dėstoma nauja mokomoji medžiaga. Potemių pavadinimai yra tarsi savotiškas struktūrinis temos planas. Temų pabaigoje pateikiama klausimų ir užduočių, padedančių įtvirtinti mokomąją medžiagą.

Paskutinė kiekvieno skyriaus tema yra pažintinė ir neprivaloma. Joje pateikta informacija papildo skyriaus medžiagą, susieja ją su praktine patirtimi, artimiausioje aplinkoje vykstančiais reiškiniais, mokslo ir technikos pažanga, praktinėje veikloje kylančiomis ekologinėmis problemomis.

Pagrindinės sąvokos, apibrėžimai ir dėsniai, kuriuos reikia išmokti, vadovėlyje išspausdinti pastorintu pasviru šriftu. Jų nereikia mokytis formuluoti pažodžiui, bet galima aiškinti savais žodžiais. Svarbu perteikti esmę, jos neiškraipyti. Svarbiausios formulės ir matematinės dėsnių išraiškos vadovėlyje išskirtos spalviniu fonu.

Sunkesnės temos papildytos skyreliais „Mokomės spręsti uždavinius“. Remdamiesi juose pateiktais uždavinių sprendimo pavyzdžiais, galėsite sėkmingai atlikti tų skyrelių pabaigoje esančias užduotis savarankiškam darbui. Jų atsakymai pateikti šalia mažesniu šriftu.

Vadovėlyje gausu įvairių iliustracijų: piešinių, nuotraukų, schemų, grafikų. Jos papildo tekstinę medžiagą ir padeda lengviau perprasti nagrinėjamą temą.

Įsidėmėję šiuos vadovėlio struktūros ir mokomosios medžiagos pateikimo ypatumus, galėsite lengviau naudotis vadovėliu ir geriau perprasite mokomąją medžiagą.

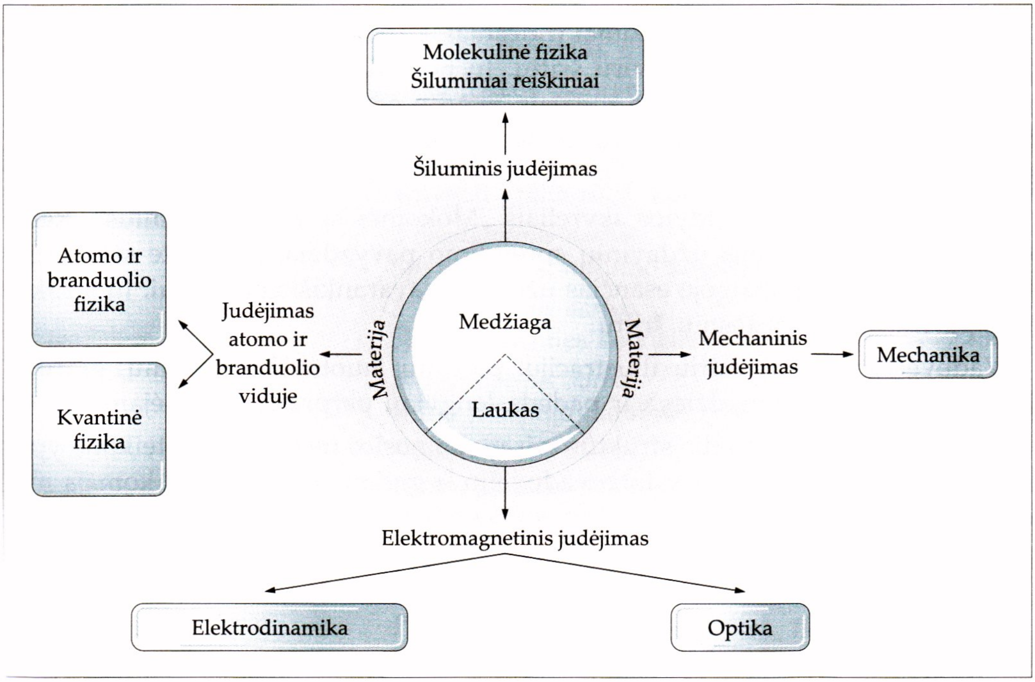
Sėkmingo darbo!

Metodologiniai fizikos klausimai

Fizikos tyrimo objektas

Mus supantis pasaulis labai įvairus ir skirtingas: žvaigždės, planetos, molekulės, atomai, gyvieji organizmai. Jis yra materialus, t. y. sudarytas iš materijos (lot. *materia* – medžiaga). Materija nuolat kinta. Tiek Visatoje (makropasaulyje), tiek atomuose (mikropasaulyje) vyksta tam tikri procesai: juda dangaus kūnai, Saulės atmosferoje formuojasi protuberántai, kinta Žemės atmosferos slėgis, temperatūra, vyksta cheminės reakcijos, gimsta ir žūva gyvieji organizmai. Materijos kitimus vadiname ***gamtõs reiškiniaĩs***. Fizika tiria bendriausius gamtos reiškinių dėsningumus, mėgina atsakyti į klausimus, kas yra materija, energija, laikas, erdvė, Visata. Taigi ***fizika – mokslas apie bendriausius, pagrindinius dėsningumus, apibūdinančius materialaus pasaulio sandarą ir evoliuciją***. Žemesnėse klasėse per gamtos dalykų pamokas

1 pav.



sužinojote, kad materiją bei jos kitimus nagrinėja šie mokslai: fizika, chemija, biologija ir fizinė geografija. Fizika tiria negyvąją materiją, todėl ji dar vadinama mokslu apie negyvąją gamtą.

Gamtoje egzistuoja dviejų rūšių materija: medžiaga ir laukas. Medžiagą žmogus suvokia jutimo organais – gali matyti, paliesti ir pan. Pavyzdžiui, matome stalą, kėdę, lentą, akmenį, vabalą, tačiau nejuntame elektrinio ir magnetinio lauko. Fizika nagrinėja abi materijos rūšis – medžiagą ir lauką (1 pav.). Pagrindinė materijos savybė yra judėjimas. Fizika gvildena materijos kitimus: mechaninį, šiluminį, elektromagnetinį judėjimą, taip pat judėjimą atomo viduje (žr. 1 pav.).

Mechaninį judėjimą nagrinėjanti fizikos mokslo šaka vadinama mechanika, šiluminį – šilumine (molekuline) fizika, elektromagnetinį – elektrodinamika ir optika, judėjimą atomo viduje – atomo ir branduolio fizika. Mokantis fizikos, svarbu ieškoti sąsajų tarp atskirų šio mokslo šakų. Tai padeda įprasminti fizikos žinias, formuotis mokėjimui įgytas žinias taikyti praktikoje, mus supantį pasaulį suvokti kaip vieningą visumą.

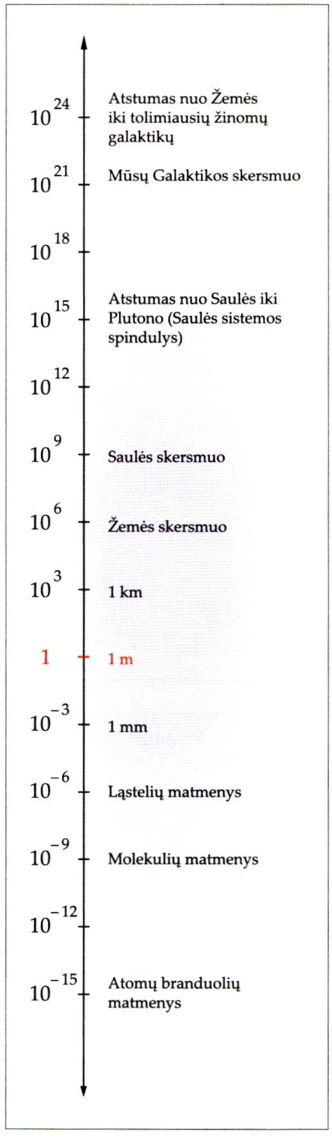
Fizikos mokslo tyrinėjama materialaus pasaulio dalis yra nepaprastai plati. Viena vertus, fizika tiria mikropasaulį: atomo, atomo branduolio sandarą, elementariųjų dalelių prigimtį. Antra vertus, ją domina Visatos sandara ir planetų judėjimas. Fizikos tyrimo objektą išmatavus pagrindiniu SI sistemos ilgio vienetu – metru, paaiškėja, kad mažiausių fizikos tiriamų kūnų matmenys siekia vos 10^{-15} m (tokio dydžio yra atomų branduoliai), tuo tarpu atstumas nuo Žemės iki tolimiausių galaktikų yra didesnis nei 10^{24} m (2 pav.).

Fizikai rūpi ne tik labai mažų ir didelių atstumų, bet ir didelių energijų bei greičių pasauliai, kuriuose galioja kiti dėsningumai nei mūsų stebimoje aplinkoje.

Žmogaus pojūčiai – informacijos apie supantį pasaulį šaltinis

Žmogaus jutimo organai teikia informaciją apie jį supančią aplinką, taip pat užtikrina tam tikrą žmogaus adaptacijos lygmenį joje. Tačiau šiuo būdu žmogus gauna tik menką dalelę visos informacijos. Dėl to jo pažinimo galimybės, kurias lemia pojūčiai, yra ribotos.

2 pav.



Žmogaus uoslė skiria tik keleto rūšių dujų arba jų mišinių kvapus, skonio receptoriai jautrūs taip pat nedaugeliui cheminių junginių ir medžiagų. Lytėdamas žmogus gali justi tik siauro intervalo temperatūrų skirtumus. Jis girdi ne visus gamtoje egzistuojančius garsus, o tik tuos, kurių dažnis yra nuo 16 Hz iki 20 kHz.

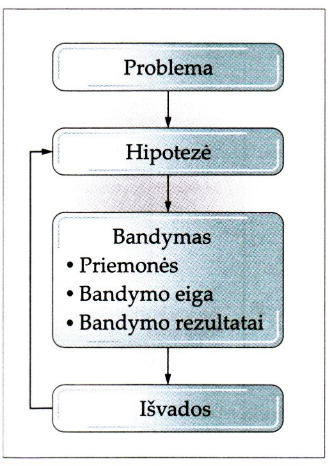
Daugiausia informacijos apie supančią aplinką žmogus gauna regėjimo organais, tačiau ir akies galimybės yra ribotos – ji pajėgia išskirti signalus, kurie kartojasi ne dažniau nei kas 0,05 s, suvokia elektromagnetines bangas, kurių ilgio diapazonas yra tik nuo 380 nm iki 760 nm, skiria objektus, kurių matmenys apytiksliai lygūs vienam mikrometrui.

Informacija, kurią žmogus gauna jutimo organais, sudaro buitinę jo patirtį. Tačiau vien jos nepakanka, norint suvokti procesus, vykstančius platesnėje erdvėje nei artimiausia aplinka. Nuolatinis prieštaravimas tarp mažo informacijos srauto, kurį teikia pojūčiai, ir milžiniškos informacijos, glūdinčios žmogų supančiame pasaulyje, sudarė prielaidas tobulinti pažinimo procesą. Naudodamas įvairius prietaisus bei įrenginius, žmogus praplėtė savo pažinimo ribas, įgijo daugiau žinių apie aplinką.

Fizikos tyrimo metodai

Paprasčiausias fizikos tyrimo metodas yra ***stebė́jimas***. Jį taikant, reiškiniai nagrinėjami natūralioje, juos supančioje aplinkoje. Tačiau vien stebėjimo nepakanka. Tarkime, kad mums nežinomi laisvojo kūnų kritimo dėsniai. Norėdami juos nustatyti, turime stebėti laisvąjį kūnų kritimą. Akivaizdu, kad milijonai žmonių, gyvenusių iki Galileo Galilėjaus (*Galileo Galilei*), stebėjo šį judėjimą, tačiau niekas neaptiko bendrų jo dėsningumų ir nesuformulavo hipotezės, kad Žemė visiems laisvai krintantiems kūnams suteikia tą patį pagreitį.

3 pav.



Iškeltas hipotezes reikia patikrinti. Tam tikslui taikomas sudėtingesnis tyrimo metodas – ***fizikìnis eksperimeñtas*** (lot. *experimentum* – mėginimas, bandymas), arba eksperimentinis metodas. Su pagrindiniais jo etapais susipažinote mokydamiesi fizikos pradmenų. Fizikinio eksperimento eiga turi atitikti bendrojo

eksperimentinio metodo eigą. Svarbiausi šio metodo etapai yra tyrimo problemos formulavimas, hipotezės iškėlimas, bandymo atlikimas, bandymo rezultatų įvertinimas, išvadų formulavimas, išvadų palyginimas su hipoteze (3 pav.).

Fizikinis eksperimentas grindžiamas stebėjimu, tačiau nuo jo iš esmės skiriasi. Stebint dažnai fiksuojama tai, kas ne visuomet atspindi tikrąją reiškinio esmę. Pavyzdžiui, dar iki Galilėjaus[1] žmonės pastebėjo, kad sunkūs daiktai krinta greičiau nei lengvi, tačiau niekas nebandė aiškintis, ar iš tikro taip yra.

Atliekant bandymą (eksperimentą), ne tik sukeliamas nagrinėjamas reiškinys, bet ir tiriama jo priklausomybė nuo kitų aplinkos veiksnių. Tyrėjas stengiasi atskleisti reiškinio esmę, panaikinti aplinkos veiksnių poveikį tam reiškiniui. Pavyzdžiui, norėdamas atskleisti laisvojo kritimo esmę, Galilėjus eksperimentavo su skirtingos masės, tačiau vienodų matmenų kūnais. Fizikinis eksperimentas nesibaigia bandymu. Gautus rezultatus reikia teoriškai pagrįsti, palyginti su numatytais tyrimo hipotezėje. Stebėjimas ir eksperimentas yra ne vieninteliai fizikos tyrimo metodai. Teorinėje fizikoje taikomas teorinis metodas.

Fizikos dėsniai ir teorijos

Analizuojant eksperimento rezultatus, išsiaiškinama, ar tirti dydžiai kito, ar buvo pastovūs. Klasifikuojant ir lyginant rezultatus, nustatomi bendrieji nagrinėjamų reiškinių dėsningumai. Jais remiantis, formuluojami fizikos dėsniai. ***Fìzikos désnis*** – gamtoje pasireiškiančių bendrųjų dėsningumų, kurie atsiskleidžia tam tikromis sąlygomis atliekant eksperimentą, aprašymas. Fizikos moksle dydžiai yra matuojami. Fizikinių dydžių ryšius galima nusakyti matematinėmis tų dydžių priklausomybėmis – formulėmis.

Fizikos dėsniai reikšmingi tuo, kad leidžia paaiškinti ne tik nagrinėjamą reiškinį, bet ir daugelį kitų reiškinių ar eksperimentų. Gausybei gamtos reiškinių pagrįsti užtenka palyginti nedaug pagrindinių fizikos dėsnių.

Svarbi kiekvienos teorijos dalis – ***mókslinė hipotèzė***. Ji numato jau žinomų ir naujų reiškinių ryšius. Pavyzdžiui, Galilėjus nustatė bendruosius kūnų kri-

[1] Plačiau apie Galileo Galilėjų ir jo veiklą sužinosite nagrinėdami 2.4 temą „Laisvasis kūnų kritimas“.

timo dėsningumus, tačiau nepaaiškino, kodėl kūnai krinta žemyn. Izaokas Niutonas (*Isaac Newton*) iškėlė hipotezę, teigiančią, kad kūnai krinta žemyn dėl Žemės traukos.

Hipotezės, postulatai ir dėsniai, paaiškinantys nagrinėjamą reiškinį, sudaro ***mókslinę teòriją***. Jos išvados tikrinamos eksperimentais. Vis dėlto jeigu eksperimentai ir patvirtina teorijos išvadas, tai dar nerodo, jog ta teorija yra užbaigta. Visada išlieka tikimybė, kad nauji tyrimai ją patobulins. Pavyzdžiui, iki XIX a. pabaigos buvo manoma, kad Niutono mechanika yra užbaigta teorija. Ja neabejota net du šimtmečius. Vėliau paaiškėjo, kad Niutono mechanika negali pagrįsti reiškinių, kurie vyksta greičiais, artimais šviesos greičiui. Šiuos reiškinius paaiškino Einšteino specialioji reliatyvumo teorija (XIX a. pabaigoje–XX a. pradžioje), sukurta remiantis Einšteino postulatais.

Vis dėlto specialioji reliatyvumo teorija nepaneigia klasikinės Niutono mechanikos. Kai kūnai juda mažais greičiais (daug mažesniais už šviesos greitį), specialiosios reliatyvumo teorijos ir Niutono mechanikos išvados sutampa. Šis sutapimas parodo Niutono mechanikos galiojimo ribas. Niutono mechanika negali paaiškinti reiškinių, vykstančių mikropasaulyje: šiandieninėje elektronikoje, kompiuterinėje technikoje, nanotechnologijose.

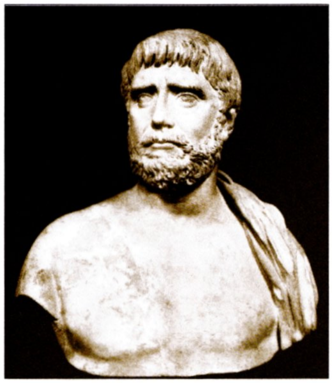
Kiekviena fizikos sritis remiasi keletu pagrindinių dėsnių, kurie yra daugelio fizikinių eksperimentų rezultatas. Laikantis šių dėsnių, kuriama visa tos fizikos srities teorija, kurią sudaro įvairūs dėsniai, taikomi nagrinėjamoms sistemoms arba reiškinių grupėms.

Fizikiniai modeliai

Gamta – sudėtinga visuma. Joje vykstantys reiškiniai tarpusavyje glaudžiai susiję, vienas kitą lemia. Ištirti gamtos reiškinio esmę, kai tas reiškinys yra veikiamas kitų gamtos reiškinių, gana sudėtinga. Todėl fizikos moksle, tiriant reiškinius, dažnai naudojami fizikiniai modeliai. ***Fizikiniù mòdeliu*** vadinama supaprastinta fizikinė sistema, išlaikanti esmines savo savybes. Fizikinis modelis atsižvelgia tik į tas realiosios sistemos savybes, kurių reikia nagrinėjamiems dėsningumams paaiškinti. Nė vienas modelis negali atskleisti visų sistemos savybių.

Kaip atsiranda fizikinis modelis? Pavyzdžiui, nagrinėjant teniso kamuoliuko judėjimą ore, reikia atsižvelgti į tai, kad jis nėra idealaus rutulio formos, kad veikia oro pasipriešinimas, vėjas, skriedamas kamuoliukas gali suktis, jį veikianti Žemės traukos jėga kinta, be to, kamuoliuko judėjimui daro įtaką ir Žemės sukimasis. Teoriškai apibūdinant kamuoliuko judėjimo trajektoriją, jo matmenų, oro pasipriešinimo bei Žemės sukimosi nepaisoma. Daroma prielaida, kad Žemės traukos jėga yra pastovi. Šitaip supaprastinus judėjimą, teoriškai apskaičiuota kamuoliuko trajektorija yra parabolės šaka. Ji beveik sutampa su realia kamuoliuko trajektorija. Vadinasi, teoriškai nustatant kamuoliuko trajektoriją, buvo nepaisoma šalutinių veiksnių. Tačiau jeigu šiuo atveju būtų neatsižvelgta į Žemės trauką, tai teorinės išvados labai smarkiai skirtųsi nuo eksperimento rezultatų. Tada kamuoliukas turėtų judėti tiesia trajektorija. Taigi esminis veiksnys, lemiantis teniso kamuoliuko judėjimą, yra Žemės trauka ir jo nepaisyti negalima.

Nagrinėjant sudėtingas sistemas, naudojama daug standartinių modelių: materialusis taškas, absoliučiai kietas kūnas, matematinė svyruoklė, taškinis krūvis, idealiosios dujos, idealusis laidininkas ir pan. Tie patys modeliai tinka skirtingiems fizikiniams reiškiniams aiškinti. Dėl to Albertas Einšteinas (*Albert Einstein*) ir žavėjosi fizikos mokslu, kad jame galima nuveikti nepaprastai daug, žinant tiek mažai.

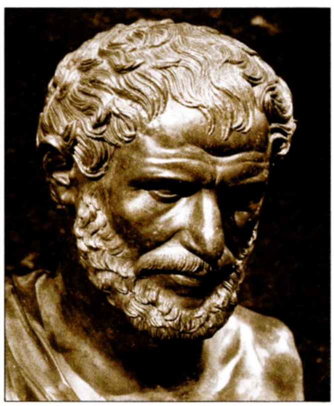

Talis


Anaksimenas

Fizikos mokslo raida

Fizikos mokslas atsirado senovės Graikijoje. Manoma, kad pirmą kartą terminą „fizika" IV a. pr. Kr. pavartojo graikų filosofas ir mokslininkas Aristotelis (*Aristotelēs*). Žodis „fizika" yra kilęs iš graikų kalbos ir reiškia gamtą (gr. *physis* – gamta).

Bandymų paaiškinti supantį pasaulį, jo prigimtį, sandarą būta dar iki Aristotelio. Graikų filosofai Talis (*Thalēs*), Anaksimenas (*Anaximenēs*) ir Herakleitas (*Hērakleitos*) manė, kad pasaulis sudarytas iš keturių pradų: žemės, vandens, oro bei ugnies, ir jį galima pažinti remiantis logika, einant nuo bendriausių idėjų prie reiškinių.


Herakleitas

Aristotelis, skirtingai negu jo pirmtakai, pasirinko kitą pasaulio pažinimo būdą. Jis nagrinėjo ne fizikinius modelius, o tyrė realų judėjimą veikiant oro pasi-

priešinimui bei trinčiai. Todėl jo išvados skiriasi nuo šiuolaikinės fizikos išvadų. Apibendrinęs sukauptas žinias, Aristotelis sukūrė gamtos filosofiją, kurios buvo laikomasi apie du tūkstančius metų.

Naujas fizikos mokslo etapas prasidėjo XVII a., pradėjus taikyti mokslinio pažinimo metodus, pagrįstus bandymais, matematiniu rezultatų apibendrinimu. Galilėjaus ir Niutono laikais (XVII a.) fizika atsiskyrė nuo gamtos filosofijos ir susiformavo kaip savarankiškas mokslas, turintis savo tyrimo objektą bei pažinimo metodus. Tuo laikotarpiu pradėti steigti universitetai, kuriuose buvo mokoma fizikos.

Fizika perėjo nuo tiesiogiai pojūčiais suvokiamų mechanikos ir šviesos reiškinių prie sudėtingesnių, sunkiau pastebimų. XVII–XVIII a. sparčiai rutuliojosi mechanika, XVIII–XIX a. – termodinamika, elektra, magnetizmas. XIX a. pabaigoje atrodė, kad fizikos mokslas yra jau užbaigtas. Tolesni tyrimai sudarė prielaidas naujoms fizikos mokslo šakoms formuotis: kvantinei mechanikai, reliatyvumo teorijai, elementariųjų dalelių teorijai. Mokslininkai išmoko naudoti atomuose slypinčią energiją. Pradėtos statyti atominės elektrinės, kurti atominės jūrų transporto priemonės. XX a. fizikos mokslas sparčiai tyrė ne tik mikropasaulį (atomą), bet ir makropasaulį (kosmosą). 1957 m. buvo paleistas pirmasis dirbtinis Žemės palydovas, 1961 m. žmogus pirmą kartą pakilo į kosmosą, o 1969 m. išsilaipino Mėnulyje.

Fizika yra reikšmingas praktiniu požiūriu mokslas. Ji skatina technikos plėtrą, o technikos pažanga visais laikais lėmė ir tobulino žmonių gyvenimą. Pritaikius fizikos mokslo laimėjimus, 1946 m. JAV sukurti pirmieji kompiuteriai, iš esmės pakeitę ne tik technologinius procesus, mokymo technologijas, bet ir kasdienę žmonių buitį. Šiandien, informacinės visuomenės sąlygomis, be fizikos žinių neapsieina tiek profesinė (gydytojų, medicinos mokslų tyrinėtojų, inžinierių, astronomų), tiek buitinė žmonių veikla. Fizikos mokslo laimėjimai praktikoje dabar pritaikomi daug greičiau. Antai telefonas buvo pagamintas praėjus 56 metams nuo jo idėjos atsiradimo, o lazeris – vos po dvejų metų.

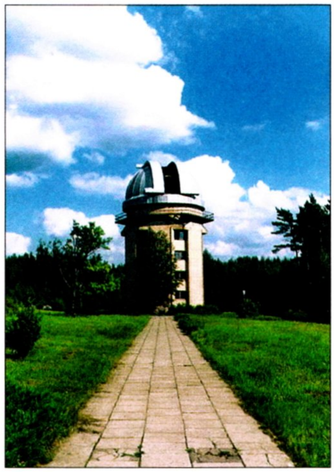
Fizikos ir technikos sąveika yra abipusė. Technika savo ruožtu daro įtaką fizikos raidai. Tobulesni prietaisai ir naujausios technologijos sudaro prielaidas atlikti tikslesnius bandymus, gauti patikimesnius tyrimo duomenis.

Lietuvos fizikų veikla

Šiuo metu Lietuvojè fizikos mokslas plėtojamas mokslo centruose ir aukštosiose mokyklose. Lietuvojè veikia nemažai institutų, kuriuose atliekami fizikiniai tyrimai. Pirmieji jų įkurti XX a. viduryje: Fizikos institutas – 1956 m., Elektrografijos institutas – 1957 m. Praėjus dešimtmečiui, 1967 m., įsteigti dar du institutai: Fizikinių ir techninių energetikos problemų institutas bei Puslaidininkių fizikos institutas. Pats jauniausias šalyje yra Vìlniaus universiteto Teorinės fizikos ir astronomijos institutas, įkurtas 1990 m., atskyrus jį nuo Fizikos instituto.

Vìlniaus universiteto Teorinės fizikos ir astronomijos institutui priklauso Molétų rajone pastatyta astronomijos observatòrija (4 pav.). Joje dirba šio instituto astronomai, Fizikos instituto, Vìlniaus universiteto ir Vìlniaus pedagoginio universiteto mokslininkai, dėstytojai bei studentai. Šalia observatorijos įsikūręs Etnokosmològijos ceñtras. Observatorijoje ir Etnokosmologijos centre kasmet apsilanko šimtai grupių, kurių dalyviai supažindinami su Lietuvõs ir pasaulio astronomijos naujienomis, teleskopais.

Fizikos mokslas nuo seno plėtojamas Lietuvõs aukštosiose mokyklose. Vìlniaus universitetas turi senas fizikinių mokslų tradicijas, kurios puoselėjamos nuo universiteto įkūrimo laikų. Tarpukario Lietuvojè didelis dėmesys fizikai buvo skiriamas Kaũno Vytauto Didžiojo universitete, kur fizikos mokslą turtino Povilas Brazdžiūnas (1897–1986), Vincas Čepinskis (1871–1940), Ignas Končius (1886–1975), Antanas Žvironas (1888–1954), Adolfas Jucys (1904–1974) ir kiti.



4 pav.



Povilas Brazdžiūnas



Vincas Čepinskis



Ignas Končius



Antanas Žvironas



Adolfas Jucys

Dar tarpukariu padėjęs eksperimentinės fizikos mokslo pagrindus, pokario Lietuvojè Brazdžiūnas daug dėmesio skyrė fizikos sritims, kurios šiandien plėtojamos sėkmingiausiai: spektroskopijai, puslaidininkių fizikai, lazerinei fizikai. 1962 m. profesorius Brazdžiūnas vadovavo Vìlniaus universiteto Radiofizikos katedrai. Jo iniciatyva Lietuvojè pradėta plėtoti kvantinės radiofizikos sritis. Brazdžiūno pastangomis atsirado dar viena nauja fizikos mokslo sritis – lazerinė fizika. Šiuo metu Brazdžiūno darbus tęsia Vìlniaus universiteto Kvantinės elektronikos katedros mokslo darbuotojai, vadovaujami akademiko Algio Petro Piskarsko.

Lietuvojè kuriant pirmuosius lazerius (1965 m.), daug pasidarbavo akademikas Jurgis Viščakas (1927–1990), tuo metu ėjęs Vìlniaus universiteto Puslaidininkių fizikos katedros vedėjo pareigas. Jis domėjosi lazerių taikymu puslaidininkiams tirti.



5 pav.

Vìlniaus universiteto Kvantinės elektronikos katedros darbai turi ir praktinę reikšmę. Lietuvojè pagaminti lazeriai yra puikios konstrukcijos ir konkurencingi Vakarų rinkoje (5 pav.). Pavyzdžiui, pasaulyje labai vertinami bendrovės „Eksma" pikosekundiniai lazeriai ir nepaprastai tikslios optinės detalės. „Eksmos" lazeriai veikia Rezerfordo laboratorijoje Ánglijoje, Branduolinių tyrimų centre Izraèlyje, Berklio universitete JAV ir kitur.

Įvairiose šalyse jau galima aptikti kelis šimtus ypač tobulų lietuviškų lazerių. Apskaita rodo, kad Europoje jų yra 83, Japònijoje – 45, JAV – 24. Esama jų ir kitose šalyse. Šie gaminiai padeda kurti Lietuvõs įvaizdį XXI a. technikos pasaulyje. Lazerių laboratorijos varžosi siekdamos pagaminti lazerį, skleidžiantį patį trumpiausią impulsą.

Lietuvojè dirbama ir kitose fizikos mokslo srityse. Tiek Lietuvojè, tiek užsienio šalyse žinoma fizikos mokslo akademikų Algio Petro Piskarsko (kvantinė elektronika), Juro Poželos (puslaidininkių fizika), Algirdo Šileikos (puslaidininkių fizika), Zenono Rokaus Rudziko (teorinė fizika) ir kitų mokslininkų veikla.

Plėtodami tarptautinius mokslinius ryšius, Lietuvõs mokslininkai yra nemažai nuveikę tirdami nanodarinių savybes, jų auginimo technologiją ir taikymą.

Priešdėlis „nano" reiškia milijardąją dalį ir yra siejamas su įprastu ilgio vienetu metru. Nanodariniai – tai objektai, kurių matmenys mažesni už 100 nanometrų, o nanotechnologijos – tokių darinių kūrimas ir taikymas. Nanotechnologijos svarbios tolesnei lazerių ir optinių technologijų pažangai. Paminėtini biologinės kilmės nanodariniai. Labai arti pramoninio nanotechnologijų taikymo yra deimantinės dañgos, kurių gamybos technologiją kuria Kaũno technologijos universiteto ir Vytauto Didžiojo universiteto mokslininkai. Nuo 1994 m. Vìlniaus universiteto Medžiagotyros ir taikomųjų mokslų institutas, vadovaujamas akademiko Juozo Vaitkaus, bei Puslaidininkių fizikos institutas yra Europos nanomokslo ir nanotechnologijų tinklo PHANTOMS dalyviai.

Klausimai ir užduotys

1. Kas yra materija? Pateikite materijos kitimo pavyzdžių.

2. Kaip vadinama žmogaus nejuntama materija? Pateikite jos pavyzdžių.

3. Ką tiria fizika? Kokios yra pagrindinės jos šakos?

4. Jutimo organais gaunamos informacijos žmogui pakanka gerai orientuotis buitinėje aplinkoje, tačiau nepakanka formuotis moksliniam pasaulėvaizdžiui. Pagrįskite arba paneikite šį teiginį.

5. Kokiais būdais ir kokiomis priemonėmis žmonės kompensuoja jutimo organais teikiamos informacijos stoką?

6. Nusakykite sudedamąsias mokslinio pažinimo metodo dalis.

7. Išvardykite pagrindinius fizikos teorijos komponentus. Kodėl fizikinis eksperimentas laikomas fizikos teorijos teisingumo kriterijumi?

8. Kas yra fizikiniai modeliai? Kodėl jie naudojami fizikos moksle? Pateikite fizikinių modelių pavyzdžių.

9. Išvardykite svarbiausius fizikos mokslo raidos etapus. Nusakykite būdingus jų bruožus.

10. Pasirinkę vieną fizikos tyrimo sritį, plėtojamą Lietuvojè, parenkite apie ją pranešimą.

Mechanika





1 Bendros žinios apie judėjimą

Šiame skyriuje išsiaiškinsite pagrindines sąvokas, apibūdinančias mechaninį kūnų judėjimą (slenkamasis judėjimas, materialusis taškas), prisiminsite, kas sudaro atskaitos sistemą, išmoksite nustatyti kūnų padėtį pasirinktoje koordinačių sistemoje, susipažinsite su vektoriniais dydžiais, išmoksite sudėti ir atimti vektorius, nagrinėsite tolyginį tiesiaeigį judėjimą, kūnų judėjimo reliatyvumą.

1.1. Pagrindinės mechanikos sąvokos

Pagrindinės sąvokos

Mechãnika,
mechãninis judéjimas,
kinemãtika,
slenkamàsis judéjimas,
materialùsis tãškas.

Mechanika

Mus supančioje aplinkoje apstu judančių kūnų. Pažvelgę pro langą, matome einančius žmones, važiuojančius automobilius, siūbuojančias medžių šakas. Mūsų kūno dalys taip pat juda: mirksi akių vokai, rašant ranka slysta sąsiuviniu. Juda ir Visatos kūnai: planetos, kometos, asteroidai. Antra vertus, juda mikropasaulio objektai: elektronai atomuose, protonai bei neutronai atomų branduoliuose. ***Fizikos mokslo šaka, nagrinėjanti fizikinių kūnų judėjimą, vadinama mechãnika.*** Mus supančioje aplinkoje stebimą kūnų judėjimą greičiais, daug mažesniais už šviesos greitį, tiria klasikinė Niutono mechanika.

Mechaninis judėjimas. Pagrindinis mechanikos uždavinys

Kiekvienas kūnas erdvėje užima tam tikrą padėtį. Jeigu ilgainiui ji erdvėje kitų kūnų atžvilgiu nekinta, sakoma, kad kūnas nejuda, o jeigu kinta, kalbama apie to kūno judėjimą. Pavyzdžiui, tik girdėdami variklio burzgesį, negalime tvirtinti, jog automobilis važiuoja – ūžti gali ir stovinčio variklis. Ratų sukimasis taip pat nerodo, kad automobilis juda – jis gali buksuoti. Tačiau jei automobilio padėtis kinta namo, krūmo ar kelio ženklo atžvilgiu, sakome, kad jis juda. ***Kūno padėties kitimą erdvėje kitų kūnų atžvilgiu laikui bėgant vadiname mechãniniu judéjimu.***

Pagrindinis mechanikos uždavinys yra nustatyti kūno padėtį bet kuriuo laiko momentu. Norint išspręsti šį uždavinį, reikia kūno judėjimą aprašyti matematiškai, kitaip tariant, judėjimą apibūdinančius dydžius susieti matematinėmis formulėmis. Mechaninis kūnų judėjimas labai įvairus: kūnai juda skirtingomis trajektorijomis, nevienodu greičiu, greitėdami arba lėtėdami. Mechanikos skyrius, nagrinėjantis kūnų judėjimo pobūdį (kaip kūnas juda) neatsižvelgiant į kūnų masę ir juos veikiančias jėgas, vadinamas ***kinemãtika***.

Matematiškai aprašant kūno padėtį erdvėje, atsižvelgiama į tai, kaip juda kūnas: tiesiai ar kreive,

tolygiai ar netolygiai. Todėl įvairiais atvejais pagrindinis mechanikos uždavinys sprendžiamas skirtingai: vienaip – nagrinėjant sieninio laikrodžio svyruoklės judėjimą, kitaip – automobilio judėjimą tiesiu kelio ruožu. Norint išmokti spręsti pagrindinį mechanikos uždavinį, reikia pirma aptarti mechaninį judėjimą apibūdinančius dydžius.

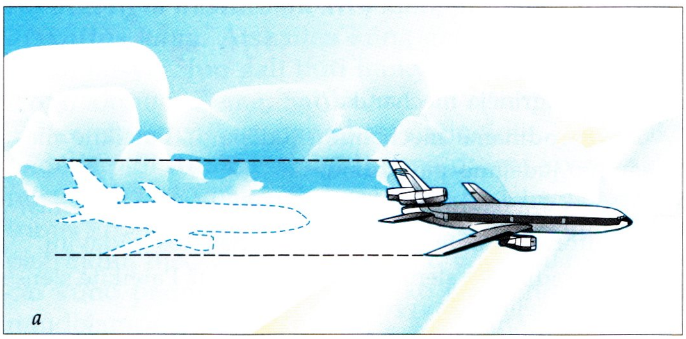
Slenkamasis kūnų judėjimas. Materialusis taškas

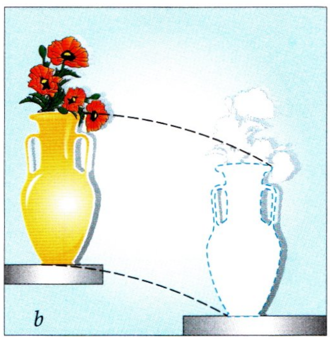
Tiriant kūno padėties kitimą erdvėje kitų kūnų atžvilgiu, reikia mokėti nustatyti pačią kūno padėtį. Pavyzdžiui, kaip nurodyti pro šalį važiuojančio automobilio padėtį? Kurią jo dalį (priekį, centrą ar galą) pasirinkti? Juk stebimo automobilio taškai yra skirtingose erdvės vietose. Šiuo ir daugeliu kitų atvejų nebūtina nurodyti kiekvienos judančio kūno dalies ar kiekvieno taško padėties. Tačiau kūno judėjimas turi atitikti tam tikrus reikalavimus.

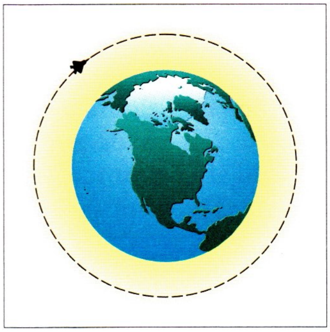
• Atskirų kūno taškų padėties nereikia nurodyti tada, kai visi to kūno taškai juda vienodai. ***Kūno judėjimą, kai visi jo taškai juda vienodai, vadiname slenkamúoju judėjimu.*** Taip juda visi stalo, perstumiamo iš vienos kambario vietos į kitą, taškai, tiesiai skrendančio lėktuvo (1.1.1 pav., *a*) skirtingi taškai. Tiesės, kurias nubrėžia kiekvienas slenkančio kūno taškas, išlieka lygiagrečios. Slenkamuoju galime vadinti ant lentynos statomos vazos (1.1.1 pav., *b*), ant pečių nešamos kuprinės, važiuojančio automobilio, traukinio, einančio žmogaus judėjimą. Taigi norint apibūdinti slenkamąjį kūno judėjimą, pakanka pasirinkti vieną to kūno tašką ir nusakyti jo judėjimą.

• Atskirų kūno taškų padėties nereikia nurodyti ir tada, kai kūno matmenys yra daug kartų mažesni už jo nueitą atstumą. ***Kūną, kurio matmenų pasirinkto-***

1.1.1 pav.


a


b



1.1.2 pav.



1.1.3 pav.

mis judėjimo sąlygomis galima nepaisyti, vadiname materialiúoju taškù. Tą patį judantį kūną kartais galima laikyti materialiuoju tašku, kartais – ne. Pavyzdžiui, Žemėje esančio stebėtojo atžvilgiu dirbtinį Žemės palydovą, skriejantį aplink Žemę, galime sutapatinti su materialiuoju tašku (1.1.2 pav.), nes šiuo atveju palydovo matmenys yra maži, palyginti su jo nueinamu atstumu arba su atstumu nuo jo iki kitų kūnų. Tuo tarpu startuojančio palydovo (1.1.3 pav.) negalime laikyti materialiuoju tašku.

Atsižvelgus į minėtus reikalavimus, pagrindinio mechanikos uždavinio sprendimas supaprastėja. Pirma, norint nustatyti slenkančio kūno padėtį erdvėje, pakanka žinoti vieno jo taško padėtį. Antra, jei kūno matmenys yra daug mažesni nei jo nueitas kelias arba atstumas iki kitų kūnų, tai kūną galime laikyti materialiuoju tašku ir jo judėjimą nagrinėti kaip materialiojo taško judėjimą.

Klausimai ir užduotys ??

1. Ką nagrinėja mechanika?

2. Ką vadiname mechaniniu judėjimu? Pateikite mechaninio judėjimo pavyzdžių.

3. Koks yra pagrindinis mechaninio judėjimo požymis?

4. Suformuluokite pagrindinį mechanikos uždavinį.

5. Ką vadiname slenkamuoju judėjimu? Pateikite slenkamojo judėjimo pavyzdžių.

6. Tarkime, kad jus stebi mokytojas, esantis klasėje, ir kosmonautas, sėdintis dirbtinio Žemės palydovo kabinoje. Kuriuo atveju jus galima laikyti materialiuoju tašku? Atsakymą pagrįskite.

7. Ar galima Jupiterį laikyti materialiuoju tašku, apskaičiuojant:

a) atstumą nuo Jupiterio iki Saulės;
b) per parą apie Jupiterį apsisukančios Raudonosios dėmės greitį;
c) Jupiterio skersmenį;
d) orbita aplink Saulę skriejančio Jupiterio greitį?

1.2. Atskaitos sistema. Kūno nueitas kelias ir poslinkis

Atskaitos sistema

Norėdami nurodyti nagrinėjamo kūno padėtį erdvėje, turime ją palyginti su padėtimi kitų kūnų, kuriuos pasirenkame atskaitos kūnais. Pavyzdžiui, kapitonas laivo padėtį tam tikru laiko momentu Žemės paviršiaus atžvilgiu nustato nurodydamas laivo geografinę platumą ir ilgumą. Vykstant į turistinį žygį, rekomenduojama pasiimti žemėlapį ir kompasą. Šios priemonės padeda žygio dalyviams nustatyti jų padėtį pagal aplinkoje esančius kūnus: kalvą, upę, medį ir pan.

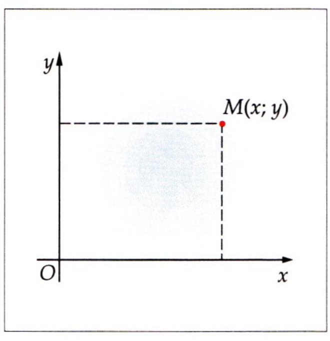
Minėtuose pavyzdžiuose kūnų padėtis nustatoma skirtingais būdais, atitinkančiais kiekvieną situaciją: pirmuoju atveju – Žemės paviršiaus atžvilgiu, antruoju – kalvos, medžio ir pan. atžvilgiu. Žemę, kalvą ir medį čia galima laikyti atskaitos kūnais. ***Kūną, kurio atžvilgiu nustatoma kitų kūnų padėtis, vadiname atskaitõs kū́nu.*** Atskaitos kūną galima pasirinkti visiškai laisvai. Juo gali būti mokyklos pastatas, klasės lenta, akmuo, Žemė, Saulė.

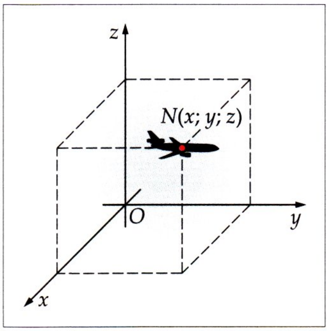
Per matematikos pamokas sužinojote, kad taško padėtis plokštumoje apibūdinama dviem koordinatėmis: x ir y (1.2.1 pav.). Erdvėje kūno padėtis nusakoma trimis koordinatėmis: x, y ir z (1.2.2 pav.). Sprendžiant pagrindinį mechanikos uždavinį, t. y. nustatant judančio kūno padėtį bet kuriuo laiko momentu, taip pat naudojamos koordinačių ašys. Koordinačių pradžios

Pagrindinės sąvokos

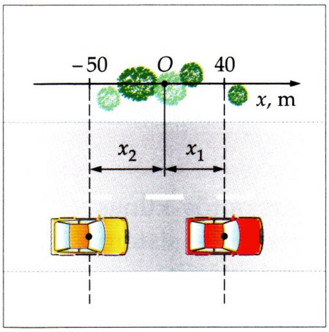
Atskaitõs kū́nas,
atskaitõs sistemà,
trajektòrija,
nueitàsis kẽlias,
póslinkis.

1.2.1 pav.





1.2.2 pav.



1.2.3 pav.

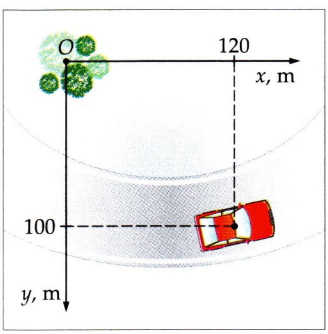
taškas O sutapatinamas su pasirinktu atskaitos kūnu, kurio atžvilgiu nagrinėjamas kito kūno judėjimas. Koordinatės, atskaitomos ašyje į dešinę nuo taško O, yra teigiamos, į kairę – neigiamos. Koordinačių ašių skaičius priklauso nuo to, kur juda kūnas: tiese, plokštuma ar erdvėje.

- Jei kūnas juda tiese, jo padėčiai nusakyti pakanka vienos koordinačių ašies Ox, nukreiptos išilgai to kūno judėjimo trajektorijos. Tada kūno padėtį galima apibūdinti viena koordinate x. Pavyzdžiui, raudono automobilio (1.2.3 pav.) padėtį atskaitos kūno (pakelės krūmo) atžvilgiu nusako koordinatė $x_1 = 40$ m, o geltono – koordinatė $x_2 = -50$ m.
- Plokštuma judančio kūno padėčiai nustatyti pasirenkamos dvi koordinačių ašys: Ox ir Oy. Tada kūno padėtį apibūdina koordinatės x ir y. Pavyzdžiui, automobilio padėtį kelio posūkyje (1.2.4 pav.) atskaitos kūno atžvilgiu nusako dvi koordinatės: $x = 120$ m, $y = 100$ m.
- Jei kūnas juda erdvėje, jo padėčiai nustatyti reikalingos trys koordinačių ašys: Ox, Oy ir Oz. Tokia erdvė vadinama trimatė erdvė. Pavyzdžiui, skrendančio lėktuvo (1.2.2 pav.) padėčiai nustatyti pasirenkamos trys viena kitai statmenos koordinačių ašys. Lėktuvo padėtis nusakoma trimis koordinatėmis: x, y, z.

Judančio kūno padėtis laikui bėgant kinta. Todėl, norint tiksliai nustatyti kūno padėtį erdvėje bet kuriuo laiko momentu, dar reikia nurodyti laiko atskaitos pradžią. Tam reikalingas laikrodis.

Atskaitos kūnas, su juo susieta koordinačių sistema ir laiko matavimo prietaisas sudaro atskaitõs sistèmą, kurios atžvilgiu nagrinėjamas kūno judėjimas.

1.2.4 pav.



1.2.5 pav.



Kūno judėjimą galima tyrinėti įvairių atskaitos sistemų atžvilgiu. To paties kūno judėjimas jose bus skirtingas. Pavyzdžiui, pastoviu greičiu skrendančiame lėktuve iš rankų išsprūdęs pieštukas nukris vertikaliai žemyn (1.2.5 pav., *a*). Lėktuvo keleiviams atrodys, kad krintantis pieštukas juda taip, kaip judėtų nejudančioje atskaitos sistemoje (pavyzdžiui, klasėje). Tuo tarpu stebėtojas, nejudantis Žemės atžvilgiu, teigs, kad krisdamas pieštukas pasislenka į priekį lėktuvo judėjimo kryptimi (1.2.5 pav., *b*). Šis ir daugelis kitų pavyzdžių rodo, kad judančiose ir nejudančiose atskaitos sistemose tas pats kūnas juda skirtingai.

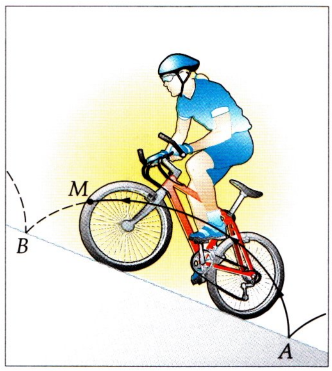
Kūno nueitas kelias ir poslinkis

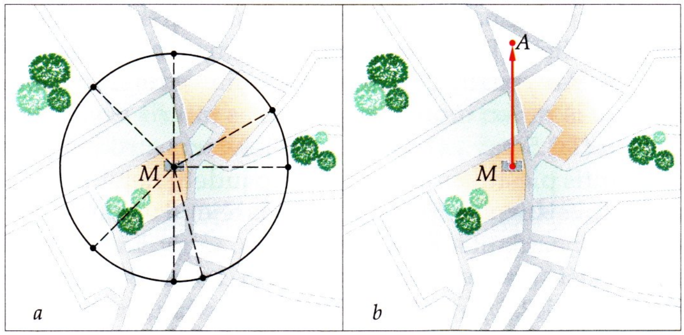
Mokydamiesi mechanikos pradmenų, sužinojote, kad ***linija, kuria juda kūnas (kūno taškas), vadinama trajektòrija.*** Pagal jos formą judėjimas skirstomas į tiesiaeigį ir kreivaeigį. Trajektorija gali būti matoma. Pavyzdžiui, lentoje parašytas žodis yra matoma kreidos gabalėlio judėjimo trajektorija, slidžių pėdsakas sniege – slidininko judėjimo trajektorija, geležinkelio bėgiai – traukinio judėjimo trajektorija ir pan. Tačiau dažnai trajektorija yra nematoma. Antai nematome kieta kelio danga važiuojančių automobilių trajektorijos, vėjyje besisupančių medžio šakų judėjimo trajektorijos ir pan.

To paties kūno judėjimo trajektorija įvairių atskaitos sistemų atžvilgiu gali būti skirtinga. Pavyzdžiui, rato ašies atžvilgiu dviračio ventilis M juda apskritimu, o Žemės atžvilgiu – cikloide (1.2.6 pav.); iškritusio iš rankų pieštuko judėjimo trajektorija lėktuvo atžvilgiu yra tiesė, o Žemės atžvilgiu – parabolės šaka (1.2.5 pav.).

Trajektorijos ilgis vadinamas nueitúoju keliù. Žinodami kūno nueitą kelią, dar negalime nustatyti judančio kūno padėties. Tarkime, kad išėjęs iš mokyklos (taško M) berniukas nuėjo 500 m. Šio duomens nepakanka berniuko padėčiai mokyklos atžvilgiu nustatyti, nes neaišku, į kurią pusę jis nuėjo – yra labai daug taškų, nutolusių nuo mokyklos 500 m atstumu (1.2.7 pav., *a*). Jeigu žinotume tik berniuko nueitą kelią ir norėtume nustatyti jo padėtį, turėtume berniuko ieškoti išilgai apskritimo, kurio spindulys 500 m. Taigi norint nustatyti berniuko buvimo vietą, reikia nurodyti ne tik jo nueitą kelią, bet ir judėjimo kryptį. Pasakydami, kad berniukas nuėjo nuo mokyklos

1.2.6 pav.





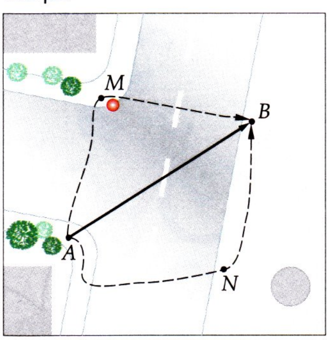
1.2.7 pav.

500 m šiaurės kryptimi, tikrai žinosime, kur jis yra (1.2.7 pav., *b*). ***Kryptinė tiesės atkarpa, jungianti pradinę kūno (materialiojo taško) padėtį su galine jo padėtimi, vadinama kūno póslinkiu.*** Vadinasi, norint rasti kūno padėtį bet kuriuo laiko momentu, reikia žinoti pradinę kūno padėtį ir poslinkį, atitinkantį pasirinktą laiko momentą. Aptartame pavyzdyje (1.2.7 pav., *b*) berniuko nueitas kelias *MA* lygus jo poslinkio ilgiui.

Tačiau ne visada kūno nueitas kelias sutampa su poslinkiu. Vìlniuje prie katedros esančią sankryžą galime pereiti dvejaip: trajektorija *AMB* ir trajektorija *ANB* (1.2.8 pav.). Abiem atvejais išeiname iš taško *A* ir atsiduriame taške *B*. Akivaizdu, kad mūsų poslinkis yra vienodas – kryptinė atkarpa $\overrightarrow{AB}$. Bet nueitasis kelias skiriasi: vienu atveju jis lygus trajektorijos *AMB* ilgiui, kitu atveju – trajektorijos *ANB* ilgiui. Tačiau nei pirmuoju, nei antruoju atveju kūno judėjimo trajektorijos negalime tapatinti su kūno poslinkiu.

Mus supančioje aplinkoje nueitasis kelias dažniausiai nesutampa su kūno poslinkiu. Pavyzdžiui, norėdami mieste nuvykti iš vieno objekto į kitą, turime apvažiuoti aikštes, statinius. Tuomet mūsų nueitas kelias kartais pasidaro gerokai ilgesnis už poslinkį. Tai nenaudinga nei ekonominiu, nei ekologiniu požiūriu. Važiuodamas ilgiau, automobilis suvartoja daugiau degalų ir išmeta į aplinką daugiau teršalų. Statant naujus miesto rajonus, gyvenvietes, šių problemų siekiama vengti. Naujos gatvės projektuojamos tiesios. Jos skiriasi nuo senamiesčių ir mažų miestelių vingiuotų gatvių.

1.2.8 pav.



Klausimai ir užduotys

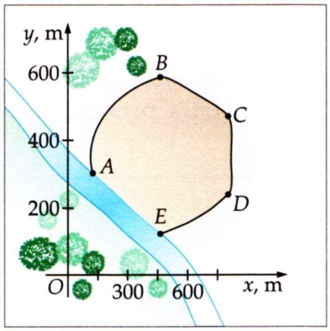
1. Kas sudaro atskaitos sistemą? Pateikite atskaitos sistemų pavyzdžių.

2. Yra žinoma, kad futbolininkas per rungtynes nubėga maždaug 12 km. Kaip vadinamas šis dydis: poslinkiu ar nueituoju keliu? Atsakymą pagrįskite.

3. Kūnas pasislinko iš taško, kurio koordinatės $x_1 = 1$ m, $y_1 = 2$ m, į tašką, kurio koordinatės $x_2 = 5$ m, $y_2 = -2$ m. Remdamiesi šiais duomenimis, atlikite tokias užduotis:

a) nubraižykite atitinkamą koordinačių sistemą ir joje pažymėkite pradinę bei galinę kūno padėtį;
b) brėžinyje pavaizduokite kūno poslinkį;
c) apskaičiuokite poslinkio modulį.

4. 1.2.9 paveiksle pavaizduotas ūkininko pasėlių ploto planas. Parašykite kampinių sklypo taškų *A*, *B*, *C*, *D* ir *E* koordinates.



1.2.9 pav.

5. Sportinis lėktuvas atlieka aukštojo pilotažo figūrą. Keleivinis lėktuvas skrenda iš vieno miesto į kitą. Kuriuo atveju lėktuvo nueitas kelias sutampa su poslinkiu? Kodėl?

6. Išvykę iš taško *O*, iš pradžių nuėjote 1 km šiaurės kryptimi, paskui – 1 km rytų kryptimi (pasiekėte tašką *A*). Remdamiesi šiais duomenimis, atlikite tokias užduotis:

a) nubraižykite aiškinamąjį brėžinį;
b) apskaičiuokite jūsų nueitą kelią;
c) apskaičiuokite jūsų poslinkį;
d) apskaičiuokite jūsų poslinkį ir nueitą kelią taško *O* atžvilgiu, tardami, kad iš taško *A* dar nuėjote 1 km į pietus ir 1 km į vakarus.

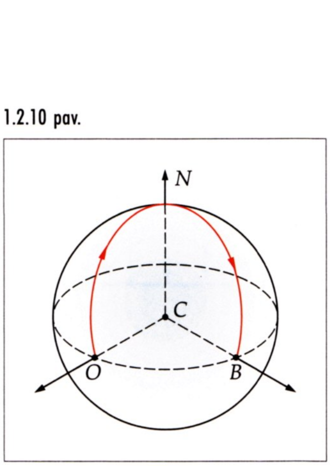
7. Lėktuvas išskrido iš taško *O*, esančio pusiaujyje, ir nuskrido 10 000 km į šiaurę. Tada pasisuko 90° kampu į dešinę ir nuskrido dar 10 000 km. Remdamiesi 1.2.10 paveikslu, atlikite šias užduotis:

a) nustatykite atstumą *OB* ir nurodykite fizikinę jo prasmę;
b) apskaičiuokite lėktuvo poslinkį ir nueitą kelią taško *O* atžvilgiu, tardami, kad taške *B* lėktuvas pasisuko 90° kampu į dešinę ir nuskrido dar 10 000 km.

8. Tolygiai judančio dviratininko posūkio trajektorija yra pusė apskritimo.

a) Pavaizduokite dviratininko kelią ir poslinkį per visą posūkio laiką.
b) Pavaizduokite dviratininko kelią ir poslinkį per pusę posūkio laiko.
c) Apskaičiuokite, kiek kartų dviratininko nuvažiuotas kelias yra ilgesnis už poslinkį.

1.2.10 pav.



9. Ieškant absoliučios atskaitos sistemos, manyta, kad pirminis pastovus taškas turėtų būti Visatos centras. Visa, kas juda, turi turėti absoliutųjį greitį jo atžvilgiu. Ar ši nuomonė pagrįsta? Atsakymą pagrįskite.

1.3. Vektoriaus samprata. Vektoriaus projekcijos koordinačių ašyse

! **Pagrindinės sąvokos**

Vektòriniai dỹdžiai, skaliãriniai dỹdžiai, vèktoriaus projèkcija.

Vektoriaus samprata. Vektoriaus vaizdavimas ir žymėjimas

Fizikinius dydžius galima suskirstyti į dvi grupes: 1) dydžius, kuriuos apibūdina tik skaitinės vertės; 2) dydžius, kuriems apibūdinti vien skaitinės vertės nepakanka. Pavyzdžiui, teiginys „Praėjo 5 minutės" praėjusio laiko trukmę apibūdina tiksliai, o teiginys „Žmogus eina 1 m/s greičiu" kūno greitį nusako neišsamiai, nes neaišku, kuria kryptimi žmogus eina. Pastarasis teiginys būtų tikslus, jeigu nurodytume ne tik skaitinę greičio vertę, bet ir kryptį.

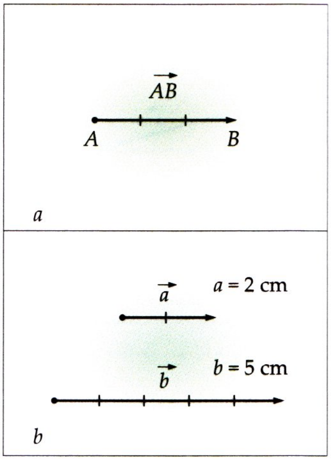
Dydžiai, kurių prasmė nepasikeičia nenurodžius krypties, vadinami skaliãriniais dỹdžiais, arba skaliãrais (lot. *scalaris* – laiptiškas). Skaliariniai fizikiniai dydžiai yra ilgis, plotas, tūris, masė, energija, medžiagos tankis, elektros krūvis, dažnis ir kt.

Dydžiai, kurie apibrėžiami jų skaitine verte ir kryptimi, vadinami vektòriniais dỹdžiais, arba vèktoriais (lot. *vector* – nešėjas, vežėjas). Vektorinių dydžių skaitinė vertė vadinama tų dydžių mòduliu. Akivaizdu, kad ką tik nagrinėtas fizikinis dydis ***poslinkis yra vektorinis dydis***, nes jį apibūdina ne tik skaitinė vertė (modulis), bet ir kryptis. Vektoriniai fizikiniai dydžiai kartais trumpiau vadinami vektoriais: greičio vektorius, pagreičio vektorius, poslinkio vektorius ir pan.

Fizikos mokslas ilgą laiką apsiėjo be vektorių. XVII a., kuriant mechanikos teoriją, apie juos dar nieko nebuvo žinoma. Vektorių nevartojo ir mechanikos teorijos kūrėjas Izaokas Niutonas savo traktate „Gamtos filosofijos matematiniai pagrindai". Pirmą kartą (XIX a.) vektoriai pasirodė matematikų Hermano Grasmano (*Hermann Grassmann*) ir Viljamo Rovano Hamiltono (*William Rowan Hamilton*) veikaluose. Į fizikos mokslą vektoriai atėjo gerokai vėliau.

Vektorinis dydis vaizduojamas kryptine atkarpa, kurios pradžia yra tam tikras taškas, vadinamas vektoriaus pradžia (A), o pabaiga – smailė (B), nurodanti to dydžio kryptį (1.3.1 pav., a). Tokia ***kryptinė atkarpa vadinama vèktoriumi***. Vektoriniai dydžiai žymimi raidėmis su rodyklėmis virš jų: $\vec{v}$ – greičio vektorius, $\vec{a}$ – pagreičio vektorius, $\vec{s}$ – poslinkio vektorius.

Vektoriaus modulis žymimas raide be rodyklės: v – greičio modulis, a – pagreičio modulis, s – poslinkio modulis. (Taip šiuos dydžius žymėjote mokydamiesi fizikos pagrindinėje mokykloje.) Matematikoje vektoriaus modulį (atkarpos ilgį) įprasta žymėti ir taip: $|\overrightarrow{AB}| = 3$. Į vektorinio dydžio skaitinę vertę atsižvelgiama jį vaizduojant kryptine atkarpa (1.3.1 pav., b). Atkarpos ilgis pasirinktu masteliu turi atitikti vektorinio dydžio skaitinę vertę.

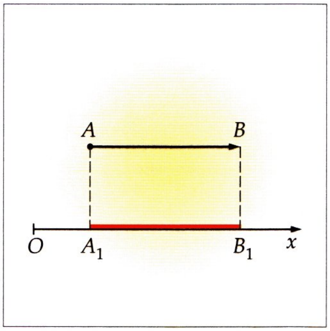


1.3.1 pav.

Vektoriaus projekcijos koordinačių ašyse

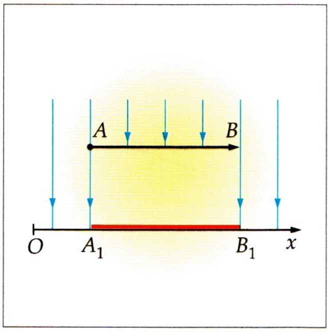
Sprendžiant pagrindinį mechanikos uždavinį, reikia mokėti rasti vektoriaus projekcijas, nes, žinant pradines kūno koordinates ir jo poslinkio projekcijas, nesunku nustatyti kūno padėtį praėjus tam tikram laiko tarpui. Vektoriaus projekcijų prireiks ir sprendžiant dinamikos uždavinius.

Raskime vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ projekciją koordinačių ašyje Ox (1.3.2 pav.). Vektorius $\overrightarrow{AB}$ ir koordinačių ašis Ox yra toje pačioje plokštumoje. Vektoriaus projekcijos ieškosime taip. Iš vektoriaus pradžios taško A į pasirinktą koordinačių ašį nubrėšime statmenį AA_1, o iš vektoriaus galo B – statmenį BB_1. Taško A projekcija Ox ašyje bus taškas A_1, taško B projekcija – taškas B_1. Atkarpa, jungianti taškus A_1 ir B_1, – vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ projekcija Ox ašyje. ***Vèktoriaus projèkcija vadiname atkarpą, jungiančią vektoriaus pradžios ir pabaigos taškų projekcijas.*** Ją galima palyginti su vektoriaus šešėliu, kuris susidaro apšvietus vektorių lygiagrečių spindulių pluoštu (1.3.3 pav.).

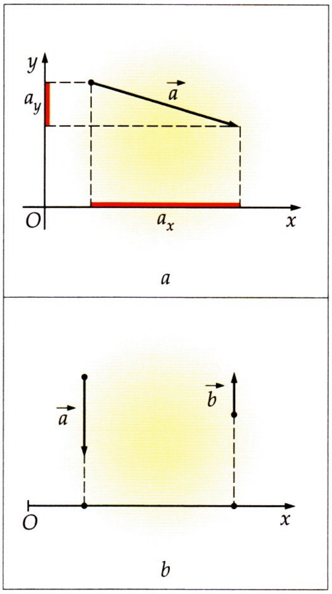


1.3.2 pav.

1.3.3 pav.

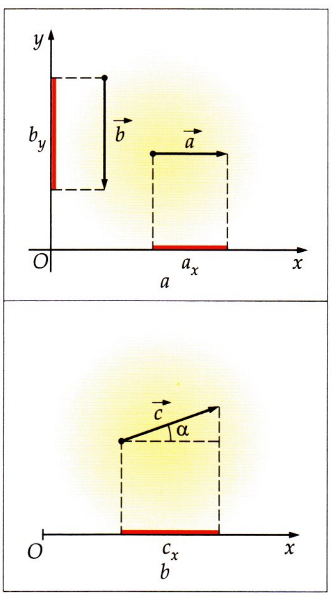


Vektoriaus projekcija žymima ta pačia raide kaip ir vektorius, tačiau be rodyklės viršuje ir su ašies indeksu. Pavyzdžiui, vektoriaus $\vec{a}$ projekcija Ox ašyje yra atkarpa a_x, o jo projekcija Oy ašyje – atkarpa a_y (1.3.4 pav., a). Vektoriaus projekcija yra skaliarinis



1.3.4 pav.

1.3.5 pav.



dydis. Jeigu nuo vektoriaus pradžios projekcijos prie galo projekcijos einama pasirinktos ašies kryptimi, tai vektoriaus projekcija yra teigiama, pavyzdžiui, $a_x > 0$, jeigu priešinga kryptimi – neigiama, kaip antai $a_y < 0$ (1.3.4 pav., *a*). Statmeno pasirinktai koordinačių ašiai vektoriaus ($\vec{a}$ ir $\vec{b}$) projekcija lygi nuliui, nesvarbu, kokia yra to vektoriaus kryptis (1.3.4 pav., *b*). Matematiniu požiūriu šį atvejį paaiškinti nesunku: per vieną tašką neįmanoma nubrėžti atkarpos.

Vektoriaus projekcijos modulis priklauso nuo vektoriaus padėties koordinačių ašies atžvilgiu (1.3.5 pav., *a*, *b*). Kai vektorius yra lygiagretus su koordinačių ašimi, jo projekcijos modulis lygus vektoriaus moduliui: $a_x = a$, $b_y = -b$. Kai vektorius $\vec{c}$ su koordinačių ašimi sudaro smailųjį arba bukąjį kampą, vektoriaus projekcijos c_x modulis yra mažesnis už vektoriaus modulį. Norint susieti tokio vektoriaus projekcijos modulį su paties vektoriaus moduliu, tenka naudotis trigonometrinėmis funkcijomis. Iš brėžinio (1.3.5 pav., *b*) matyti, kad $c_x = c \cos \alpha$. Keičiant vektoriaus $\vec{a}$ padėtį pasirinktos ašies atžvilgiu ($a = a_1 = a_2$), jo projekcijos modulis kinta (1.3.6 pav.).

Žinias apie vektoriaus projekcijas pritaikysime spręsdami pagrindinį mechanikos uždavinį. Tam tikslui kūno galinės padėties koordinates išreikškime jo pradinėmis koordinatėmis bei poslinkio vektoriaus projekcijomis. Nagrinėkime laivelį, plaukiantį ežeru (1.3.7 pav.). Sakykime, stebėjimo pradžioje laivelis buvo taške $A(x_0; y_0)$. Praėjus tam tikram laiko tarpui, jis atsidūrė taške $B(x; y)$. Laivelio poslinkis $\vec{s} = \overrightarrow{AB}$. Iš brėžinio matyti, kad vektoriaus $\vec{s}$ projekcija Ox ašyje yra atkarpa s_x, Oy ašyje – atkarpa s_y. Atkarpos s_x ilgis, arba poslinkio projekcijos Ox ašyje skaitinė vertė, lygi pasislinkusio laivelio koordinatės x pokyčiui $x - x_0$, poslinkio projekcijos Oy ašyje skaitinė vertė s_y – koordinatės y pokyčiui $y - y_0$:

$$s_x = x - x_0, \quad (1.1)$$

$$s_y = y - y_0. \quad (1.2)$$

Iš (1.1) ir (1.2) lygybės išreiškiame laivelio, plaukiančio ežeru (plokštuma), galinės padėties koordinates:

$$x = x_0 + s_x, \quad (1.3)$$

$$y = y_0 + s_y. \quad (1.4)$$

Akivaizdu, kad tiese judančio kūno galinės padėties koordinatei nustatyti pakanka vienos lygties, erdvėje – trijų lygčių.

Klausimai ir užduotys

1. Kokie dydžiai vadinami skaliariniais?

2. Kokie dydžiai vadinami vektoriniais?

3. Kurie iš čia paminėtų fizikinių dydžių yra vektoriniai, o kurie – skaliariniai: kelias, poslinkis, laikas, greitis, pagreitis, tankis?

4. Remdamiesi 1.3.6 paveikslu, nustatykite, kaip kinta pagreičio vektoriaus projekcija didėjant vektoriaus polinkio kampui pasirinktos koordinačių ašies atžvilgiu.

5. Persibraižykite į savo sąsiuvinius 1.3.8 paveiksle pavaizduotus vektorius $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ ir $\vec{d}$ ir atlikite tokias užduotis:

a) brėždami raskite vektorių projekcijas koordinačių ašyse Ox ir Oy;

b) nustatykite kiekvieno vektoriaus projekcijos Ox ašyje modulį;

c) nustatykite kiekvieno vektoriaus projekcijos Oy ašyje modulį.

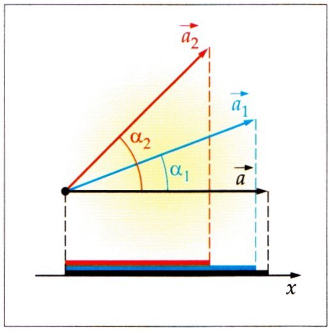
6. Pradiniu laiko momentu kūnas buvo taške A, kurio koordinatės $x_0 = -5$ cm ir $y_0 = 15$ cm, paskui pasislinko į tašką B. Jo koordinatės yra $x = 5$ cm, $y = 2$ cm. Remdamiesi šiais duomenimis, atlikite tokias užduotis:

a) nubrėžkite kūno poslinkio vektorių;

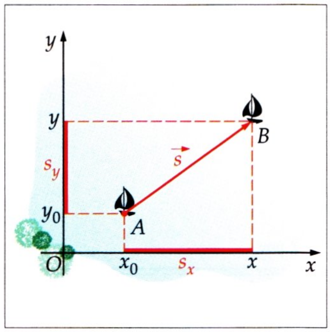
b) raskite kūno poslinkio vektoriaus projekcijas Ox ir Oy ašyse;

c) apskaičiuokite poslinkio vektoriaus modulį.

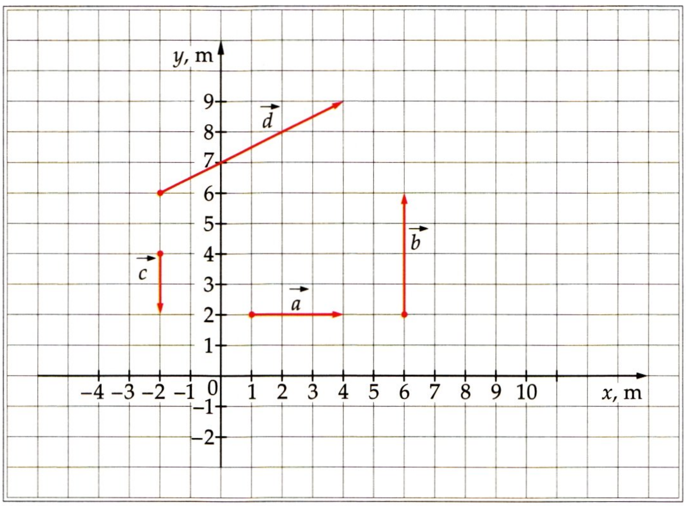
(16,4 cm)



1.3.6 pav.



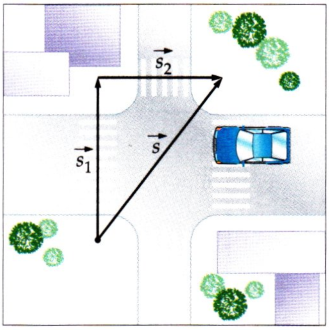
1.3.7 pav.



1.3.8 pav.

1.4. Vektorių sudėtis ir atimtis

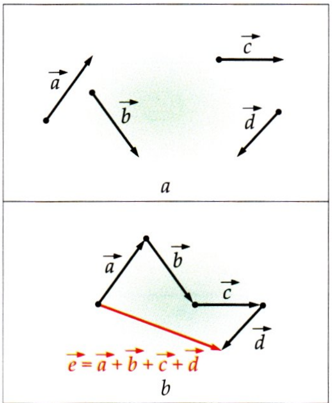
Vektorių sudėtis pagal trikampio taisyklę



1.4.1 pav.

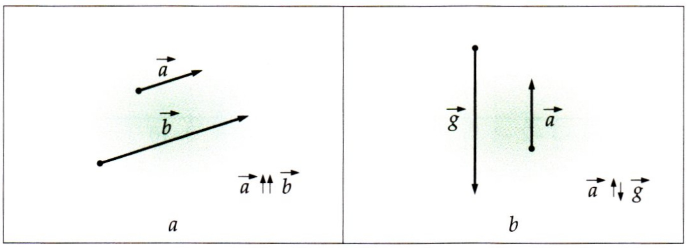
Kaip žinome iš matematikos, su vektoriais galima atlikti įvairius veiksmus. Vektorius nesunku įžvelgti ir mūsų aplinkoje. Pavyzdžiui, norėdami pereiti gatvių sankryžą pagal kelių eismo taisykles, iš pradžių turime pereiti vieną gatvę, paskui – kitą (1.4.1 pav.), taigi atlikti du poslinkius: $\vec{s}_1$ ir $\vec{s}_2$. Kirsdami sankryžą įstrižai[1], atliktume vieną poslinkį $\vec{s}$ ir atsidurtume toje pačioje vietoje kaip ir pirmuoju atveju. Akivaizdu, kad vektorius $\vec{s}$ yra vektorių $\vec{s}_1$ ir $\vec{s}_2$ suma. Nagrinėjamo pavyzdžio vektoriai $\vec{s}_1$, $\vec{s}_2$ ir $\vec{s}$ sudaro trikampį, todėl tokį vektorių sudėties būdą nusako ***trìkampio taisỹklė***. ***Sudedant vektorius pagal trikampio taisyklę, prie pirmojo vektoriaus galo pridedama antrojo vektoriaus pradžia, išlaikant ankstesnę jo kryptį. Vektorius, jungiantis pirmojo vektoriaus pradžią su antrojo galu, yra šių vektorių suma.***

1.4.2 pav.



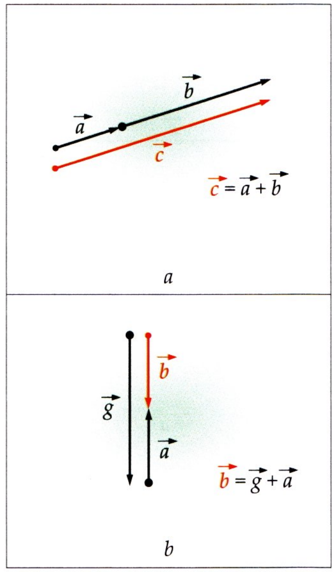
Pagal trikampio taisyklę galime sudėti ne tik du, bet ir daugiau vektorių (1.4.2 pav., *a*). Darome taip: nuo pirmojo vektoriaus galo atidedame antrąjį vektorių, nuo antrojo galo – trečiąjį vektorių ir t. t. Vektorius, jungiantis pirmojo vektoriaus pradžią su paskutiniojo galu, lygus visų šių vektorių sumai (1.4.2 pav., *b*). Sakome, kad šiuo atveju pritaikėme ***daugiãkampio taisỹklę***. Primename, kad, sudedant vektorius pagal trikampio arba daugiakampio taisyklę, dedamuosius vektorius reikia paslinkti taip, kad būtų išlaikyta ankstesnė jų kryptis ir ilgis.

1.4.3 pav.



[1] Kelių eismo taisyklės taip elgtis draudžia.

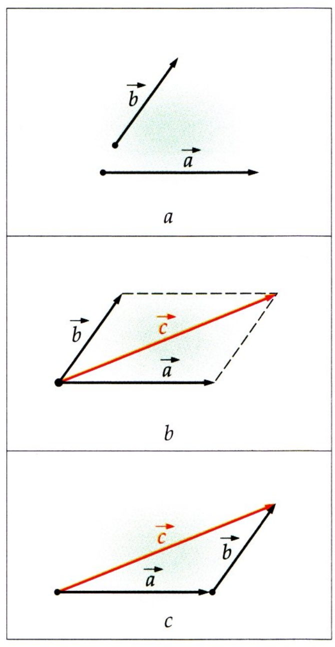
Trikampio taisyklė taikoma sudedant ir lygiagrečiuosius, t. y. kolineariuosius, vektorius, kurių kryptys sutampa (1.4.3 pav., *a*; vienodos kryptys žymimos ↑↑ arba ↓↓) arba yra priešingos (1.4.3 pav., *b*; priešingos kryptys žymimos ↑↓ arba ↓↑). Prie pirmojo vektoriaus galo pridedama antrojo pradžia ir atstojamasis vektorius nukreipiamas nuo pirmojo vektoriaus pradžios į antrojo galą (1.4.4 pav., *a, b*). Veiksmus su kolineariaisiais vektoriais mokėtės atlikti dar pagrindinėje mokykloje, grafiniu būdu ieškodami kūną veikiančių jėgų atstojamosios. Tačiau tada šių veiksmų neįvardijote kaip kolineariųjų vektorių sudėties.



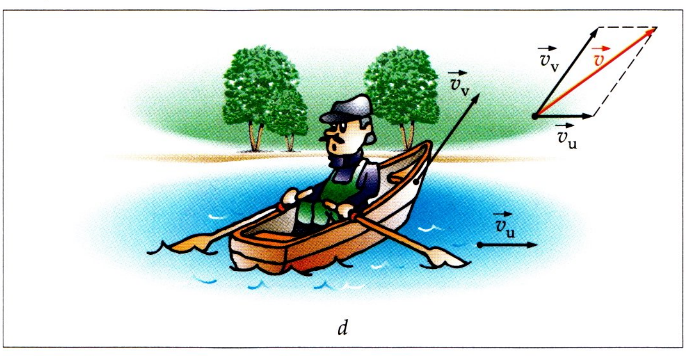
1.4.4 pav.

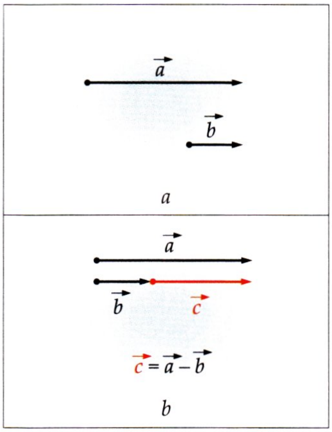
Vektorių sudėtis pagal lygiagretainio taisyklę

Vektorius $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ (1.4.5 pav., *a*) galima sudėti ir kitu būdu. Abu vektoriai, nekeičiant jų ilgio ir krypties, atidedami nuo to paties taško. Tariant, kad šie vektoriai sudaro gretimas lygiagretainio kraštines, brėžinys papildomas iki lygiagretainio (1.4.5 pav., *b*). Tada iš abiejų vektorių pradžios taško nubrėžiama lygiagretainio įstrižainė $\vec{c}$, kuri ir yra vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ suma. Toks vektorių sudėties būdas vadinamas vektorių sudėtimi pagal ***lygiagretaĩnio taisỹklę***. Šiuos vektorius sudedant pagal trikampio taisyklę, gaunamas tas pats rezultatas (1.4.5 pav., *c*). Praktinis tokios vektorių sudėties atvejis stebimas valčiai plaukiant tam tikru kampu upės tėkmės atžvilgiu (1.4.5 pav., *d*), dviratininkui važiuojant arba pėsčiajam einant tam tikru kampu vėjo krypties atžvilgiu.



1.4.5 pav.





1.4.6 pav.

Vektorių atimtis

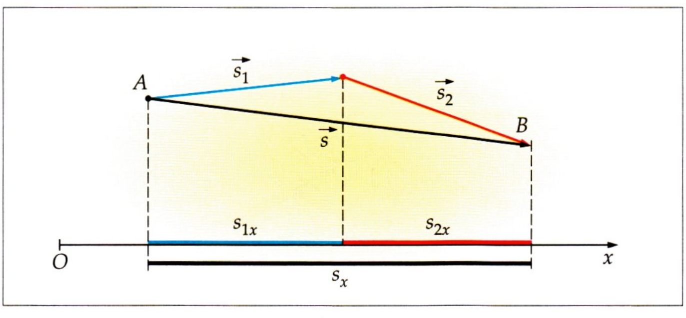
Vektorius galime atimti vieną iš kito. Atlikdami šį veiksmą, taikome jau žinomas vektorių sudėties taisykles, nes nesunku įrodyti, kad vektorių sumą galima pakeisti vektorių skirtumu. Ieškodami vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ skirtumo (1.4.6 pav., *a*), tuos vektorius atidėkime nuo vieno taško (1.4.6 pav., *b*) ir nubrėžkime vektorių $\vec{c}$, kurio pradžia sutampa su vektoriaus $\vec{b}$ galu, o galas – su vektoriaus $\vec{a}$ galu. Vektorius $\vec{c}$ yra vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ skirtumas. ***Vèktorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ skìrtumu vadiname tokį vektorių $\vec{c}$, kurį sudėję su vektoriumi $\vec{b}$, gauname vektorių $\vec{a}$.*** Vadinasi, norint rasti dviejų vektorių skirtumą, reikia pirmiausia abu vektorius išdėstyti taip, kad jie turėtų bendrą pradžią, paskui tų vektorių galus sujungti vektoriumi, nukreiptu nuo atėminio į turinį.

Vektorių sumos projekcija

Aptarėme veiksmus su vektoriais, išmokome rasti vieno vektoriaus projekcijas pasirinktose koordinačių ašyse. Šias žinias pritaikykime ieškodami vektorių sumos projekcijos. Pavyzdžiui, raskime poslinkio vektorių $\vec{s}_1$ ir $\vec{s}_2$ (1.4.7 pav.) sumos projekciją *Ox* ašyje. Iš kiekvieno vektoriaus pradžios ir galo nuleiskime statmenis į pasirinktą koordinačių ašį. Iš brėžinio matyti, kad atstojamojo vektoriaus projekcija s_x lygi dedamųjų vektorių projekcijų s_{1x} ir s_{2x} sumai. Akivaizdu, kad, norint rasti vektorių sumos projekciją, nebūtina ieškoti atstojamojo vektoriaus bei jo projekcijos. Pakanka sudėti dedamųjų vektorių projekcijas.

Kadangi vektorių sumą galima pakeisti skirtumu, tai ši taisyklė tinka ir ieškant vektorių skirtumo projekcijos.

1.4.7 pav.



Klausimai ir užduotys

1. Kaip sudedami vektoriai?

2. Kaip iš vieno vektoriaus atimti kitą vektorių?

3. 1.4.8 paveiksle pavaizduoti du vektoriai: $\vec{s}_1$ ir $\vec{s}_2$. Brėždami atlikite su jais tokius veiksmus: $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ ir $\vec{s}\,' = \vec{s}_2 + \vec{s}_1$. Rezultatus apibendrinkite.

4. Vektoriaus $\vec{v}$ modulis lygus 20, o vektoriaus $\vec{g}$ – 10 (1.4.9 pav.). Kodėl užrašas $\vec{v} = 2\vec{g}$ yra klaidingas?

5. Pagal lygiagretainio taisyklę raskite vektorių $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}_2$ (1.4.10 pav.) sumos projekciją. Kaip apskaičiuoti šių vektorių sumos modulį?

6. Remdamiesi 1.4.11 paveikslu, raskite vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ skirtumą $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.

7. Žemėlapyje (1.4.12 pav.) brūkšnine linija pažymėtas mokinių turistinės kelionės maršrutas. Išlipę iš traukinio (taškas *A*), mokiniai keliavo prie ežero (taškas *B*), paskui nuėjo prie geležinkelio (taškas *C*). Remdamiesi žemėlapiu, atlikite tokias užduotis:

a) sąsiuvinyje pavaizduokite mokinių maršrutą schemiškai, pažymėdami taškus *A*, *B* ir *C*;

b) pavaizduokite mokinių poslinkį iš taško *A* į tašką *B*; iš taško *B* į tašką *C*; iš taško *A* į tašką *C*;

c) raskite šių poslinkių projekcijas koordinačių ašyse *Ox* ir *Oy*.

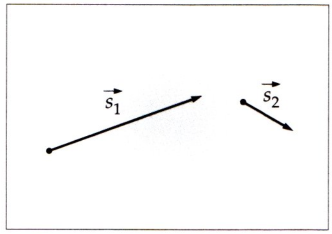
8. Mokiniai išvyko į turistinį žygį. Iš pradžių jie nukeliavo 400 m į šiaurę, paskui – 200 m į rytus ir galiausiai – 400 m į pietus. Remdamiesi šiais duomenimis, atlikite tokias užduotis:

a) pavaizduokite mokinių žygio metu atlikto poslinkio vektorių;

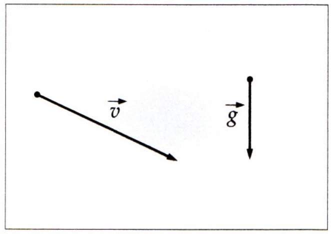
b) pasirinkę mastelį, pavaizduokite poslinkio vektorių kiekviename žygio etape;

c) nurodykite, kokia yra šio poslinkio vektoriaus matematinė prasmė;

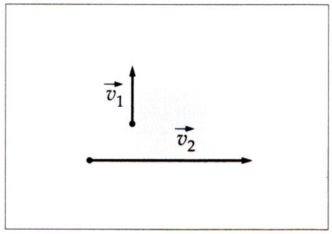
d) apskaičiuokite mokinių nueitą kelią.



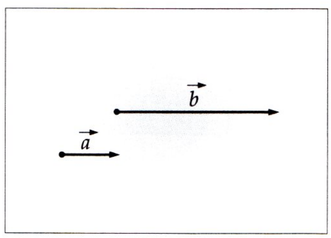
1.4.8 pav.



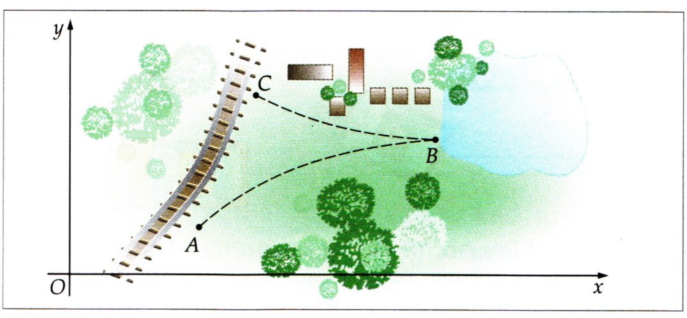
1.4.9 pav.



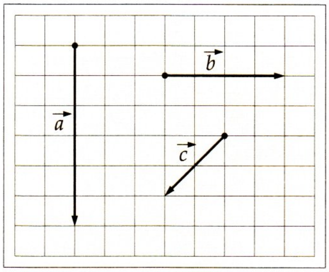
1.4.10 pav.



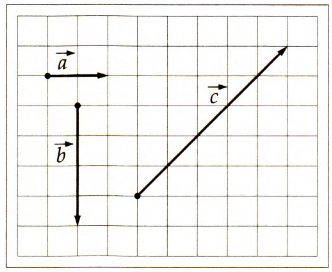
1.4.11 pav.



1.4.12 pav.



1.4.13 pav.



1.4.14 pav.

9. 1.4.13 paveiksle pavaizduoti trys vektoriai: $\vec{a}$, $\vec{b}$ ir $\vec{c}$. Sudėkite juos pagal trikampio ir pagal lygiagretainio taisyklę. Parašykite išvadą.

10. 1.4.14 paveiksle pavaizduoti trys vektoriai: $\vec{a}$, $\vec{b}$ ir $\vec{c}$. Atlikite su jais šiuos veiksmus: $3\vec{a} - 0{,}5\vec{b} - \frac{1}{5}\vec{c} = \vec{d}$.

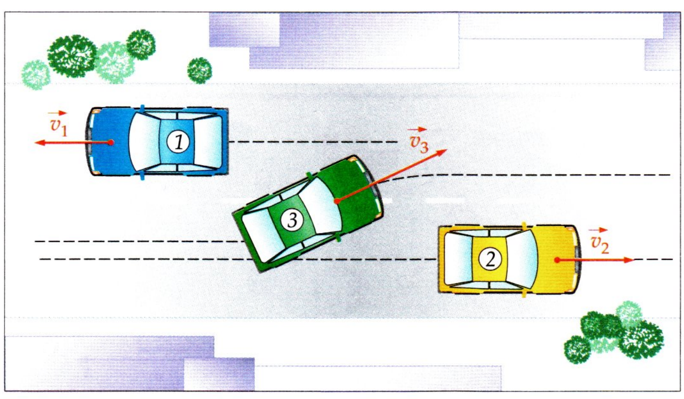
1.5. Tolyginis tiesiaeigis judėjimas

Pagrindinės sąvokos

Tiesiaeĩgis judė́jimas, tolýginis tiesiaeĩgis judėjimas, tolýginio tiesiaeĩgio judė́jimo greĩtis.

Nagrinėjant kūnų judėjimą, svarbu nustatyti jų padėtį bet kuriuo laiko momentu. Jau žinome, kad tam tikslui reikia pasirinkti atskaitos sistemą ir mokėti rasti poslinkio vektoriaus projekcijas koordinačių ašyse. Tačiau jas galime nustatyti tik tada, kai žinome patį poslinkį, o jo skaičiavimas priklauso nuo kūno judėjimo pobūdžio. Mus supantys kūnai, kaip žinome, juda skirtingai. Vienų kūnų greitis laikui bėgant kinta, kitų yra pastovus, tačiau jis gali būti nevienodas: mažesnis arba didesnis (1.5.1 pav.). Pradėkime

1.5.1 pav.

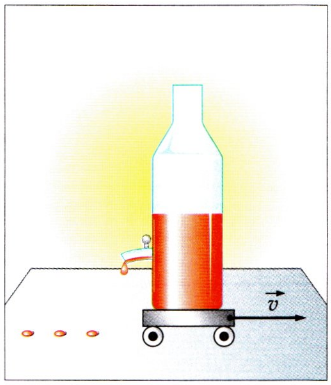


nagrinėti pačią paprasčiausią judėjimo rūšį – tolýginį tiesiaeĩgį judė́jimą.

Tolyginis tiesiaeigis judėjimas

Mokydamiesi mechanikos pradmenų, VIII klasėje sužinojote, kad ***tiesiaeigiù vadiname tokį kūno judėjimą, kurio trajektorija yra tiesė.*** Pavyzdžiui, 1.5.1 paveiksle pavaizduotų *1* ir *2* automobilių judėjimas yra tiesiaeigis, o *3* automobilio – kreivaeigis.

Tiesia trajektorija kūnai gali judėti pastoviu arba kintamu greičiu. Kūno poslinkis per laiko vienetą vadinamas kūno judėjimo greičiù. Jis rodo, kaip greitai ir kuria kryptimi nagrinėjamu laiko momentu kūnas juda kitų kūnų atžvilgiu. Jei kūno poslinkiai per bet kuriuos vienodus laiko tarpus yra lygūs, tai kūnas juda pastoviu greičiu. Pavyzdžiui, norint patikrinti, ar stalo paviršiumi vežimėlis rieda pastoviu greičiu, reikia ant vežimėlio pastatyti indą, pripiltą spalvoto skysčio, ir truputį atsukti čiaupą, įtaisytą tame inde, kad skystis iš indo ne tekėtų, o lašėtų vienodais laiko tarpais (1.5.2 pav.). Vežimėliui judant, skysčio lašai kris ant stalviršio ir rodys vežimėlio padėtį vienodais laiko tarpais. Jei lašai išsidėstys vienodais atstumais vieni nuo kitų, tai vežimėlio poslinkiai per vienodus laiko tarpus bus lygūs. ***Kūno judėjimą tiesia trajektorija, kai jo poslinkiai per bet kuriuos lygius laiko tarpus yra vienodi, vadiname tolýginiu tiesiaeigiù judė́jimu.***



1.5.2 pav.

Norint sužinoti tiesiai ir tolygiai judančio kūno greičio modulį, reikia išmatuoti kurio nors kelio ruožo ilgį ir laiko tarpą, per kurį kūnas nuėjo šį ruožą. Kūno poslinkį šiame ruože pažymėję raide $\vec{s}$, o laiko tarpą – raide t, galime apskaičiuoti tiesiai ir tolygiai judančio kūno greitį (1.5.2 pav.).

Tolýginio tiesiaeĩgio judė́jimo greičiù vadinamas pastovus dydis, lygus kūno poslinkio per bet kurį laiko tarpą ir to laiko tarpo santykiui:

$$\vec{v}=\frac{\vec{s}}{t}. \qquad (1.5)$$

Iš greičio apibrėžimo išplaukia, kad greičio vektoriaus kryptis sutampa su poslinkio vektoriaus kryptimi. Skaičiaus $\frac{1}{t}$ $\left(\text{čia } \frac{1}{t}\neq 0\right)$ ir nenulinio vektoriaus

$\vec{s}$ sandauga vadinamas vektorius, kurio ilgis lygus $\left|\frac{1}{t}\right| \cdot |\vec{s}|$, o kryptis sutampa su vektoriaus $\vec{s}$ kryptimi.

Iš (1.5) greičio formulės galime išreikšti tiesiai ir tolygiai judančio kūno poslinkį:

$$\vec{s} = \vec{v}t. \tag{1.6}$$

Žinant kūno poslinkį, nesunku rasti jo projekcijas koordinačių ašyse, o kartu ir tolygiai judančio kūno koordinatę. Tiesia trajektorija judančio kūno padėčiai nusakyti pakanka vienos koordinatės:

$$x = x_0 + v_x t. \tag{1.7}$$

(1.7) lygtis, apibūdinanti kūno koordinatės priklausomybę nuo laiko, vadinama ***kinemãtine kū́no judė́jimo lygtimì***. Kūno judėjimui plokštumoje nusakyti reikia dviejų, o erdvėje – trijų kinematinių judėjimo lygčių.

Iš (1.7) formulės išplaukia nauja greičio prasmė. Greičio projekcija koordinačių ašyje lygi atitinkamos koordinatės pokyčiui per laiko vienetą:

$$v_x = \frac{x - x_0}{t}. \tag{1.8}$$

Sprendžiant pagrindinį mechanikos uždavinį, nepakanka žinoti vien tik judančio kūno greičio modulį. Tai patvirtina praktinė patirtis. Jei, važiuodami automobiliu, stebėsime tik jo spidometrą, tai nepavyks nustatyti nei automobilio judėjimo krypties, nei jo padėties. Sužinosime tik greičio modulį. Norint nurodyti automobilio padėtį, dar reikia žinoti ir greičio kryptį.

Klausimai ir užduotys ??

1. Kuo skiriasi tiesiai ir tolygiai judančio kūno nueitas kelias ir poslinkis?

2. Kaip galima rasti galinę kūno padėtį, žinant pradinę jo padėtį ir poslinkį?

3. Kaip galima rasti galinę kūno padėtį, žinant pradinę jo padėtį ir poslinkio projekciją?

4. Autobusas važiuoja 50 km/h greičiu į šiaurę, o sunkvežimis – tokiu pat greičiu į vakarus. Ar galima teigti, kad abiejų automobilių greičiai yra vienodi?

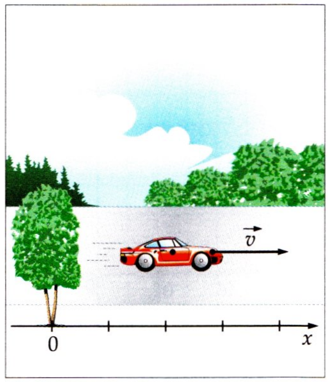
1.6. Grafinis tolyginio tiesiaeigio judėjimo vaizdavimas

Judantys kūnai erdvėje užima vis naują padėtį. 1.6.1 paveiksle pavaizduota judančio automobilio padėtis konkrečiu laiko momentu. Norint susidaryti išsamesnį vaizdą apie automobilio judėjimą per ilgesnį laiko tarpą, reikia žinoti jo padėtį skirtingais laiko momentais. Kaip ją nustatyti?

Išanalizuokime kelyje dažnai pasitaikančią situaciją. Tarkime, kad lengvojo automobilio ir autobuso greitį bei padėtį pasirinktos koordinačių ašies Ox atžvilgiu stebėjo du policininkai (1.6.2 pav.). Pirmasis policininkas nagrinėjo lengvojo automobilio judėjimą, atskaitos kūnu pasirinkęs kelių policijos postą. Kas sekundę fiksuodamas automobilio koordinatę ir greitį, jis gavo tokius duomenis:

Pagrindinės sąvokos

Greĩčio grãfikas, judéjimo grãfikas.



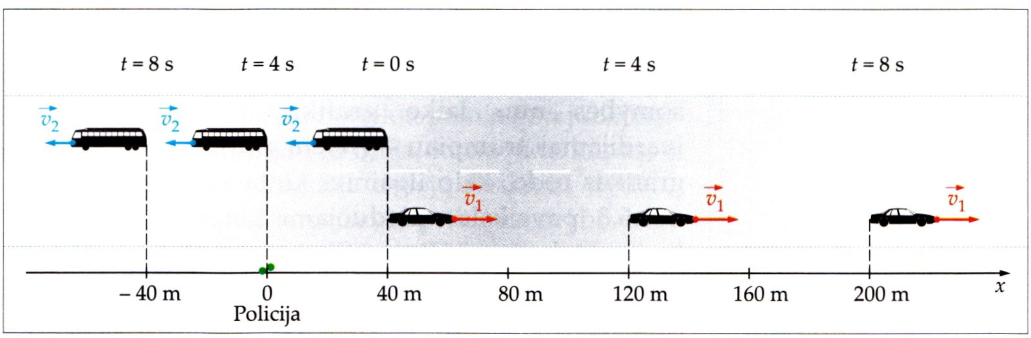
1.6.1 pav.

1 lentelė

Laikas *t*, s	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Koordinatė *x*, m	40	40	80	100	120	140	160	180	200	220	240
Greitis v_{1x}, m/s	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

Iš lentelėje pateiktų duomenų galima sužinoti lengvojo automobilio padėtį ir judėjimo pobūdį. Laikui bėgant automobilio greitis nekito, t. y. lengvasis automobilis važiavo tolygiai.

1.6.2 pav.



Antrasis policininkas stebėjo autobuso judėjimą, atskaitos kūnu taip pat pasirinkęs kelių policijos postą. Autobusas važiavo kita eismo juosta priešinga kryptimi nei lengvasis automobilis. Antrasis policininkas rašė autobuso koordinates bei greitį taip pat kas sekundę ir gavo tokius duomenis:

2 lentelė

Laikas t, s	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Koordinatė x, m	40	30	20	10	0	–10	–20	–30	–40	–50	–60
Greitis v_{2x}, m/s	–10	–10	–10	–10	–10	–10	–10	–10	–10	–10	–10

Iš lentelės galima nustatyti autobuso padėtį ir judėjimo pobūdį. Matyti, kad autobuso greitis laikui bėgant nekito, vadinasi, autobusas važiavo tolygiai.

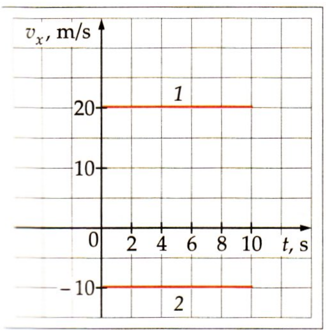
Remdamiesi abiejų lentelių duomenimis, galime nagrinėti automobilio ir autobuso judėjimą nuo stebėjimo pradžios iki pabaigos (t. y. iki dešimtosios stebėjimo sekundės pabaigos). Šie duomenys pateikia nemažai, tačiau nepakankamai informacijos apie abiejų transporto priemonių judėjimą. Pavyzdžiui, iš 1 lentelės negalima nustatyti, kokia buvo lengvojo automobilio koordinatė po 1,5 s ar po 2,4 s nuo stebėjimo pradžios, taip pat neaišku, kokiu greičiu tuo metu važiavo lengvasis automobilis. Vaizdžiau kūnų judėjimą nusako grafikai.

Greičio grafikas

Pagal lentelėse pateiktus duomenis nubraižykime lengvojo automobilio ir autobuso greičio projekcijos priklausomybės nuo laiko grafikus. Tam tikslui pasirinktu masteliu *Ox* ašyje atidėkime laiką, praėjusį nuo jo atskaitos pradžios, *Oy* ašyje – atitinkamą kūno greičio projekciją. Tokioje koordinačių sistemoje nubraižytas grafikas vadinamas greičio projekcijos priklausomybės nuo laiko grafiku, tačiau dažnai jis įvardijamas trumpiau – ***greĩčio grãfiku***. Kūno greičio grafikas rodo, kaip ilgainiui kinta kūno greitis.

1.6.3 paveiksle vaizduojami lengvojo automobilio ir autobuso greičio grafikai, nubraižyti pagal 1 bei 2 lentelės duomenis. Tolygiai važiuojančio lengvojo automobilio greičio grafikas (*1*) yra tiesė, lygiagreti

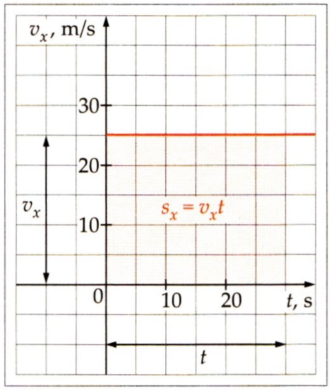
1.6.3 pav.



su laiko ašimi. Kadangi šio automobilio greičio vektoriaus kryptis sutampa su Ox ašies kryptimi, tai greičio projekcija pasirinktoje koordinačių ašyje yra teigiama, todėl greičio grafikas – virš laiko ašies. Tiesiai ir tolygiai važiuojančio autobuso greičio grafikas (2) taip pat yra tiesė, lygiagreti su laiko ašimi. Kadangi autobusas juda priešinga pasirinktai koordinačių ašiai kryptimi, tai jo greičio projekcija yra neigiama, o grafikas – žemiau laiko ašies.

Greičio grafikai teikia daug informacijos apie nagrinėjamų kūnų judėjimą.

- Iš jų galime nustatyti kūnų greitį bet kuriuo laiko momentu, pavyzdžiui, po 1,5 s arba 8,7 s nuo judėjimo pradžios.
- Remdamiesi greičio grafiku, galime sužinoti kūno poslinkio projekcijos skaitinę vertę. Ji lygi rausva spalva pažymėto stačiakampio plotui (1.6.4 pav.). Iš matematikos kurso žinote, kad stačiakampio plotas lygus gretimų jo kraštinių ilgių sandaugai. 1.6.4 paveiksle viena stačiakampio kraštinė tam tikru masteliu lygi laikui t, kita – kūno greičio projekcijai v_x. Jų sandauga $v_x t$ yra ne kas kita, kaip poslinkio projekcija s_x ($s_x = v_x t$).

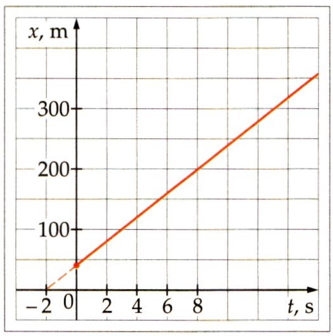


1.6.4 pav.

Judėjimo grafikas

Grafiškai galima pavaizduoti ne tik kūno judėjimo greitį, bet ir patį judėjimą. Norint nubraižyti kūno ***judéjimo grãfiką***, reikia pasirinktu masteliu Ox ašyje atidėti laiką, praėjusį nuo jo atskaitos pradžios, Oy ašyje – atitinkamas kūno koordinatės vertes. Gautas judėjimo grafikas rodo, kaip kūno koordinatė priklauso nuo laiko.

1.6.5 paveikslas vaizduoja lengvojo automobilio judėjimo grafiką, nubraižytą pagal 1 lentelėje pateiktus duomenis. Kūno tolyginio tiesiaeigio judėjimo grafikas yra tiesė.



1.6.5 pav.

Kūno judėjimo grafiko nereikia painioti su judėjimo trajektorija. Trajektorija yra linija, kuria juda kūnas, o judėjimo grafikas vaizduoja dviejų fizikinių dydžių (koordinatės ir laiko) tarpusavio priklausomybę, kuri tolyginio judėjimo atveju yra tiesinė.

Judėjimo grafikai teikia daugiau informacijos apie kūnų judėjimą nei lentele pateikti duomenys. Antai iš

judėjimo grafiko (1.6.5 pav.) galime sužinoti lengvojo automobilio koordinatę po 1,5 s arba po 2,4 s nuo stebėjimo pradžios.

- Judėjimo grafikas padeda išspręsti pagrindinį mechanikos uždavinį – nustatyti kūno padėtį bet kuriuo laiko momentu. Juo remdamiesi, galime netgi nustatyti, kur buvo kūnas iki stebėjimo pradžios. Pavyzdžiui, iš 1.6.5 paveiksle pavaizduoto grafiko galima sužinoti, kad prieš 2 s iki stebėjimo pradžios lengvojo automobilio padėtis sutapo su atskaitos kūnu (kelių policijos postu).

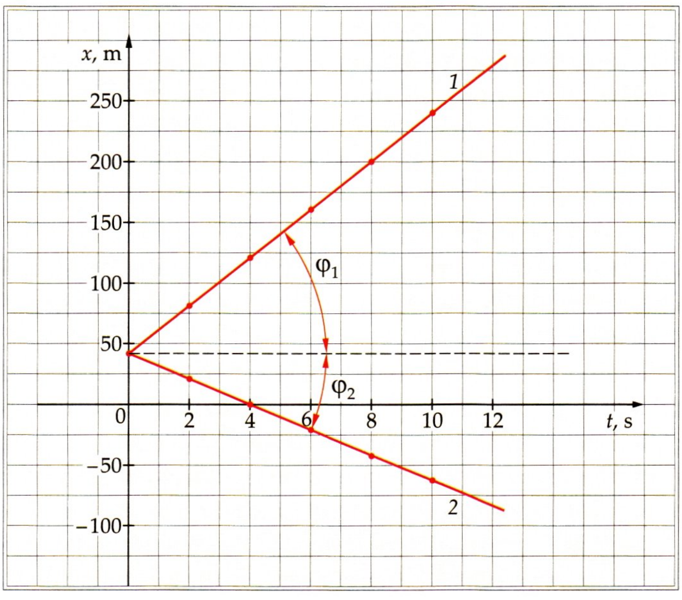
- Iš judėjimo grafiko galima apskaičiuoti kūno greitį, tereikia nustatyti kūno koordinatę pasirinkto laiko tarpo pradžioje ir pabaigoje:

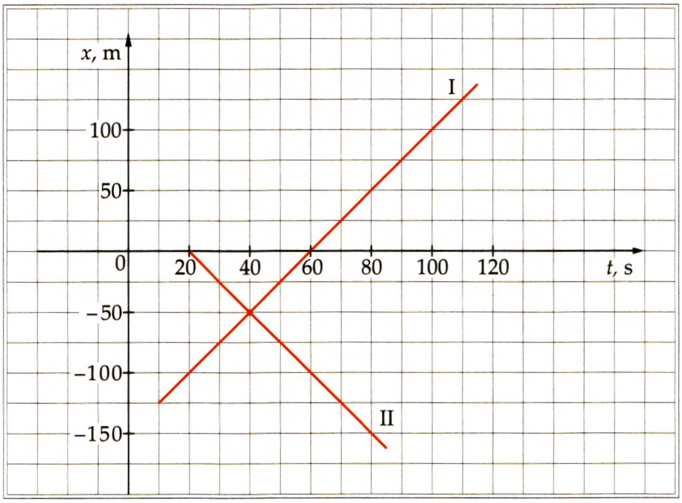
$$v_x = \frac{x - x_0}{t}.$$

- Iš judėjimo grafiko galima sužinoti kūno poslinkį per pasirinktą laiko tarpą. Pavyzdžiui, iš 1.6.5 paveiksle nubraižyto grafiko matyti, kad lengvojo automobilio poslinkis per 2 s lygus 40 m.

Toje pačioje koordinačių plokštumoje nubraižius keletą judėjimo grafikų, patogu lyginti įvairių kūnų judėjimą. Antai palyginkime lengvojo automobilio ir autobuso judėjimą (1.6.6 pav.). Iš brėžinio galime spręsti, kad lengvasis automobilis (*1* grafikas) judėjo

1.6.6 pav.



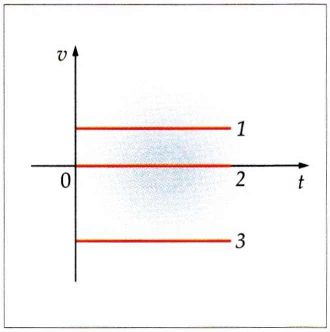


1.6.7 pav.

pasirinktos koordinačių ašies *Ox* kryptimi, o autobusas (*2* grafikas) – priešinga kryptimi.

Naudojantis judėjimo grafikais, nesunku palyginti ir judančių kūnų greitį. Pavyzdžiui, lengvasis automobilis važiuoja didesniu greičiu nei autobusas, nes lengvojo automobilio judėjimo grafikas yra statesnis, t. y. su laiko ašimi sudaro didesnį kampą nei autobuso judėjimo grafikas ($\varphi_1 > \varphi_2$).

Iš judėjimo grafikų galima nustatyti, ar judantys kūnai susitinka. Grafikų sankirtos taško koordinatės nusako kūnų susitikimo vietą ir laiką. Pavyzdžiui, iš 1.6.7 paveiksle pavaizduotų grafikų matyti, kad judantys kūnai susitiko praėjus 40 s nuo stebėjimo pradžios, o jų susitikimo vietos koordinatė buvo lygi –50 m.



1.6.8 pav.

Klausimai ir užduotys

1. Kurių fizikinių dydžių priklausomybę atskleidžia greičio grafikas?

2. Kurių fizikinių dydžių priklausomybę vaizduoja judėjimo grafikas?

3. Ką reiškia neigiama greičio projekcija; neigiama kūno koordinatė?

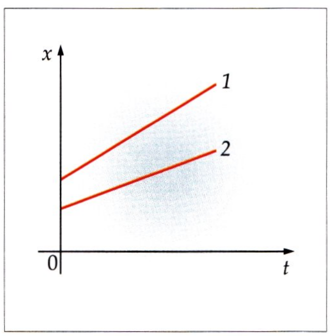
4. Remdamiesi 1.6.8 paveiksle pavaizduotais kūnų greičio grafikais, nurodykite:

a) kuo skiriasi *1* ir *3* kūno judėjimas;

b) kuris kūnas nejuda.

5. 1.6.9 paveiksle pavaizduoti dviejų kūnų judėjimo grafikai. Kurio kūno greitis didesnis? Atsakymą pagrįskite.

1.6.9 pav.



Mokomės spręsti uždavinius

Jonas ir Domas sėdo ant dviračių ir neskubėdami tuo pat metu pajudėjo upelio link. Pradinis atstumas tarp dviratininkų buvo 300 m. Domas važiavo 6 m/s, o Jonas – 3 m/s greičiu. Remdamiesi šiais duomenimis, atlikime tokias užduotis:

a) nustatykime, per kiek laiko Domas pavys Joną;
b) apskaičiuokime dviratininkų poslinkius tuo momentu, kai jie susitiko;
c) nubraižykime dviratininkų greičio grafikus.

Uždavinį išspręskime algebriniu ir grafiniu būdu.

t – ?	$x_{01} = 0$
s_1 – ?	$x_{02} = 300$ m
s_2 – ?	$v_1 = 6$ m/s
	$v_2 = 3$ m/s

Sprendimas

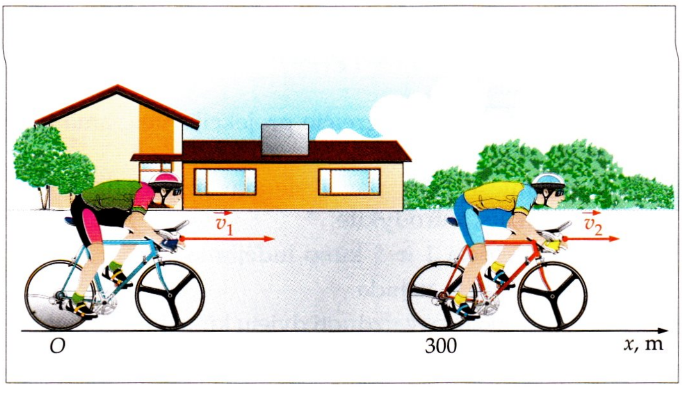
I. Algebrinis būdas

a) Pasirinkime atskaitos sistemą. Tarkime, kad atskaitos kūnas yra Domo išvykimo vieta, t. y. Domo namai (1.6.10 pav.). Kadangi vaikinai juda tiesiai, tai pasirenkame vieną koordinačių ašį Ox ir nukreipiame ją į tą pusę, kur link važiuoja vaikinai. Užrašome kinematines dviratininkų judėjimo lygtis:

$$x_1 = v_{1x}t \qquad \text{ir} \qquad x_2 = x_{02} + v_{2x}t.$$

Domo judėjimo greičio projekcija v_{1x} yra teigiama, nes greičio vektorius $\vec{v_1}$ nukreiptas į tą pačią pusę kaip ir koordinačių ašis Ox. Be to, greičio projekcija lygi greičio moduliui, nes greičio vektorius kolinearus su koordinačių ašimi. Jono judėjimo greičio pro-

1.6.10 pav.



jekcija taip pat teigiama, o jos modulis lygus Jono greičio moduliui.

Kai Domas pavys Joną, jų koordinatės susilygins:

$$x_1 = x_2,$$

todėl

$$v_1 t = x_{02} + v_2 t.$$

Iš čia išreiškiame dviratininkų susitikimo laiką:

$$t = \frac{x_{02}}{v_1 - v_2}.$$

Įrašę fizikinių dydžių vertes, gauname:

$$t = \frac{300\ \text{m}}{6\ \text{m/s} - 3\ \text{m/s}} = 100\ \text{s}.$$

b) Apskaičiuodami dviratininkų poslinkius, turime atsižvelgti į tai, kad dviratininkai nekeičia judėjimo krypties ir važiuoja tiesiai, todėl jų poslinkiai lygūs nueitam keliui:

$$s_1 = v_1 t, \qquad s_2 = v_2 t.$$

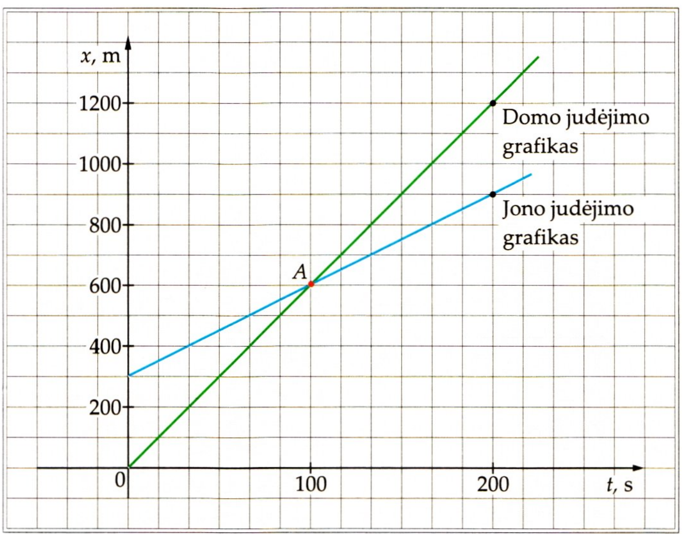
Įrašome dydžių vertes ir apskaičiuojame:

$$s_1 = 6\ \text{m/s} \cdot 100\ \text{s} = 600\ \text{m},$$
$$s_2 = 3\ \text{m/s} \cdot 100\ \text{s} = 300\ \text{m}.$$

Atsakymas: a) per 100 s; b) 600 m; 300 m.

II. Grafinis būdas

a) Žinome, kad tiesei nubrėžti pakanka dviejų taškų, todėl, norėdami nubraižyti dviratininkų judėjimo grafikus, pasirinkime du laiko momentus: pradinį ir po



1.6.11 pav.

200 s. Dviratininkų koordinates pradiniu laiko momentu žinome, tad reikia apskaičiuoti jų koordinates po 200 s:

$$x_1 = 6 \text{ m/s} \cdot 200 \text{ s} = 1200 \text{ m};$$
$$x_2 = 300 \text{ m} + 3 \text{ m/s} \cdot 200 \text{ s} = 900 \text{ m}.$$

Koordinačių plokštumoje pažymėję atitinkamus taškus ir per juos nubrėžę tieses, gauname Domo ir Jono judėjimo grafikus (1.6.11 pav.). Randame jų sankirtos taško A koordinates: $t = 100$ s, $x = 600$ m. Jos rodo, kad dviratininkai susitiko po 100 s nuo judėjimo pradžios, o jų susitikimo vietos koordinatė atskaitos kūno atžvilgiu buvo lygi 600 m.

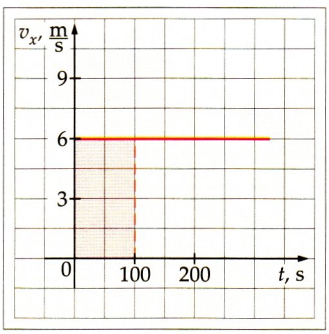
b) Iš grafiko matyti, kad Domo poslinkio modulis susitikimo momentu lygus 600 m. Atitinkamą Jono poslinkį iš grafiko randame taip: $s_2 = x_2 - x_{02}$. Taigi Jono poslinkio modulis lygus 300 m.

c) Braižydami greičio grafikus (1.6.12 ir 1.6.13 pav.), taip pat pasirenkame du laiko momentus ir juos atitinkančias greičio vertes. Pradiniu momentu ($t = 0$) Domo greitis buvo lygus 6 m/s, o Jono – 3 m/s. Kadangi dviratininkai važiavo tolygiai, tai jų greitis po 200 s buvo toks pat. Abiejų dviratininkų greičio grafikai yra lygiagretūs su koordinačių ašimi, kurioje atidėtos laiko vertės.

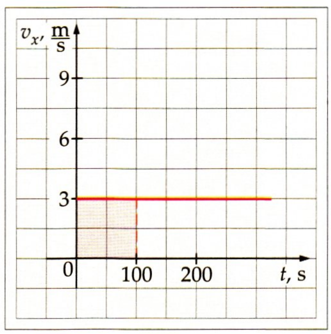
Primename, kad iš greičio grafiko galima sužinoti kūno poslinkio projekcijos skaitinę vertę. Antai dviratininkų poslinkio projekcijos skaitinės vertės momentu $t = 100$ s lygios rausva spalva pažymėtų stačiakampių plotams ($s_x = v_x t$).

Atsakymas: a) per 100 s; b) 600 m; 300 m.

1.6.12 pav.



1.6.13 pav.



Užduotys savarankiškam darbui

1. Iš Vìlniaus geležinkelio stoties į Kaũną išvyko du traukiniai. Pirmasis, pajudėjęs pusvalandžiu anksčiau, važiavo 36 km/h greičiu, antrasis – 20 m/s greičiu. Algebriniu ir grafiniu būdu nustatykite:

a) per kiek laiko antrasis traukinys pavys pirmąjį; (per 0,5 h)

b) kokiu atstumu nuo stoties antrasis traukinys pavys pirmąjį. (36 km)

2. Greitkeliu Vìlnius–Kaũnas vienas priešais kitą važiavo du automobiliai: iš Kaũno – 90 km/h, iš Vìlniaus – 110 km/h greičiu. Po 33 min prie degalinės jie susitiko ir važiavo toliau.

a) Apskaičiuokite atstumą nuo Vìlniaus iki Kaũno. (110 km)

b) Apskaičiuokite atstumą tarp automobilių, praėjus 15 min po jų susitikimo. (50 km)

c) Nubraižykite automobilių greičio grafikus ir iš jų nustatykite automobilių poslinkių per 0,5 h projekcijas.

3. Greta iš mokyklos išėjo į parduotuvę, o po 10 min paskui ją nusekė Martyna. Gretos judėjimas išreiškiamas lygtimi $x_1 = 0{,}4t$, Martynos – lygtimi $x_2 = 0{,}9t$.

a) Nustatykite, kuri mergaitė ėjo didesniu greičiu.

b) Nubraižykite mergaičių judėjimo grafikus.

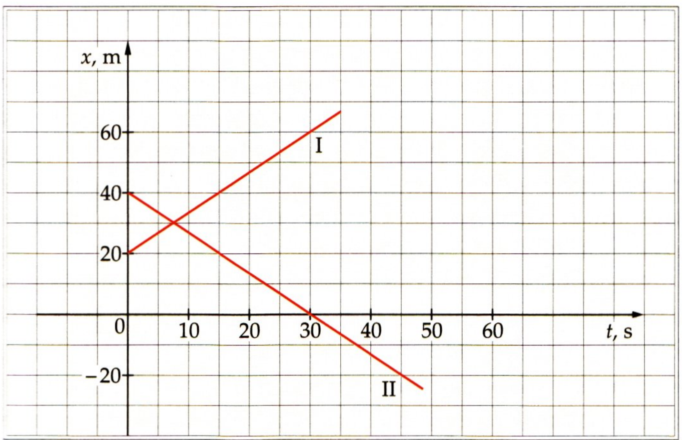
c) Nubraižykite mergaičių greičio grafikus.

d) Apskaičiuokite, per kiek laiko Martyna ir per kiek laiko Greta ateis į parduotuvę, jeigu nuo mokyklos iki parduotuvės yra 500 m. (Per 20,8 min; per 9,3 min)

4. Remdamiesi 1.6.14 paveiksle pavaizduotais kūnų judėjimo grafikais, atlikite tokias užduotis:

a) nustatykite kūnų susitikimo vietą ir laiką;

b) parašykite šių kūnų judėjimo lygtis.



1.6.14 pav.

5. Du motociklininkai važiuoja dviem statmenais keliais sankryžos link. Tam tikru momentu pirmasis motociklininkas, kurio greitis 27 km/h, yra 300 km atstumu nuo sankryžos. Antrajam motociklininkui tuo momentu iki sankryžos dar yra likę 450 m.

a) Apskaičiuokite antrojo motociklininko greitį, jeigu yra žinoma, kad sankryžą jis pasiekia 5 s vėliau už pirmąjį. (36 km/h)

b) Nubraižykite motociklininkų greičio grafikus.

6*. Kas sekundę vėžlys nueina pusę atstumo, buvusio tarp jo ir salotų kupstelio. Per kiek laiko vėžlys pasieks salotas? Nubraižykite vėžlio vidutinio greičio ir poslinkio priklausomybės nuo laiko grafikus.

1.7. Mechaninio judėjimo reliatyvumas

Pagrindinės sąvokos

Judė́jimo reliatyvùmas, padėtiẽs reliatyvùmas, rimtiẽs reliatyvùmas.

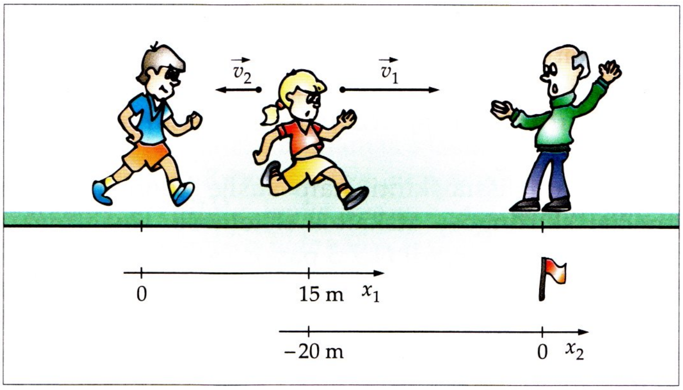
Tiese judančių kūnų judėjimo reliatyvumas

Reliatyvumo sąvoka vartojama ir buityje, ir fizikos moksle. Pavyzdžiui, įvairūs klausytojai tą patį muzikos kūrinį vertina skirtingai: vieniems jis patinka, kitiems sukelia neigiamas emocijas. Taigi skirtingų žmonių požiūris į tą patį kūrinį yra nevienodas, arba reliatyvus.

Fizikos moksle reliatyvumo sąvoka taip pat reiškia skirtingumą. To paties kūno padėtį, judėjimą, trajektoriją galima nagrinėti įvairiose atskaitos sistemose, judančiose viena kitos atžvilgiu. Akivaizdu, kad jie bus skirtingi.

Sprendžiant pagrindinį mechanikos uždavinį, būtina nurodyti, kurios atskaitos sistemos atžvilgiu jis nagrinėjamas. To nepadarius, sprendimas netenka prasmės, nes įvairiose atskaitos sistemose tas pats kūnas juda nevienodai. Galima rasti daugybę pavyzdžių, patvirtinančių šį teiginį.

Nagrinėkime bėgikų, per rudens kroso varžybas artėjančių prie finišo linijos, judėjimą (1.7.1 pav.). Šalia finišo linijos stovinčiam varžybų teisėjui atrodo, kad mergaitė bėga finišo linijos link v_1 = 5,5 m/s greičiu, o paskui ją bėgantis berniukas mano, jog mergaitė



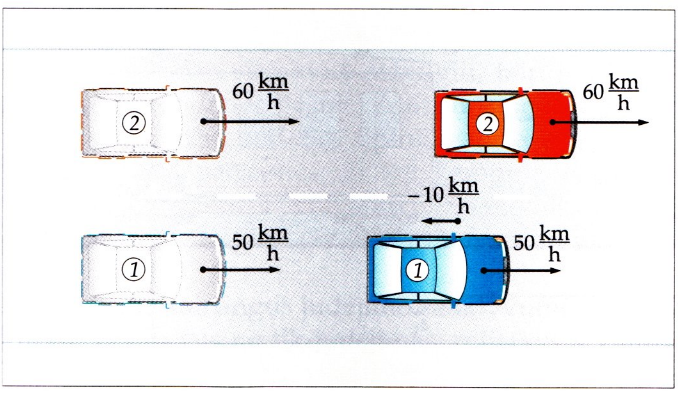
1.7.1 pav.

artėja prie jo $v_2 = -0{,}2$ m/s[1] greičiu. Mergaitės greitis skirtingų stebėtojų (skirtingų atskaitos sistemų) atžvilgiu yra nevienodas.

Nagrinėjamu momentu skiriasi ne tik mergaitės greitis, bet ir jos padėtis. Berniukui atrodo, kad mergaitė nutolusi nuo jo 15 m, o varžybų teisėjui – kad jį ir mergaitę skiria 20 m atstumas. Taigi reliatyvus ne tik mechaninis judėjimas, bet ir kūno padėtis.

Įsivaizduokime kitą kelyje dažnai pasitaikančią situaciją. Tarkime, kad du automobiliai važiuoja ta pačia kryptimi skirtingu greičiu: pirmasis – 50 km/h, antrasis – 60 km/h greičiu kelio atžvilgiu (1.7.2 pav.). Pirmojo automobilio vairuotojui atrodo, kad antrasis automobilis jį lenkia 10 km/h greičiu, o antrojo automobilio vairuotojas mano, jog pirmasis automobilis juda atgal 10 km/h greičiu. Visais šiais atvejais automobilių greičius nagrinėjome skirtingų atskaitos sistemų atžvilgiu. Iš pradžių atskaitos sistemą sutapatinome su keliu, paskui – su pirmojo automobilio vairuotoju, galiausiai – su antrojo automobilio vairuo-

1.7.2 pav.



[1] Greitis v_2 yra neigiamas, nes nukreiptas priešinga kryptimi negu koordinačių ašis.

toju. Skirtingų atskaitos sistemų atžvilgiu automobilių greitis buvo nevienodas.

Minėti pavyzdžiai rodo, kad ***kūnų greitis skirtingų atskaitos sistemų atžvilgiu yra reliatyvus (skirtingas).***

Norėdami išsiaiškinti, kaip susiję kūnų judėjimo greičiai skirtingose atskaitos sistemose, išnagrinėkime dar vieną pavyzdį (1.7.3 pav.). Tiesiu geležinkelio ruožu traukinys važiuoja tolygiai greičiu $\vec{v}_1$ Žemės atžvilgiu, o vagone esantis keleivis eina pastoviu greičiu $\vec{v}_2$ vagono atžvilgiu. Greičiai $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}_2$ yra tos pačios krypties. Per mažą laiko tarpą Δt vagono poslinkis Žemės atžvilgiu lygus $\vec{s}_1$. Per tą patį laiko tarpą keleivio poslinkis vagono atžvilgiu yra $\vec{s}_2$. Tada keleivio poslinkis Žemės atžvilgiu bus lygus šių poslinkių sumai:

$$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2. \quad (1.9)$$

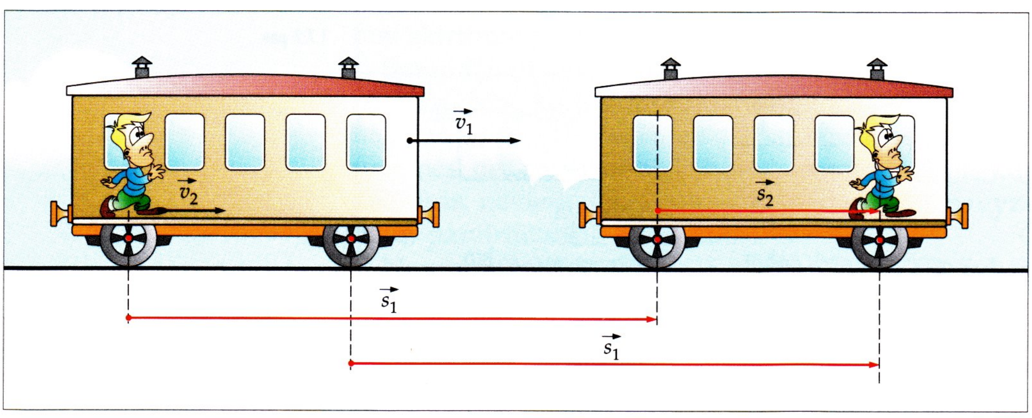
Žinome, kad tiesiai ir tolygiai judančio kūno poslinkis lygus kūno greičio ir laiko, per kurį tas poslinkis atliktas, sandaugai. Atsižvelgę į tai, galime susieti kūnų greičius skirtingose atskaitos sistemose:

$$\vec{v}\Delta t = \vec{v}_1\Delta t + \vec{v}_2\Delta t. \quad (1.10)$$

Šioje formulėje $\vec{v}$ yra keleivio greitis Žemės atžvilgiu. Abi (1.10) lygybės puses padaliję iš laiko Δt, gausime formulę, siejančią kūnų greičius skirtingose atskaitos sistemose:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2. \quad (1.11)$$

1.7.3 pav.



Sužinojome, kad keleivio greitis $\vec{v}$ atskaitos sistemoje, susietoje su Žeme, lygus keleivio greičio $\vec{v}_2$ atskaitos sistemoje, susietoje su vagonu, ir vagono greičio $\vec{v}_1$ Žemės atžvilgiu sumai. Dėsnis, išreiškiamas (1.11) formule, vadinamas klasikiniu ***greičių sudėties dėsniu. Kūno greitis nejudančios atskaitos sistemos atžvilgiu lygus geometrinei sumai dviejų greičių: kūno greičio judančios atskaitos sistemos atžvilgiu ir judančios atskaitos sistemos greičio nejudančios sistemos atžvilgiu.***

Nagrinėjamoje situacijoje greičių vektoriai yra nukreipti viena tiese. Todėl, norėdami apskaičiuoti keleivio greičio Žemės atžvilgiu modulį, turime prie vagono greičio Žemės atžvilgiu modulio pridėti keleivio greičio vagono atžvilgiu modulį:

$$v = v_1 + v_2. \qquad (1.12)$$

Jei keleivis eitų vagonu priešinga kryptimi, tai jo greitis Žemės atžvilgiu būtų lygus vagono greičio Žemės atžvilgiu ir keleivio greičio vagono atžvilgiu skirtumui.

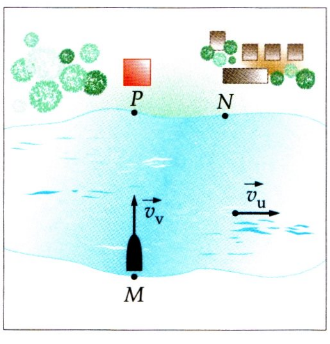
Judėjimo reliatyvumas reiškiasi kūnams judant ne tik viena tiese, bet ir tam tikru kampu vienas kito atžvilgiu. Praktikoje šį klausimą dažnai tenka spręsti plaukiant laivu, skrendant lėktuvu. Minėtais atvejais transporto priemonės judėjimą veikia vandens tėkmė, oro srautai (vėjas). Į šoninį vėjo ar upės tėkmės greitį reikia atsižvelgti.

Tarkime, kad prie upės gyvenantis žmogus valtimi nori nuvykti į parduotuvę, esančią kitame upės krante. Akivaizdu, kad, iš taško M plaukdamas statmenai krantui, jis nepateks į tašką P. Upės tėkmė valtį nuneš pasroviui į tašką N (1.7.4 pav.). Norėdamas patekti į tašką P, žmogus turi plaukti ne statmenai upės tėkmei, o tam tikru kampu jos atžvilgiu.

Šiuo atveju apskaičiuojant kūno greitį kranto (nejudančios atskaitos sistemos) atžvilgiu, taip pat taikomas greičių sudėties dėsnis. Apibendrindami galime teigti, kad greičių sudėties dėsnis galioja ir tada, kai kūnai juda ta pačia tiese ir kai kampu vienas kito atžvilgiu. Tik pastaruoju atveju greičio modulis apskaičiuojamas sudėtingiau (žr. uždavinio sprendimo pavyzdį).

Aptarėme skirtingus judėjimo reliatyvumo atvejus. Tačiau reliatyvus ne tik judėjimas, reliatyvi ir rimtis. Valtimi plaukiantis žmogus juda kranto ir upės tėk-

1.7.4 pav.



mės atžvilgiu, bet nejuda valties korpuso atžvilgiu. Jei kurioje nors koordinačių sistemoje kūnas nejuda, tai egzistuoja ir tokios atskaitos sistemos, kurių atžvilgiu jis juda.

Klausimai ir užduotys ??

1. Kas yra judėjimo reliatyvumas? Pateikite jo pavyzdžių.

2. Kaip juda varžybų teisėjas (1.7.1 pav.) bėgančios mergaitės atžvilgiu?

3. Dirva 3 km/h greičiu važiuoja kombainas, o šalia jo – sunkvežimis, į kurio priekabą iš kombaino byra runkeliai. Kurių kūnų atžvilgiu kombainas ir sunkvežimis juda, o kurių kūnų atžvilgiu nejuda?

4. Vaikai dažnai mėgsta važinėtis eskalatoriumi. Kaip vaikas turėtų eiti eskalatoriaus atžvilgiu, kad Žemės atžvilgiu nejudėtų? Išnagrinėkite du atvejus: kai eskalatorius kyla ir kai leidžiasi.

5. Dviratininkas važiuoja 30 km/h greičiu, o vėjas jam į nugarą pučia 4 m/s greičiu. Koks yra vėjo greitis atskaitos sistemos, susietos su dviratininku, atžvilgiu?

6. Remdamiesi 1.7.4 paveikslu, nustatykite, kuria kryptimi (miško ar gyvenvietės link) turi irkluoti valtimi plaukiantis žmogus, kad patektų į parduotuvę (tašką *P*). Atsakymą pagrįskite.

7*. Du sekliai plaukė laiveliu pasroviui 12 km/h greičiu upės tėkmės atžvilgiu. Sekliui Jonui vėjas nupūtė kepurę, tačiau seklys Petras liepė Jonui į tai nekreipti dėmesio. Po 10 min Jonas prisiminė, kad jo kepurėje paslėpti svarbūs dokumentai. Tada sekliai nusprendė plaukti atgal ir ieškoti kepurės. Irkluodami prieš srovę, kepurę jie rado už 1200 m nuo tos vietos, kur vėjas ją nupūtė. Remdamiesi šiuo pasakojimu, apskaičiuokite:

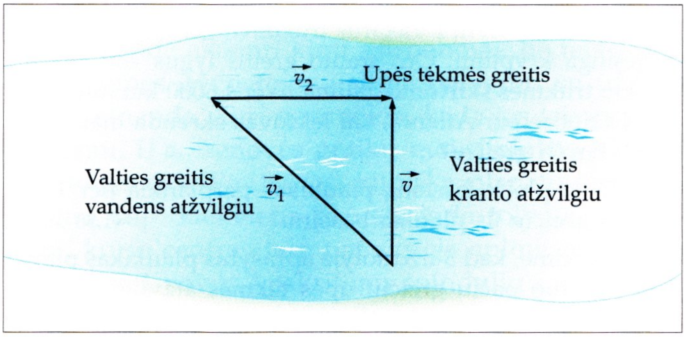
a) upės tėkmės greitį; (3,6 km/h)

b) seklių įveiktą kelią. (4 km)

Mokomės spręsti uždavinius

Žvejys nori valtimi perplaukti upę trumpiausiu keliu. Tarkime, kad valties greitis vandens atžvilgiu lygus 6 km/h, upės tėkmės greitis 4 km/h, upės plotis 150 m. Per kiek laiko žvejys valtimi perplauks upę?

t – ?	v_1 = 6 km/h = 1,7 m/s v_2 = 4 km/h = 1,1 m/s s = 150 m



1.7.5 pav.

Sprendimas

Kai valtis perplaukia upę trumpiausiu keliu, jos poslinkio modulis kranto atžvilgiu lygus upės pločiui: $s = l$. Tačiau, norėdamas valtimi taip perplaukti upę, žvejys turės irkluoti prieš srovę tokiu kampu, kad jo irklavimo greičio ir upės tėkmės greičio sumos kryptis sutaptų su norima plaukti kryptimi (1.7.5 pav.). Iš greičių trikampio matyti, kad valties greičio $\vec{v}$ kranto atžvilgiu modulis

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2}.$$

Žinodami greičio išraišką, galime rasti laiką, per kurį žvejys valtimi perplauks upę:

$$t = \frac{l}{v} = \frac{l}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}.$$

Įrašę dydžių vertes, gauname:

$$t = \frac{150\ \text{m}}{\sqrt{(1{,}7\ \text{m/s})^2 - (1{,}1\ \text{m/s})^2}} = 115{,}7\ \text{s}.$$

Atsakymas: per 115,7 s.

Užduotys savarankiškam darbui

1*. Lėktuvas kyla aukštyn 190 km/h greičiu. Jo judėjimo trajektorija sudaro 80° kampą su vertikale. Apskaičiuokite:

a) lėktuvo greičio vertikaliąją bei horizontaliąją dedamąją; (33 km/h ir 187 km/h)

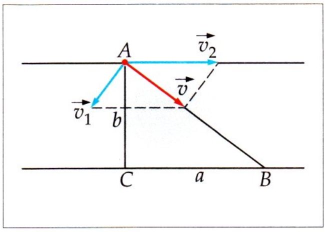
b) laiką, per kurį lėktuvas pakils į 1 km aukštį. (1,8 min)

2. Per Antrąjį pasaulinį karą karinės aviacijos lakūnai atrado atmosferos srautus. Buvo pastebėta, kad skrydžiai

per Atlantą iš Rytų į Vakarus trukdavo gerokai ilgiau nei priešinga kryptimi. Oro srauto greitis lygus 400 km/h. Kokio trukmės skirtumo galima tikėtis 6000 km nuotolio skrydžiuose per Atlantą, kai lėktuvas skrenda maždaug 1000 km/h greičiu? (5,71 h)

3. 20 m pločio baseiną plaukikas perplaukia per 15 s. Kokiu greičiu jis plaukia baseinu? (1,33 m/s)

4. Tarkime, kad 3 užduotyje aprašytas plaukikas plaukia upe tuo pačiu greičiu upės tėkmės atžvilgiu. Upės tėkmės greitis lygus 1 m/s. Kokiu greičiu upės krantų atžvilgiu plaukikas plaukia pasroviui; prieš srovę? (2,33 m/s; 0,33 m/s)



1.7.6 pav.

5*. Žmogus turi perplaukti upę valtimi iš vietovės A į vietovę B (1.7.6 pav.). Atstumas $BC = a = 400$ m, upės plotis $AC = b = 300$ m. Upės tėkmės greitis $v_2 = 1$ m/s.

a) Kokia kryptimi vandens atžvilgiu turi plaukti žmogus, kad jo greitis būtų mažiausias? Apskaičiuokite tą greitį. (0,6 m/s)

b) Kiek laiko žmogus plauks? (625 s)

6. Nevėjuotą dieną lietaus lašai ant tolygiai važiuojančio traukinio lango palieka pėdsakus, sudarančius su stačiąja kryptimi 60° kampą. Koks lašų greitis Žemės atžvilgiu, jei traukinys juda 36 km/h greičiu? (5,8 m/s)

1.8. Atskaitos sistemos astronomijoje

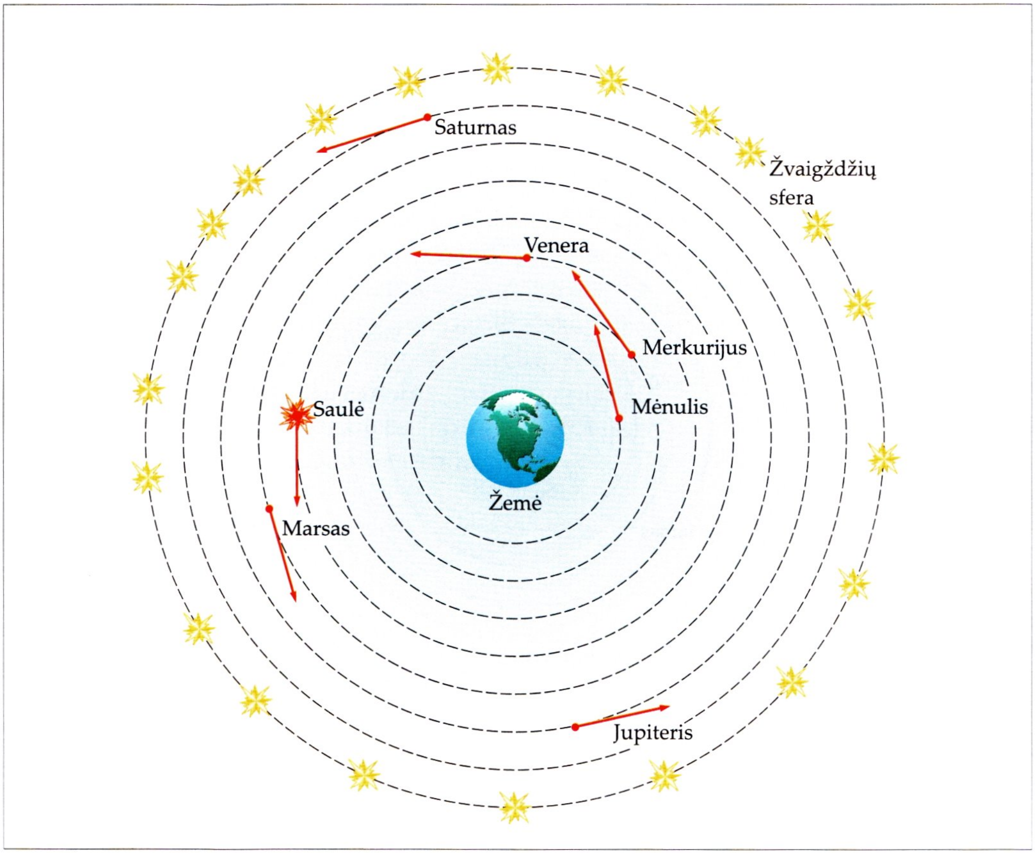
Šiek tiek žinių apie astronomiją įgijote ankstesniais mokslo metais. Dabar jau žinomus astronomijos dalykus aptarkime vienu aspektu – atsižvelgdami į atskaitos sistemas. Nagrinėjant mechaninį kūnų judėjimą, atskaitos sistemos pasirenkamos laisvai. Žmonės jau senovėje stebėjo Saulės, žvaigždžių ir kitų dangaus kūnų judėjimą. Plečiantis susisiekimui jūromis, reikėjo mokėti orientuotis pagal dangaus šviesulius. Slinkdamos dangaus skliautu, planetos brėžia kilpas. Aiškinant planetų judėjimą, buvo laikomasi nuomonės, kad Žemė nejuda. IV a. pr. Kr. graikų filosofas Aristotelis manė, kad kiekviena planeta yra pritvirtinta prie krištolinės sferos, o visos sferos sudėtos viena į kitą ir sukasi apie rutulio formos Žemę. Prie viršutinės, pačios tolimiausios, sferos prisikabinusios žvaigždės.

Kodėl žmonės nepastebi Žemės judėjimo, dar I a. pr. Kr. bandė aiškinti kinų astronomai. Jie teigė, kad visus Žemės gyventojus galima palyginti su uždaro laivo komanda, kuri nesuvokia, kada jos laivas juda.

Vėliau, II a., senovės graikų mokslininkas Klaudijas Ptolemajas (*Ptolemaios*) kilpišką planetų judėjimą aiškino taip: kiekviena planeta juda tolygiai apskritimu, kurio centras taip pat skrieja aplink nejudamą Žemę (1.8.1 pav.). Apskritimų spindulių santykius ir planetų skriejimo periodus Ptolemajas parinko tokius, kad pasirodė įmanoma iš anksto apskaičiuoti planetų padėtį danguje. Pasaulio sistema, kurios centre yra Žemė, vadinama geocentrine (gr. *ge* – žemė).

Įdomu tai, kad Ptolemajo gyvenimo laikotarpiu atsirado mokslininkų, manančių, kad Žemės negalima laikyti nejudančia atskaitos sistema. Pavyzdžiui, žinomas senovės Romos oratorius ir filosofas Ciceronas (*Cicero*), apibendrindamas kitų mokslininkų nuomonę, teigė, jog visi dangaus kūnai nejuda, o juda tik Žemė ir Mėnulis.

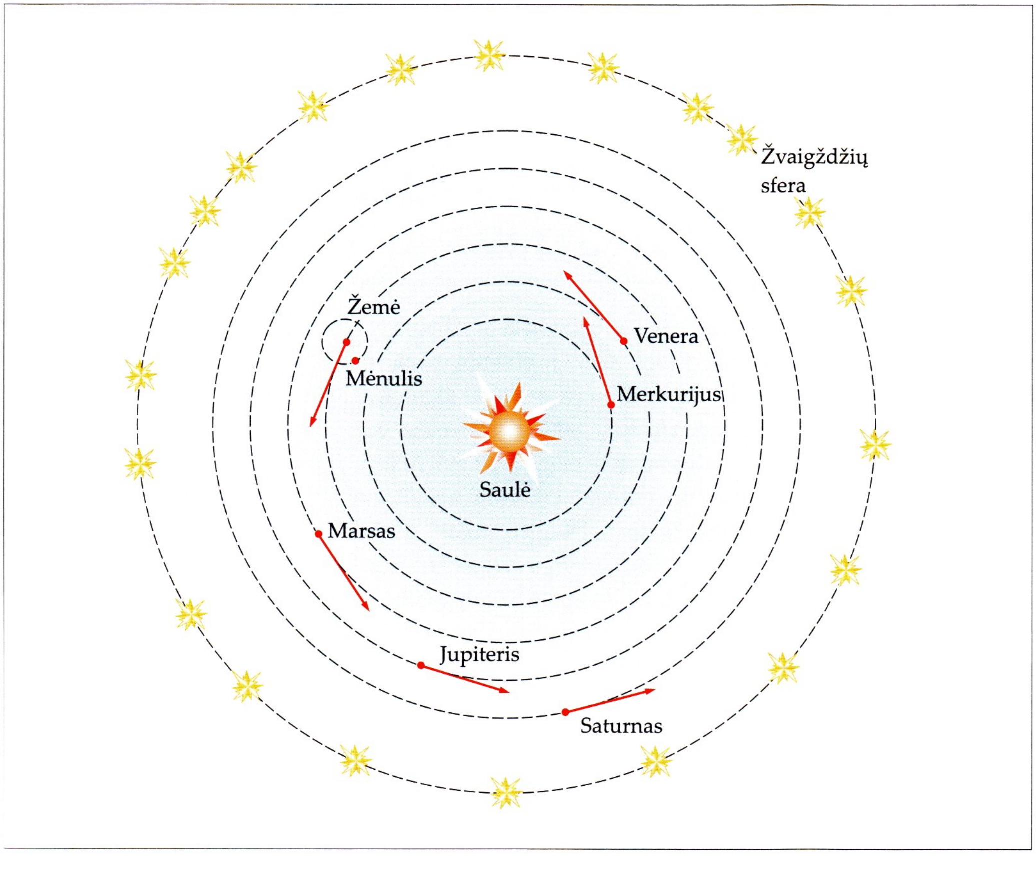
1.8.1 pav.

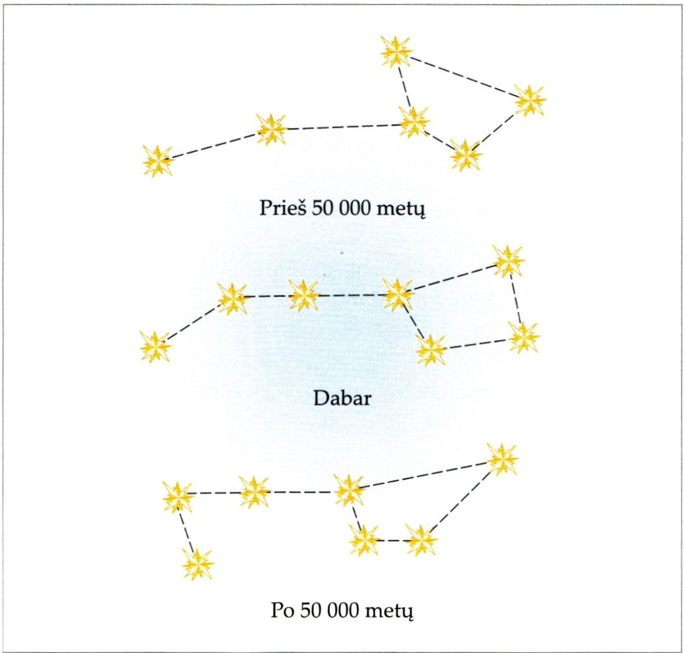


XV a. Mikalojus Kopernikas (*Mikołaj Kopernik*) pasiūlė naują Visatos modelį, pagal kurį centre yra Saulė (1.8.2 pav.). Ši pasaulio sistema buvo pavadinta heliocentrine (gr. *helios* – Saulė). Žemė – viena iš Saulės sistemos planetų, skriejančių aplink Saulę. Kopernikas išaiškino, kad diena ir naktis keičiasi dėl Žemės sukimosi apie savo ašį, o metų laikų kaita priklauso nuo Žemės ašies pasvirimo į jos orbitos plokštumą ir metinio Žemės skriejimo aplink Saulę.

Mechanikos mokslo požiūriu abi atskaitos sistemos, tiek susieta su Žeme, tiek – su Saule, yra lygiavertės. Skirtumas tik tas, kad vienu atveju reiškiniai nagrinėjami Žemės atžvilgiu, kitu – Saulės atžvilgiu. Šių dienų mechanikoje sėkmingai naudojamos abi atskaitos sistemos. Tiriant dirbtinių Žemės palydovų, raketų, paleistų į Mėnulį, judėjimą, atskaitos sistema pasirenkama Žemė. Nejudančia atskaitos sistema ji laikoma ir tada, kai kalbama apie reiškinius, vykstančius Žemės paviršiuje, mus supančioje aplinkoje. Jei nagrinėjamas ra-

1.8.2 pav.

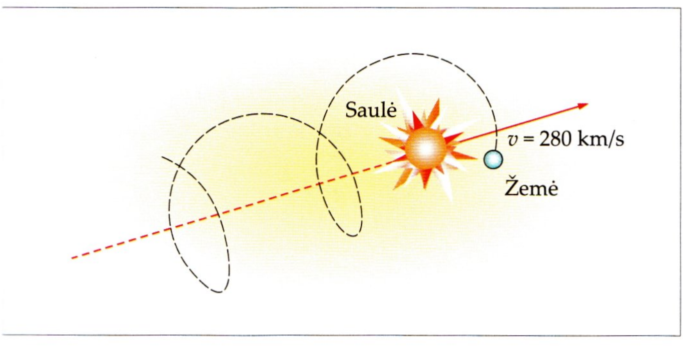




1.8.3 pav.

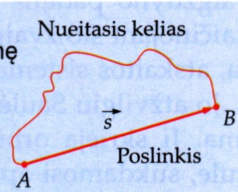
ketų, skriejančių į kitas planetas, judėjimas, nejudančia atskaitos sistema pasirenkama Saulė.

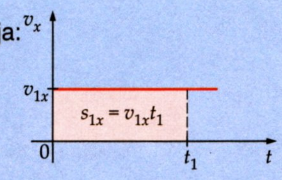
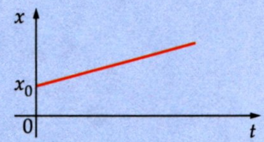
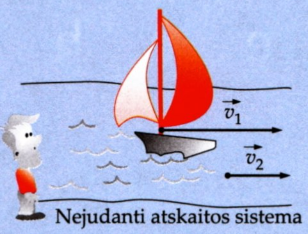
Kartais mechaniniam judėjimui tyrinėti netinka nei su Žeme, nei su Saule susieta atskaitos sistema. Pavyzdžiui, pastebėta, kad Didžiųjų Grįžulo Ratų žvaigždyno padėtis laikui bėgant kinta (1.8.3 pav.). Skaičiuojant šio žvaigždyno žvaigždžių padėties kitimą, atskaitos sistema tapatinama su Galaktikos centru. Jo atžvilgiu Saulė jau nėra nejudanti atskaitos sistema. Ji skrieja orbita 280 km/s greičiu. Kartu su Saule, sukdamosi apie ją, juda jos sistemos planetos. Žemės judėjimo orbita primena spiralę (1.8.4 pav.), kurios ašis sutampa su Saulės orbita.



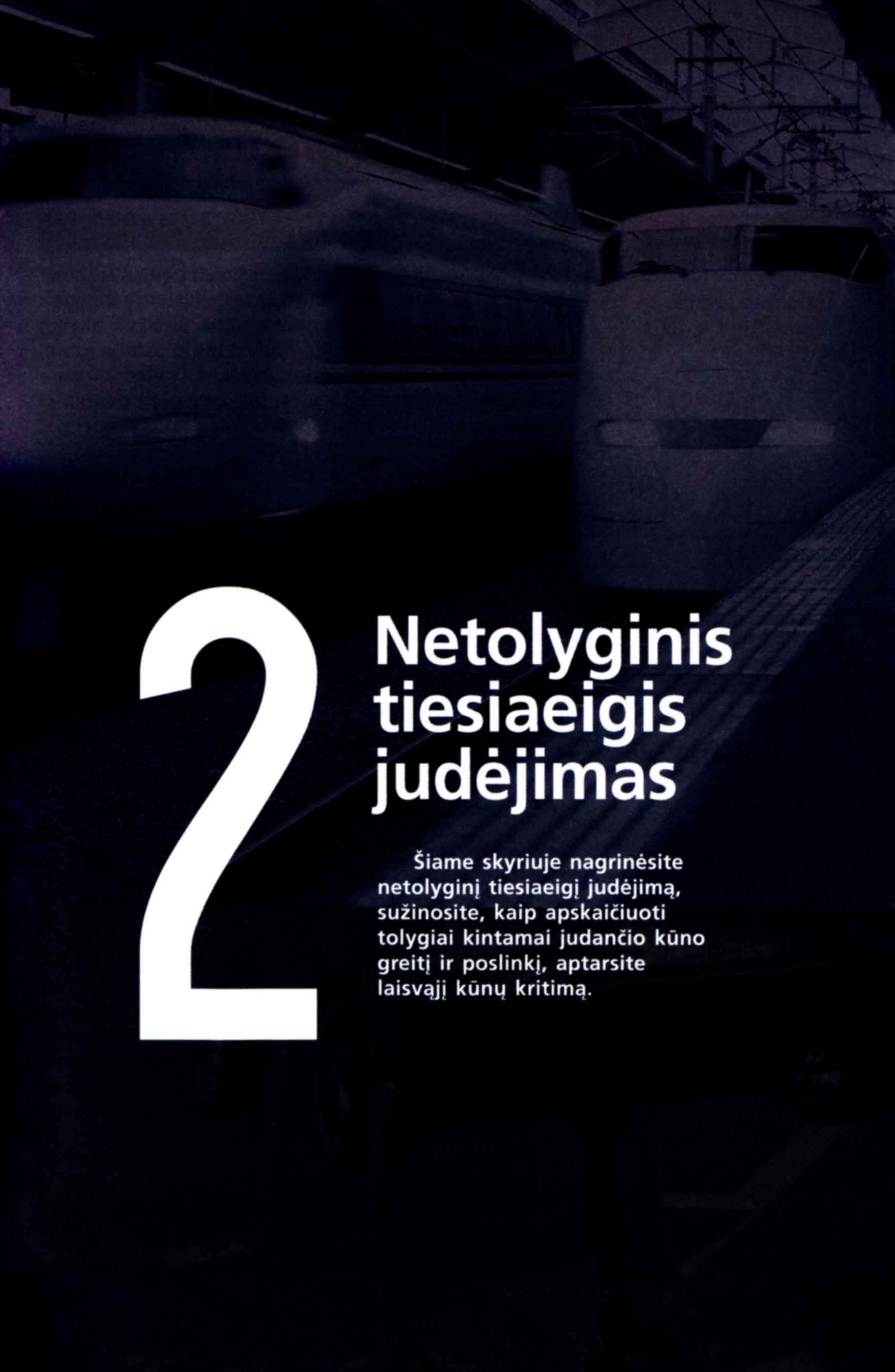
1.8.4 pav.

Skyriaus „Bendros žinios apie judėjimą" apibendrinimas

Mechaninis judėjimas	Mechaniniu judėjimu vadinamas kūno padėties kitimas erdvėje kitų kūnų atžvilgiu laikui bėgant.
Pagrindinis mechanikos uždavinys	Pagrindinis mechanikos uždavinys – nustatyti kūno padėtį erdvėje bet kuriuo laiko momentu. Sprendžiant pagrindinį mechanikos uždavinį, nereikia nurodyti atskirų kūno taškų padėties, kai: • kūno matmenys yra daug kartų mažesni už jo nueitą atstumą, t. y. kai kūną pasirinktomis judėjimo sąlygomis galima laikyti materialiuoju tašku; • visi to kūno taškai juda vienodai, t. y. kai kūnas slenka.
Atskaitos sistema	Norint nustatyti kūno padėtį erdvėje (išspręsti pagrindinį mechanikos uždavinį), reikia pasirinkti atskaitos sistemą. Ją sudaro: • atskaitos kūnas; • koordinačių sistema; • laiko matavimo prietaisas.
Kūno poslinkis	Kryptinė tiesės atkarpa, jungianti pradinę kūno padėtį su galine jo padėtimi, vadinama kūno poslinkiu. 
Tolyginis tiesiaeigis judėjimas	Tolyginiu tiesiaeigiu judėjimu vadiname tokį kūno judėjimą tiesia trajektorija, kai jo poslinkiai per bet kuriuos lygius laiko tarpus yra vienodi.
Tolyginio tiesiaeigio judėjimo greitis	Tolyginio tiesiaeigio judėjimo greičiu vadinamas pastovus dydis, lygus kūno poslinkio per bet kurį laiko tarpą ir to laiko tarpo santykiui: $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$.

Tolyginio tiesiaeigio judėjimo grafinis vaizdavimas	Tolyginį tiesiaeigį judėjimą vaizduoja: • greičio grafikas, iš kurio galima nustatyti: a) kūno greitį bet kuriuo laiko momentu; b) kūno poslinkį;  • judėjimo grafikas, iš kurio galima sužinoti: a) kūno koordinatę; b) kūno greitį. 
Mechaninio judėjimo reliatyvumas	Mechaninis judėjimas reliatyvus – kūno poslinkis ir greitis įvairiose atskaitos sistemose, judančiose viena kitos atžvilgiu, yra nevienodas.
Greičių sudėties dėsnis	Kūno greitis $\vec{v}$ nejudančios atskaitos sistemos atžvilgiu lygus geometrinei sumai dviejų greičių: kūno greičio $\vec{v}_1$ judančios atskaitos sistemos atžvilgiu ir judančios atskaitos sistemos greičio $\vec{v}_2$ nejudančios sistemos atžvilgiu: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. 


Mechanika



2 Netolyginis tiesiaeigis judėjimas

Šiame skyriuje nagrinėsite netolyginį tiesiaeigį judėjimą, sužinosite, kaip apskaičiuoti tolygiai kintamai judančio kūno greitį ir poslinkį, aptarsite laisvąjį kūnų kritimą.

2.1. Netolygiai judančio kūno greitis

Pagrindinės sąvokos

Netolýginis judė́jimas, vidutìnis greĩtis, momeñtinis greĩtis.

Netolyginis judėjimas

Skaitydami 1 skyrių, mokėtės spręsti pagrindinį mechanikos uždavinį, kai kūnai judėjo tiesiai ir tolygiai. Tačiau toks judėjimas pasitaiko gana retai. Iš tikrųjų dažniau susiduriame su judėjimu, kurio greitis kinta. Pavyzdžiui, einant mokyklos koridoriumi, pastovų greitį išlaikyti sunkiai pavyksta (ypač per pertraukas). Iš namų į mokyklą, parduotuvę ar pas draugus taip pat einame netolygiai. Išlaikyti pastovų žingsnių tempą nelengva. Stebėdami eismą gatvėse, galime nesunkiai įsitikinti, kad automobilių greitis kinta. Kai kelias tuščias, automobiliai važiuoja didindami greitį, o, atsiradus kliūčiai, greitį sumažina. Greitėdami krinta lietaus lašai, medžių lapai, iš rankų išsprūdę daiktai. Jei kūno greitis ilgainiui kinta, tai per lygius laiko tarpus kūnas pasislenka nevienodai. ***Mechaninis judėjimas, kai kūno poslinkiai per lygius laiko tarpus nėra vienodi, vadinamas netolýginiu judė́jimu.***

Kintant kūno greičiui, pagrindinį mechanikos uždavinį spręsti yra sudėtingiau. Norint nustatyti tokio kūno padėtį bet kuriuo laiko momentu, reikia įgyti daugiau žinių. Pirmiausia mokysimės rasti netolygiai judančio kūno greitį bet kuriuo laiko momentu.

Vidutinis greitis

Kai kūnas juda netolygiai, paprastai skaičiuojamas ***vidutìnis*** jo ***greĩtis***. Sakykime, automobilis per 2 h greitkeliu nuvažiavo 140 km. Taigi vidutinis jo greitis šiame kelyje buvo 70 km/h. Savaime suprantama, jog automobilio greitis greitkelyje kito. Šiek tiek laiko vairuotojas ilsėjosi aikštelėje. Tam tikrais momentais automobilis važiavo didžiausiu leistinu 110 km/h greičiu. Apskaičiuodami vidutinį jo greitį, į tai neatsižvelgiame. Tariame, kad automobilis važiavo tolygiai ir per kiekvieną valandą įveikė 70 km. Vadinasi, vidutinio greičio negalime tapatinti su kūno greičiu konkrečiu laiko momentu ar su greičiu kuriame nors kelio ruože.

Vidutinis greitis apskaičiuojamas dalijant kūno nueitą kelią iš jo judėjimo laiko. Vidutinio greičio mo-

dulis rodo, kokio ilgio kelią kūnas vidutiniškai nueina per laiko vienetą. Kai kūnas juda tiesiai, jo nueitas kelias lygus poslinkio ilgiui. Tada vidutinis kūno greitis rodo, kam vidutiniškai lygus kūno poslinkis per laiko vienetą:

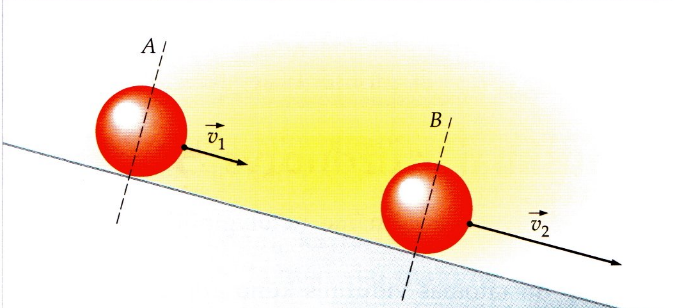
$$\vec{v}_{\text{vid}} = \frac{\vec{s}}{t}. \tag{2.1}$$

Pagal (2.1) formulę galima rasti kūno poslinkį tik tame kelio ruože, kuriame žinomas vidutinis kūno greitis, tačiau ji netinka nagrinėto automobilio poslinkiui per 1 h, 3 h ir t. t. skaičiuoti. Vadinasi, žinant vidutinį kūno greitį, nepavyks apskaičiuoti kūno poslinkio ir koordinačių bet kuriuo laiko momentu.

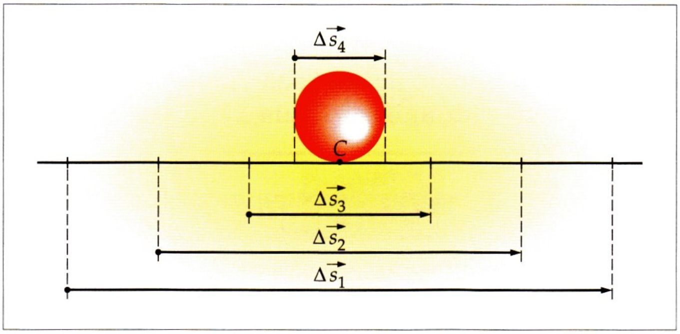
Momentinis greitis

Mechaninis judėjimas yra tolydus. Nei judančio kūno koordinatė, nei greitis negali keistis šuoliais. Pavyzdžiui, rutuliukui judant iš padėties *A* į padėtį *B*, jo greitis kinta (2.1.1 pav.). Tarkime, kad padėtyje *A* jis buvo lygus 2 m/s, o padėtyje *B* padidėjo iki 5 m/s. Trajektorijos dalyje *AB* judantis rutuliukas negalėjo praleisti nė vieno taško. Šiame kelio ruože jo greitis įgijo visas vertes nuo 2 m/s iki 5 m/s, taigi kiekviename trajektorijos taške ir kiekvienu laiko momentu rutuliukas turėjo tam tikrą greitį. ***Kūno greitis konkrečiu laiko momentu arba kuriame nors trajektorijos taške vadinamas momentiniu greičiu.***

Kaip apskaičiuojamas netolygiai judančio kūno momentinis greitis? Sakykime, norime sužinoti netolygiai judančio rutuliuko momentinį greitį taške *C* (2.1.2 pav.). Pasinaudokime žiniomis apie vidutinio greičio skaičiavimą. Taško *C* aplinkoje išskirkime nedidelę trajektorijos dalį (atitinkančią mažą rutuliuko poslinkį $\Delta\vec{s}_1$). Žinodami laiką, per kurį rutuliukas



2.1.1 pav.



2.1.2 pav.

pasislinko šį atstumą, galime rasti vidutinį rutuliuko greitį išskirtame kelio ruože. Mažinant trajektorijos dalį, mažės ir kūno poslinkis ($\Delta\vec{s}_2$, $\Delta\vec{s}_3$). Mažesniame trajektorijos ruože rutuliuko greitis spės pakisti mažesniu dydžiu. Labai mažame trajektorijos ruože ($\Delta\vec{s}_4$), artimiausioje taško *C* aplinkoje, rutuliuko greičio pokytis bus toks mažas, kad jo galėsime nepaisyti. Todėl galima manyti, kad mažoje trajektorijos dalyje rutuliuko greitis yra pastovus, o judėjimas – tolyginis. Rutuliuko greitį taške *C* vadiname momentiniu greičiu.

Momentinis greitis lygus kūno mažo poslinkio $\Delta\vec{s}$ trajektorijos ruože, kuriam priklauso nagrinėjamas taškas, ir mažo laiko tarpo Δt, per kurį atliekamas tas poslinkis, santykiui:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}. \qquad (2.2)$$

Momentinis greitis yra vektorinis dydis. Jo kryptis sutampa su poslinkio kryptimi.

Susipažinome su algebriniu momentinio greičio skaičiavimo būdu. Praktikoje transporto priemonės (automobilio, motociklo) momentinį greitį galima nustatyti daug papraščiau. Pakanka žvilgtelėti į joje įtaisytą greičio matavimo prietaisą – spidomètrą. Jis rodo transporto priemonės greitį konkrečiu laiko momentu ir konkrečiame trajektorijos taške. Įsidėmėkite, kad spidometras rodo tik momentinio greičio modulį.

Klausimai ir užduotys

1. Kokį judėjimą vadiname netolyginiu? Pateikite jo pavyzdžių.

2. Kaip nustatomas vidutinis kūno greitis?

3. Yra žinoma, kad netolygiai judančio kūno vidutinis greitis 10 km ilgio trajektorijos ruože buvo 60 km/h. Ar galima teigti, kad tokiu pat vidutiniu greičiu kūnas judėjo ir 5 km ilgio kelio ruožu? Kodėl?

4. Kaip apskaičiuojamas momentinis kūno greitis?

5. Apskaičiuokite vidutinį šių kūnų greitį:

a) žmogaus, kuris 100 m ilgio distanciją nubėga per 10 s; (10 m/s)

b) moters, kuri 100 m nuplaukia per 59 s; (≈1,7 m/s)

c) žygeivių, 5 km nueinančių per 1 h. (≈1,4 m/s)

6. Motociklininkas iš Ramýgalos į Pãnevėžį važiavo 80 km/h, o atgal – 60 km/h greičiu. Koks buvo vidutinis motociklininko greitis[1]? (≈68,6 km/h)

7. Grįžęs iš turistinės kelionės po Alpių kalnus, Domas pasakojo savo įspūdžius klasės draugams. Berniukas prisiminė varginančią kelionės pradžią, kai, kildamas į kalną, autobusas važiavo tik 30 km/h greičiu. Leistis nuo kalno buvo daug maloniau – tuo pačiu kelio ruožu autobusas riedėjo net 90 km/h greičiu. Apibendrindamas savo pasakojimą, Domas teigė, kad vidutinis autobuso greitis visame kelyje buvo 60 km/h. Išsiaiškinkite:

a) kodėl Domas apsiriko;

b) koks iš tikrųjų buvo vidutinis autobuso greitis. (45 km/h)

8. Dviratininkas pusę viso kelionės laiko važiavo 20 km/h greičiu, paskui pusę likusio kelio – 16 km/h greičiu, o, sugedus dviračiui, kelionę baigė pėsčias 4 km/h greičiu. Apskaičiuokite vidutinį dviratininko greitį. (13,2 km/h)

[1] Kūno vidutinio greičio negalima skaičiuoti taikant aritmetinio vidurkio formulę $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$.

2.2. Tolygiai kintamai judančio kūno greitis

Pagrindinės sąvokos

Netolýgiai kiñtamas judė́jimas,
tolýgiai kiñtamas judė́jimas,
pãgreitis,
tolýgiai greitė́jantis judė́jimas,
tolýgiai lėtė́jantis judė́jimas.

Netolygiai kintamas judėjimas

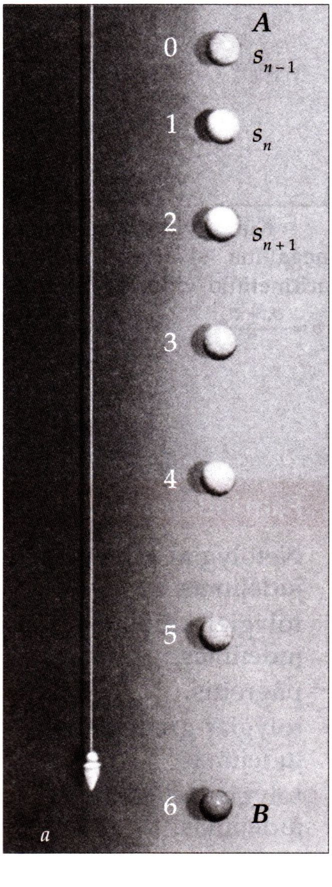
Tolygiai judančio kūno greitis laikui bėgant yra pastovus, o judančio netolygiai – nuolat kinta. Kartais netolygiai judančio kūno greitis per lygius laiko tarpus pakinta vienodai, kartais – skirtingai. Mus supančioje aplinkoje dažniausiai matome kūnus, kurių greitis per lygius laiko tarpus pakinta nevienodai.

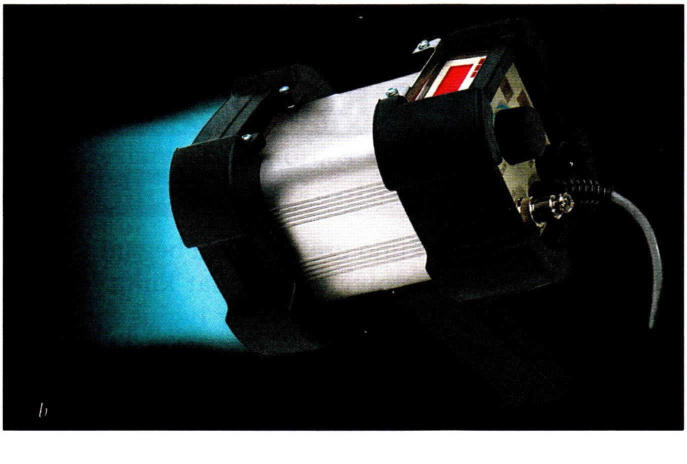
Prisiminkime jau minėtus judėjimo pavyzdžius. Mieste, kur eismas intensyvus, automobilio vairuotojui sunku tolygiai didinti arba mažinti greitį. Mokiniams nepavyksta vienodu tempu greitėti per pertraukas mokyklos koridoriuje. ***Judėjimas, kurio metu kūno greitis per bet kuriuos lygius laiko tarpus pakinta nevienodai, vadinamas netolýgiai kiñtamu judéjimu.***

Tolygiai kintamas judėjimas

Netolygiai judančių kūnų greitis per lygius laiko tarpus gali pakisti vienodai. Tuo nesunku įsitikinti. Bandymai patvirtina, kad taip kinta (didėja) krintančių kūnų greitis. Bandymui reikalingas prietaisas, vadinamas stroboskopù (gr. *strobos* – viesulas, sukimasis, *skopeo* – žiūriu, stebiu; 2.2.1 pav., *b*). Jis vienodais laiko tarpais siunčia šviesos blyksnius. Stroboskopu pasirinktais vienodais laiko tarpais apšviečiamas tamsoje vertikaliai žemyn krintantis rutuliukas. Nufotografavus jį atviru objektyvu, nuotraukoje bus matomos tik tos rutuliuko padėtys, kai jis buvo apšviestas (2.2.1 pav., *a*). Paveiksle pavaizduotu atveju stroboskopas siuntė šviesos blyksnius kas 0,05 s, pradiniu momentu rutuliukas buvo taške *A*, bandymo pabaigoje – taške *B*. Atstumas tarp taškų *A* ir *B* nuotraukoje lygus 10 cm. Atliekant bandymą, šis atstumas tarp rutuliuko padėčių buvo 10 m. Momentinis rutuliuko greitis skaičiais pažymėtose padėtyse ($n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$) apskaičiuojamas dalijant poslinkio ilgį $s_{(n-1,\, n+1)}$ iš laiko tarpo, per kurį rutuliukas nukrito iš padėties $(n - 1)$ į padėtį $(n + 1)$. Šis laiko tarpas bandymo metu buvo lygus 0,1 s. Tyrimo rezultatai pateikti lentelėje:

2.2.1 pav.





n	0	1	2	3	4	5	6
t, s	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
$s_{(n-1,\, n+1)}$, cm	–	22,5	27,0	32,0	37,0	42,0	–
v, cm/s	–	225	270	320	370	420	–
Δv, cm/s	–		50		50		–

Jie rodo, kad rutuliuko greitis per lygius laiko tarpus pakito vienodai. ***Judėjimas, kurio metu kūno greitis per bet kuriuos lygius laiko tarpus pakinta vienodai, vadinamas tolýgiai kiñtamu judéjimu.***

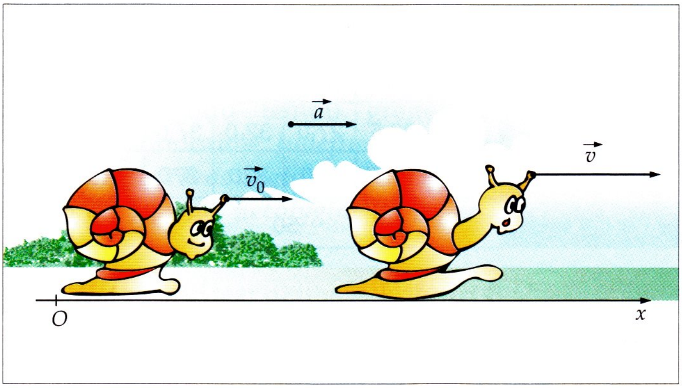
Pagreitis

Jeigu pradiniu laiko momentu kūno greitis buvo $\vec{v}_0$, o, praėjus laikui t, jis pasidarė lygus $\vec{v}$, tai kūno greičio pokytis per laiką t lygus $\vec{v}-\vec{v}_0$. Vadinasi, per kiekvieną laiko vienetą kūno greitis pakito dydžiu $\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$. Dydis, apibūdinantis kūno greičio kitimo spartą, vadinamas ***pãgreičiu***. Pavyzdžiui, pradėjęs važiuoti lengvasis automobilis per 15 s įgyja 60 km/h greitį, o sunkvežimis per tą patį laiką – vos 20 km/h greitį. Vadinasi, įsibėgėjančio lengvojo automobilio greitis kinta sparčiau nei sunkvežimio. Todėl lengvojo automobilio pagreitis yra didesnis. ***Tolýgiai kiñtamai jùdančio kū́no pãgreičiu vadinamas pastovus dydis, lygus kūno greičio pokyčio ir laiko, per kurį tas pokytis įvyko, santykiui:***

$$\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}. \tag{2.3}$$

Pagreitis yra vektorinis dydis, nes jis lygus vektorinio dydžio $\vec{v}-\vec{v}_0$ ir skaliarinio dydžio $\frac{1}{t}$ sandaugai.

Kūno pagreičio modulis rodo, kaip greitai kinta kūno greitis. Jeigu šis modulis yra didelis, tai kūnas sparčiai greitėja (pavyzdžiui, įsibėgėdamas) arba lėtėja (staiga stabdomas). SI sistemoje pagreičio matavimo vienetu imamas pagreitis tokio tolygiai kintamo judėjimo, kurio metu greitis per 1 s pakinta 1 m/s. Šis matavimo vienetas vadinamas *metrù peř sekùndę kvadratù* (m/s^2).



2.2.2 pav.

Žinodami tolygiai kintamai judančio kūno pagreitį, kuris yra pastovus (a = const), pradinį greitį ir laiką, per kurį pakito greitis, pagal (2.3) formulę galime apskaičiuoti kūno greitį bet kuriuo laiko momentu:

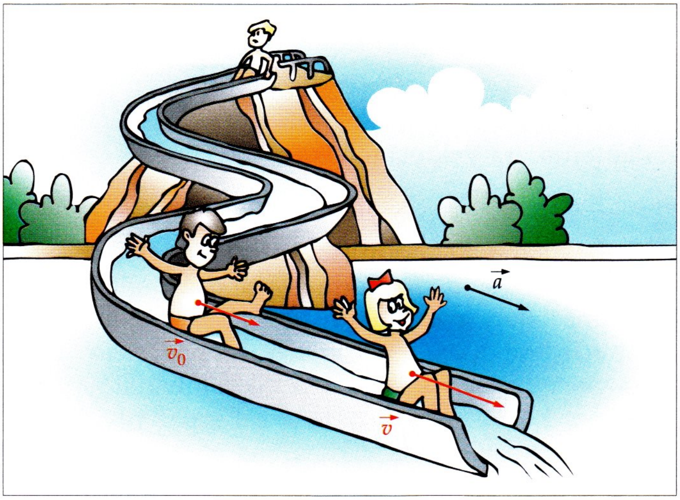
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \tag{2.4}$$

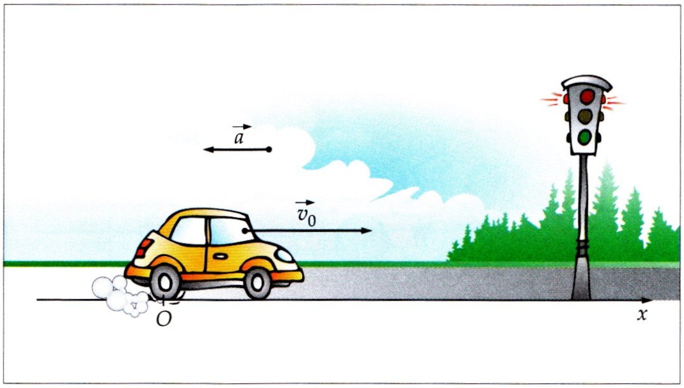
Norint nustatyti kūno koordinates bet kuriuo laiko momentu, reikia rasti greičio vektoriaus projekcijas. Nagrinėjant tiesiaeigį judėjimą, tai padaryti nesunku, nes kūno pradinio greičio vektorius $\vec{v}_0$, greičio vektorius $\vec{v}$ tam tikru laiko momentu ir pagreičio vektorius $\vec{a}$ yra nukreipti ta pačia tiese (2.2.2 pav.). Atsižvelgę į tai, kad vektorių sumos projekcija lygi projekcijų sumai, randame greičio projekciją:

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \tag{2.5}$$

Vektorių projekcijų ženklai priklauso nuo vektorių krypties pasirinktos koordinačių ašies atžvilgiu. Jei

2.2.3 pav.





2.2.4 pav.

$\vec{v}_0$ ir $\vec{a}$ projekcijų ženklai yra vienodi, tai kūno greitis laikui bėgant didėja (2.2.3 pav.), jei priešingi – mažėja (2.2.4 pav.). Kūno judėjimą didėjančio modulio greičiu vadiname ***tolýgiai greitéjančiu judéjimu***, o judėjimą mažėjančio modulio greičiu – ***tolýgiai lėtéjančiu judéjimu***.

Klausimai ir užduotys ??

1. Kokių rūšių gali būti netolyginis judėjimas?

2. Kas yra kūno pagreitis ir kodėl jį reikia žinoti?

3. Ką labiau domina automobilio pagreičio matavimas: kelių policininkus ar automobilių gamintojus? Kodėl?

4. Kuo tolygiai greitėjantis tiesiaeigis automobilio judėjimas skiriasi nuo lėtėjančio?

5. Prisiminkite savo kelionę į mokyklą. Nubraižykite apytikslį greičio grafiką. Pažymėkite laiko tarpą, kurį ėjote didžiausiu greičiu.

6. Kas kinta, kai kūnas juda tiesiai ir tolygiai kintamai: greičio modulis ar kryptis?

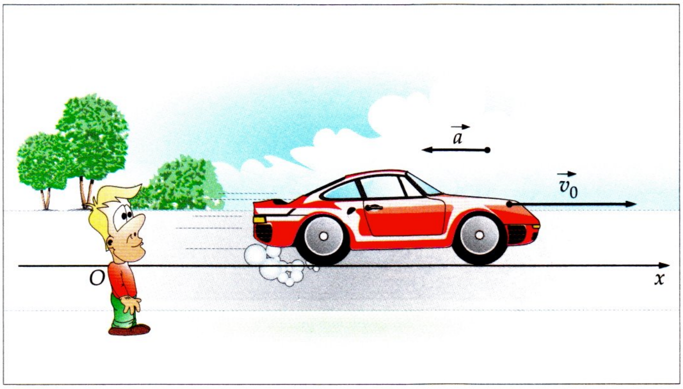
Mokomės spręsti uždavinius

1. Pro Domą, stovintį šalikelėje, automobiliu 15 m/s greičiu pravažiavo kaimynas Jonas. Pamatęs Domą, jis nuspaudė stabdį ir automobilis pradėjo lėtėti 1,0 m/s² pagreičiu. Po kiek laiko automobilis sustojo?

t – ?	v_0 = 15 m/s
	a = 1,0 m/s²

Sprendimas

Koordinačių ašį Ox nukreipiame automobilio judėjimo kryptimi. Atskaitos kūnu pasirenkame šalikelėje stovintį Domą (2.2.5 pav.). Automobilio greitį stebė-



2.2.5 pav.

jimo pradžioje pažymime raide $\vec{v}_0$, o stabdymo pagreitį – raide $\vec{a}$. Stabdomo automobilio greitis laikui bėgant kinta pagal formulę

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t.$$

Užrašykime ją projekcijomis Ox ašyje:

$$v_x = v_{0x} + a_x t.$$

Automobilis juda tiesiai Ox ašies kryptimi, todėl $v_{0x} = v_0$. Kadangi automobilis stabdomas, tai pagreičio projekcija pasirinktoje koordinačių ašyje yra neigiama: $a_x = -a$. Sustojusio automobilio greitis lygus nuliui: $v = 0$. Įrašę šias vertes į projekcijų lygtį, gauname:

$$0 = v_0 - at.$$

Iš čia išreiškiame automobilio stabdymo laiką:

$$t = \frac{v_0}{a}.$$

Įrašę dydžių vertes, gauname:

$$t = \frac{15\ \mathrm{m/s}}{1{,}0\ \mathrm{m/s^2}} = 15\ \mathrm{s}.$$

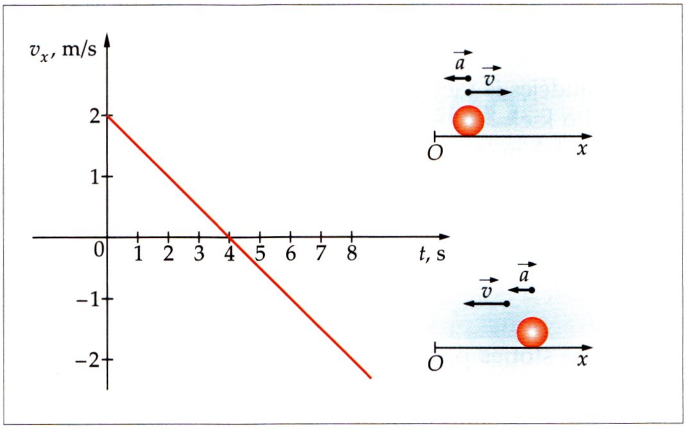
Atsakymas: automobilis sustojo po 15 s nuo stebėjimo pradžios.

2. Remdamiesi 2.2.6 paveiksle pavaizduotu kūno greičio projekcijos grafiku, atlikime šias užduotis:

a) nurodykime kūno judėjimo pobūdį;
b) apskaičiuokime kūno pagreitį;
c)* nubraižykime pagreičio projekcijos grafiką.

Sprendimas

a) Galima išskirti du kūno judėjimo etapus. Iš grafiko matyti, kad pirmąsias keturias sekundes kūnas judėjo lėtėdamas. Melsvame fone virš laiko ašies parodyta, kokia tuo laikotarpiu buvo kūno greičio bei pagreičio vektorių kryptis. Remdamiesi ja, nustatome, kad greičio ir pagreičio projekcijų ženklai yra priešingi.



2.2.6 pav.

Ketvirtąją stebėjimo sekundę kūnas stabtelėjo, paskui ėmė judėti priešinga kryptimi greitėdamas. Kūno greičio ir pagreičio projekcijų ženklai šiuo laikotarpiu sutampa.

b) Norėdami apskaičiuoti pagreitį, iš grafiko nustatome kūno greitį stebėjimo pradžioje ir po 4 s. Stebėjimo pradžioje greičio modulis lygus 2 m/s, o po 4 s – nuliui. Taikome pagreičio skaičiavimo formulę:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}.$$

Užrašome ją projekcijomis:

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}.$$

Nustatome projekcijų ženklus:

$$a_x = -a, \qquad v_{0x} = v_0, \qquad v_x = 0.$$

Tada

$$-a = \frac{0 - v_0}{t}.$$

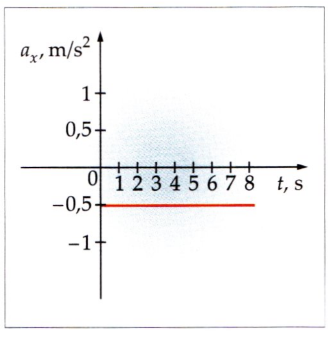
Abi šios lygybės puses padauginę iš –1, gausime pagreičio modulio išraišką $a = \frac{v_0}{t}$, o, įrašę į ją dydžių vertes, turėsime:

$$a = \frac{2\ \text{m/s}}{4\ \text{s}} = 0{,}5\ \text{m/s}^2.$$

c)* Kadangi kūno pagreitis nukreiptas priešinga nei pasirinkta koordinačių ašis kryptimi, tai jo projekcija yra neigiama. Vadinasi, pagreičio grafikas bus žemiau laiko ašies. Kūno pagreičio modulis laikui bėgant nekinta ir yra lygus $a = 0{,}5$ m/s^2. Atsižvelgdami į šiuos duomenis, nubraižome 2.2.7 paveiksle pavaizduotą grafiką.

Atsakymas: b) 0,5 m/s^2.

2.2.7 pav.



Užduotys savarankiškam darbui

1. Pajudėjęs iš vietos sunkvežimis per 10 s įgijo 0,6 m/s greitį. Po kiek laiko nuo judėjimo pradžios jo greitis padidėjo iki 3 m/s? (Po 50 s)

2. Stabdomas automobilis sustojo po 4 s. Automobilio pagreitis buvo lygus 2,5 m/s^2. Kokiu greičiu važiavo automobilis, kai vairuotojas ėmė jį stabdyti? (36 km/h)

3. Nubraižykite grafikų eskizus, vaizduojančius, kaip šių kūnų greitis priklauso nuo laiko:

a) iš stoties pajudėjusio traukinio, kol jis įgyja tam tikrą pastovų greitį;

b) nuo pastato stogo krintančio varveklio;

c) vertikaliai aukštyn mesto kamuoliuko nuo jo išmetimo momento iki nukritimo žemėn momento.

4. Pajudėjusio iš aikštelės automobilio greičio priklausomybė nuo laiko išreiškiama lygtimi $v_x = 0{,}5t$. Nubraižykite greičio grafiką ir iš jo nustatykite automobilio greitį baigiantis septintajai sekundei. (3,5 m/s)

5. Naudodamiesi 2.2.8 paveiksle pavaizduotais trijų kūnų greičio grafikais, atlikite tokias užduotis:

a) parašykite kiekvieno kūno greičio priklausomybės nuo laiko formulę $v_x = v_x(t)$;

b) nubraižykite kūnų pagreičio grafikus.

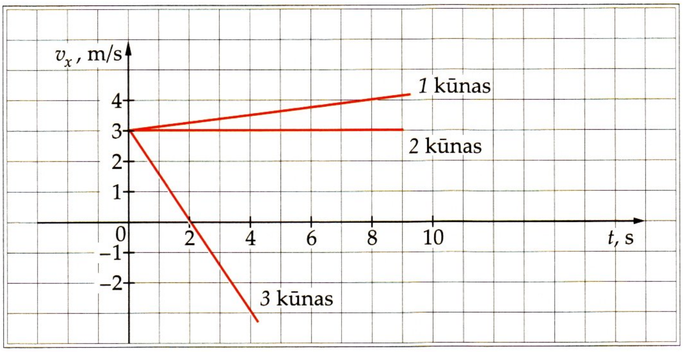
6. Kokį greitį iš vietos pajudėjęs kūnas įgytų po 1 min, jeigu judėtų 5 m/s^2 pagreičiu? (300 m/s)

7. Remdamiesi lentelėje (žr. p. 65) pateiktais duomenimis, atlikite tokias užduotis:

a) nubraižykite krintančio rutuliuko greičio grafiką ir iš jo nustatykite rutuliuko pagreitį;

b) parašykite, kaip kistų kampas, kurį greičio grafikas sudaro su laiko ašimi, jei rutuliuko pagreitis didėtų; mažėtų. Atsakymą pagrįskite.

2.2.8 pav.



2.3. Tolygiai kintamai judančio kūno poslinkis

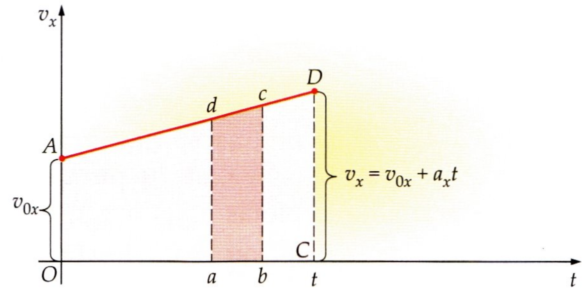
Tolygiai kintamai judančio kūno poslinkio nustatymas

Pagrindinės sąvokos

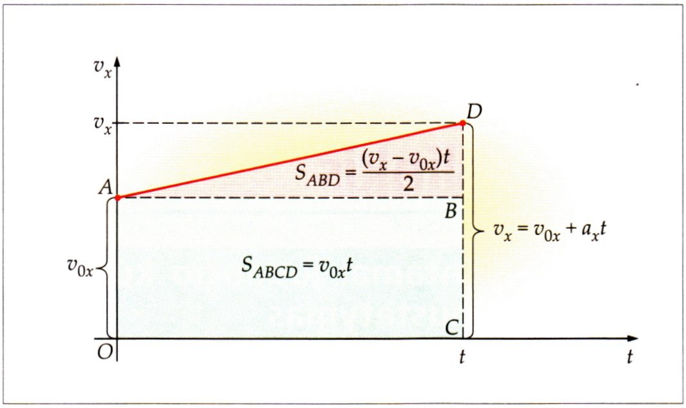
Tolýgiai kiñtamai jùdančio kū́no póslinkis,
tolýgiai kiñtamai jùdančio kū́no koordinãtė.

Nagrinėdami 2.2 temą, mokėtės skaičiuoti tolygiai kintamai judančio kūno greitį bet kuriuo laiko momentu. Tačiau, norint išspręsti pagrindinį mechanikos uždavinį, t. y. nustatyti kūno koordinatę bet kuriuo laiko momentu, to nepakanka. Mat reikia žinoti pradinę kūno koordinatę ir jo poslinkio projekciją. Analizuodami tolyginį tiesiaeigį judėjimą, įsitikinote, jog kūno poslinkio projekcijos skaitinė vertė lygi plotui figūros (stačiakampio), esančios po greičio grafiku (žr. 1.6.4 pav.).

Nesunku įrodyti, kad ir tolygiai kintamai judančio kūno poslinkio projekciją galima išreikšti greičio grafiko bei laiko ašies ribojamos trapecijos *OADC* plotu (2.3.1 pav.). Išskirkime šioje trapecijoje siaurą juostelę *abcd*. Jos kraštinės *ab* ilgis atitiks mažą laiko tarpą Δt, per kurį kūno greitis pakinta nuo vertės taške *d* iki vertės taške *c*. Per šį laiko tarpą kūno greitis pakinta nepastebimai, todėl judėjimą šiuo laikotarpiu galime



2.3.1 pav.



2.3.2 pav.

laikyti tolyginiu. Juostelės *abcd* plotas prilygsta stačiakampio plotui, o kartu ir kūno poslinkio projekcijai per išskirtą mažą laiko tarpą. Tokiomis siauromis juostelėmis galime suskirstyti visą trapeciją. Vadinasi, poslinkio projekcijos per visą judėjimo laiką skaitinė vertė bus lygi trapecijos *OADC* plotui.

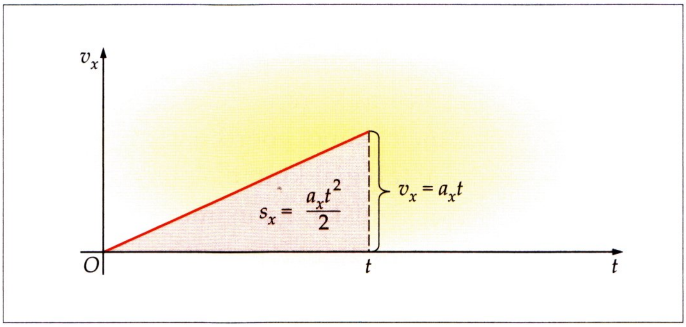
Iš matematikos kurso prisiminkime, kad trapecijos plotas lygus jos pagrindų ilgių sumos pusei, padaugintai iš aukštinės ilgio. Nagrinėjamu atveju trapecijos pagrindas *OA* prilygsta pradinio greičio projekcijai v_{0x}, pagrindas *CD* – galinio greičio projekcijai v_x (čia $v_x = v_{0x} + a_x t$), o aukštinė *OC* – kūno judėjimo laikui t. Taigi trapecijos *OADC* plotą galime išreikšti taip:

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2}t = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2}t = \frac{2v_{0x}t + a_x t^2}{2}. \qquad (2.6)$$

Suprastinę gauname tokią tolygiai kintamai judančio kūno poslinkio projekcijos išraišką:

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (2.7)$$

Ją galima gauti ir kitu būdu. Trapeciją *OACD* reikia padalyti į dvi geometrines figūras: stačiakampį *OABC* bei statųjį trikampį *ABD*, ir ieškoti jų plotų sumos (2.3.2 pav.). Stačiakampio plotas $S_{OABC} = v_{0x}t$, trikampio $S_{ABD} = \frac{(v_x - v_{0x})t}{2}$. Juos sudėję, gauname tą pačią kūno poslinkio projekcijos išraišką (2.7).



2.3.3 pav.

Atskiri kūno poslinkio projekcijos nustatymo atvejai

Jei stebėjimo pradžioje kūno greitis buvo lygus nuliui, tai poslinkio projekcija prilygsta atitinkamo trikampio plotui (2.3.3 pav.). Stačiojo trikampio plotas lygus statinių ilgių sandaugos pusei, todėl poslinkio projekcija įgyja išraišką

$$s_x = \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (2.8)$$

Dažnai tenka ieškoti kūno poslinkio projekcijos, nežinant, per kiek laiko pakito greitis. Kaip tokiu atveju derėtų elgtis?

Į (2.6) formulę įrašykime iš pagreičio formulės gautą laiko išraišką $t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$:

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot \frac{v_x - v_{0x}}{a_x},$$

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}. \qquad (2.9)$$

Gavome dar vieną formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti tolygiai kintamai judančio kūno poslinkio projekciją, kai žinomas pradinis bei galinis kūno greitis ir pagreitis.

Tolygiai kintamai judančio kūno koordinatė

Žinodami kūno poslinkio projekciją, galime rasti kūno koordinatę bet kuriuo laiko momentu:

$$x = x_0 + s_x. \qquad (2.10)$$

(2.10) formulė yra universali. Ji taikoma kūno koordinatei rasti, neatsižvelgiant į judėjimo pobūdį. Prisiminkime, jog šia formule rėmėmės apskaičiuodami ir tolygiai judančio kūno koordinatę (žr. p. 28). Į (2.10) formulę įrašę tolygiai kintamai judančio kūno poslinkio projekcijos išraišką, gauname ***tolýgiai kiñtamai jùdančio kū̃no koordinãtės lỹgtį***:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (2.11)$$

Ja remdamiesi, galime nustatyti tiesiai ir tolygiai kintamai judančio kūno koordinatę bet kuriuo laiko momentu, tačiau turime žinoti pradinę to kūno koordinatę x_0, pradinio greičio projekciją v_{0x} ir pagreičio projekciją a_x.

Kūno koordinatę galima apskaičiuoti ir kitu būdu – taikant formulę, siejančią kūno pradinio ir galinio greičio projekcijas bei pagreičio projekciją:

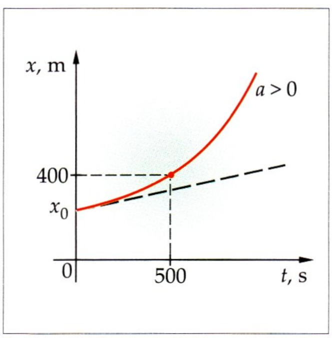
$$x = x_0 + \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}. \qquad (2.12)$$

Grafinis tolygiai kintamai judančio kūno koordinatės nustatymas

Tiesiai ir tolygiai kintamai judančio kūno koordinatę galima sužinoti remiantis ne tik formulėmis, bet ir judėjimo grafiku. Kai kūnas juda tiesiai ir tolygiai kintamai, jo koordinatės priklausomybės nuo laiko grafikas yra parabolės šaka (2.3.4 pav.), kai tiesiai ir tolygiai – tiesė (paveiksle ji pavaizduota brūkšnine linija).

Iš kūno tolygiai kintamo judėjimo grafiko galima nustatyti kūno padėtį bet kuriuo laiko momentu. Pavyzdžiui, 2.3.4 paveiksle matyti, kad, praėjus 500 s nuo stebėjimo pradžios, kūno koordinatė buvo lygi 400 m. Antra vertus, nesunku suprasti, kad, žinant kūno koordinatę, iš judėjimo grafiko galima nustatyti, kiek laiko kūnas judėjo.

2.3.4 pav.



Klausimai ir užduotys ??

1. Kokiais būdais galima sužinoti tolygiai kintamai judančio kūno poslinkį?

2. Kuo skiriasi tolygiai ir tolygiai kintamai judančių kūnų poslinkio priklausomybės nuo laiko?

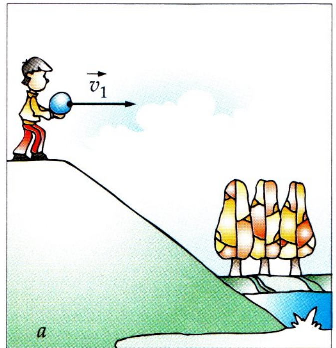
3. Kokiais būdais galima nustatyti tolygiai kintamai judančio kūno koordinatę?

4. Nešdamas kamuolį, vaikas ėjo paupiu pastoviu greičiu (2.3.5 pav., *a*). Tam tikru momentu kamuolys netikėtai išslydo vaikui iš rankų ir pradėjo ristis žemyn upelio skardžiu. Vaikas pasileido bėgti paskui kamuolį (2.3.5 pav., *b*). Atsižvelgdami į aprašytą situaciją, atlikite šias užduotis:

a) nubraižykite vaiko greičio grafiko eskizą pirmuoju (2.3.5 pav., *a*) ir antruoju (2.3.5 pav., *b*) judėjimo etapu;

b) parašykite vaiko koordinatės lygtis pirmuoju ir antruoju judėjimo etapu.

5. Kaip iš 4 užduotyje nubraižytų greičio grafikų sužinoti vaiko poslinkį?





2.3.5 pav.

Mokomės spręsti uždavinius

1. Kol degė raudonas šviesoforo signalas, automobilis prie sankryžos stovėjo. Įsijungus žaliai šviesai, jis pradėjo važiuoti 5 m/s^2 pagreičiu. Atsakykime į klausimus:

a) kokį atstumą automobilis nuvažiuos per pirmąsias 2 s nuo judėjimo pradžios;

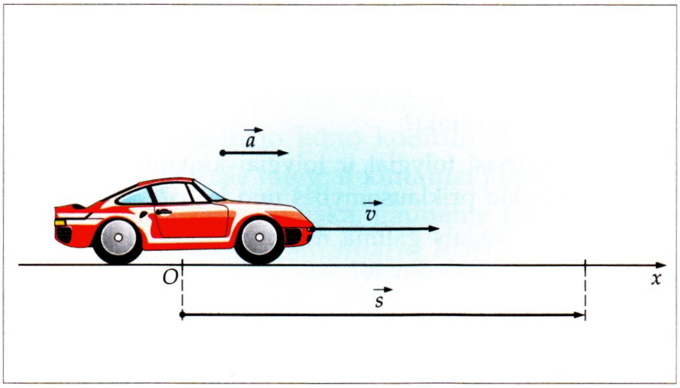
b) kokia bus automobilio koordinatė po 2 s nuo judėjimo pradžios;

c) kokį atstumą automobilis įveiks, kol įgis 72 km/h greitį?

t – ?	$a = 5$ m/s^2
x – ?	$t = 2$ s
s – ?	$v = 72$ km/h $= 20$ m/s

Sprendimas

a) Koordinačių ašį nukreipkime automobilio judėjimo kryptimi (2.3.6 pav.), koordinačių pradžia pasirinkime tašką, kuriame automobilis stovėjo degant raudonam šviesoforo signalui, o laiko atskaitos pradžią



2.3.6 pav.

sutapdinkime su momentu, kuriuo vairuotojas nuspaudė automobilio akceleratoriaus pedalą.

Kadangi automobilio greičio ir pagreičio kryptis sutampa su koordinačių ašies kryptimi, tai šių vektorių projekcijos bus teigiamos. Greičio ir pagreičio vektoriai yra lygiagretūs su koordinačių ašimi, todėl jų projekcijų ilgiai lygūs vektorių moduliams: $a_x = a$, $v_x = v$.

Norėdami apskaičiuoti automobilio poslinkį per pirmąsias 2 s nuo judėjimo pradžios, taikome poslinkio projekcijos formulę (2.8), nes pradinis automobilio greitis lygus nuliui. Kadangi poslinkio vektorius yra vienakryptis su pasirinkta koordinačių ašimi, tai jo projekcijos ilgis lygus poslinkio moduliui: $s_x = s$. Taigi

$$s = \frac{at^2}{2}.$$

Įrašę dydžių vertes, apskaičiuojame per pirmąsias 2 s automobilio nuvažiuotą kelią:

$$s = \frac{5\ \mathrm{m/s^2} \cdot 4\ \mathrm{s^2}}{2} = 10\ \mathrm{m}.$$

b) Norėdami sužinoti kūno koordinatę po 2 s, taikome koordinatės lygtį

$$x = x_0 + s_x.$$

Pradinis automobilio greitis ir pradinė koordinatė lygi nuliui, todėl jo koordinatė po 2 s bus

$$x = 10\ \mathrm{m}.$$

c) Remiamės kūno poslinkio projekcijos formule $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$. Iš čia

$$s = \frac{v^2}{2a}.$$

Įrašę fizikinių dydžių vertes, apskaičiuojame ieškomą atstumą:

$$s = \frac{400\ \text{m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 5\ \text{m/s}^2} = 40\ \text{m}.$$

Atsakymas: a) 10 m; b) 10 m; c) 40 m.

2. Remdamiesi 2.3.7 paveiksle pavaizduotu greičio grafiku, atlikime šias užduotis:

a) nurodykime kūno judėjimo pobūdį skirtingais judėjimo etapais:
- per pirmąsias 4 s;
- nuo 4 s iki 10 s;
- nuo 10 s iki 12 s;

b) apskaičiuokime kūno poslinkį per 12 s.

Sprendimas

a) Skirtingais laikotarpiais kūnas judėjo taip:
- pirmąsias 4 s – tolygiai greitėdamas;
- nuo 4 s iki 10 s – tolygiai;
- nuo 10 s iki 12 s – tolygiai lėtėdamas.

b) Kūno poslinkį apskaičiuokime geometriškai. Žinome, kad jis lygus greičio grafiko ir laiko ašies ribojamos figūros plotui, kuris šiuo atveju susideda iš trikampio *ABE*, stačiakampio *BCFE* ir trikampio *CFD* plotų:

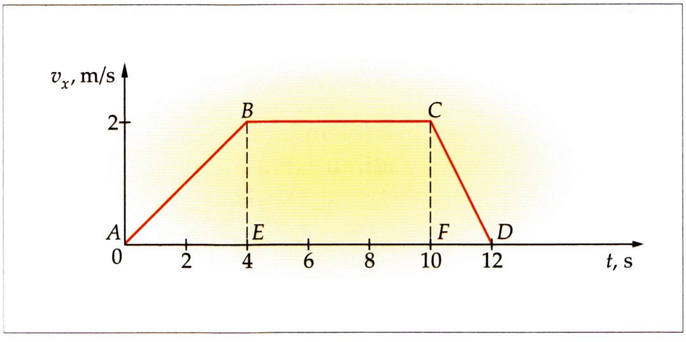
$$s = S_{ABC} + S_{BCFE} + S_{CFD},$$

$$s = \frac{vt_1}{2} + vt_2 + \frac{vt_3}{2}.$$

Įrašome dydžių vertes ir apskaičiuojame:

$$s = \frac{2\ \text{m/s} \cdot 4\ \text{s}}{2} + 2\ \text{m/s} \cdot 6\ \text{s} + \frac{2\ \text{m/s} \cdot 2\ \text{s}}{2} = 18\ \text{m}.$$

Atsakymas: b) 18 m.



2.3.7 pav.

Užduotys savarankiškam darbui

1. Virš pievos 40 m aukštyje sklando vanagas. Pamatęs apačioje pelę, jis 8 m/s^2 pagreičiu neria vertikaliai žemyn. Nustatykite:

a) kokiu greičiu vanagas pasieks žemę; (25,2 m/s)

b) per kiek laiko vanagas ją pasieks. (Per 3,2 s)

2. Kūno greitis išreiškiamas formule $v = 2{,}5 + 0{,}2t$. Remdamiesi ja:

a) parašykite kūno koordinatės lygtį;

b) apskaičiuokite kūno poslinkį praėjus 20 s nuo judėjimo pradžios. (90 m)

3. Per 100 s keleivinio traukinio greitis padidėjo tolygiai nuo 36 km/h iki 54 km/h, paskui 0,3 min traukinys važiavo tolygiai. Remdamiesi šiais duomenimis, atlikite tokias užduotis:

a) nubraižykite traukinio greičio grafiką;

b) apskaičiuokite traukinio poslinkį per 100 s, kai jis važiavo greitėdamas; (1250 m)

c) apskaičiuokite traukinio poslinkį, kai jis judėjo tolygiai; (270 m)

d) apskaičiuokite vidutinį traukinio greitį. (12,9 m/s)

4. Vìlniaus oro uoste lėktuvas pajudėjo iš vietos ir, kilimo taką įveikęs per 50 s, 100 m/s greičiu atsiplėšė nuo žemės. Remdamiesi šiais duomenimis, atlikite tokias užduotis:

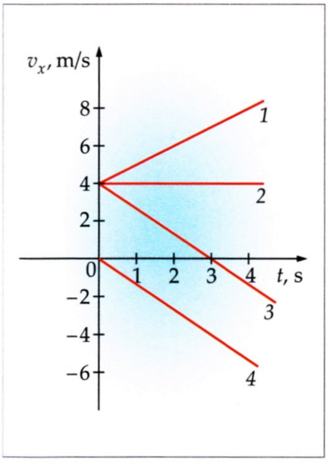
a) apskaičiuokite lėktuvo pagreitį; (2 m/s^2)

b) algebriniu būdu apskaičiuokite lėktuvo poslinkį; (2500 m)

c) nubraižykite lėktuvo greičio grafiką;

d) pagal greičio grafiką apskaičiuokite lėktuvo poslinkį.

2.3.8 pav.



5. Remdamiesi 2.3.8 paveiksle pavaizduotais grafikais, parašykite greičio lygtis $v_x = v_x(t)$ ir koordinatės lygtis $x = x(t)$. Pradinė kūnų koordinatė lygi nuliui.

6*. Vienas priešais kitą važiuoja du dviratininkai: vienas pradiniu greičiu $v_{01} = 4$ m/s ir pagreičiu $a_1 = -0{,}1$ m/s^2 kyla į kalną, kitas pradiniu greičiu $v_{02} = 4$ m/s ir pagreičiu $a_2 = 0{,}1$ m/s^2 tolygiai greitėdamas leidžiasi nuo kalno. Pradiniu laiko momentu atstumas tarp dviratininkų buvo 150 m. Apskaičiuokite:

a) po kiek laiko dviratininkai susitiks; (po 19 s)

b) kokį kelią nuvažiuos kiekvienas dviratininkas iki susitikimo vietos. ($s_1 = 57$ m; $s_2 = 93$ m)

2.4. Laisvasis kūnų kritimas

Išnagrinėjome skirtingas tiesiaeigio judėjimo rūšis: tolyginį ir tolygiai kintamą judėjimą. Sužinojome, kokie fizikiniai dydžiai apibūdina mechaninį judėjimą, kaip sprendžiamas pagrindinis mechanikos uždavinys, kai kūnas juda tolygiai ir kai tolygiai kintamai. Tačiau šiuos fizikinius reiškinius dažniausiai iliustravome pavyzdžiais, kuriuose kūnas juda horizontalia plokštuma.

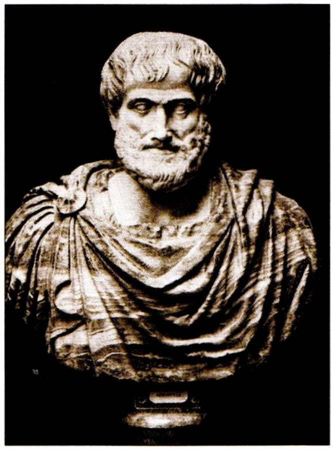
Iš praktinės patirties žinome, kad kūnai labai dažnai juda vertikaliai. Krinta lietaus lašai, snaigės, iš rankų išsprūdęs puodelis, nuo lentynos nuslydusi lėkštė. Apie kūnų kritimą šiek tiek sužinojote mokydamiesi fizikos VIII klasėje. Kūno judėjimą veikiant tik Žemės traukos jėgai tada pavadinome ***laisvúoju kritimù***. Dabar lieka išsiaiškinti, kuriai rūšiai priskiriamas šis judėjimas ir kaip sprendžiamas pagrindinis mechanikos uždavinys, kai kūnas laisvai krinta.

Pagrindinės sąvokos

Laisvàsis kritìmas, laĩsvojo kritìmo pãgreitis.

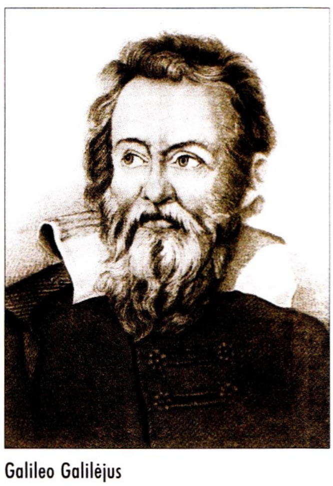
Laisvasis kūnų kritimas

Šio judėjimo esmei atskleisti prireikė beveik dviejų tūkstančių metų. Graikų filosofas Aristotelis (384–322 pr. Kr.), apibendrinęs praktinę stebėjimų patirtį, teigė, kad kūnas krinta tuo greičiau, kuo didesnė jo masė. Pavyzdžiui, tuo pat metu iš to paties aukščio paleista paukščio plunksna ir rašiklis nukris ne kartu. Peršasi išvada, kad sunkūs kūnai krinta greičiau nei lengvi. Šis požiūris į kūnų kritimą išsilaikė nuo antikos iki viduramžių. Tik 1583 m. jį paneigė italų mokslininkas Galileo Galilėjus (1564–1642).



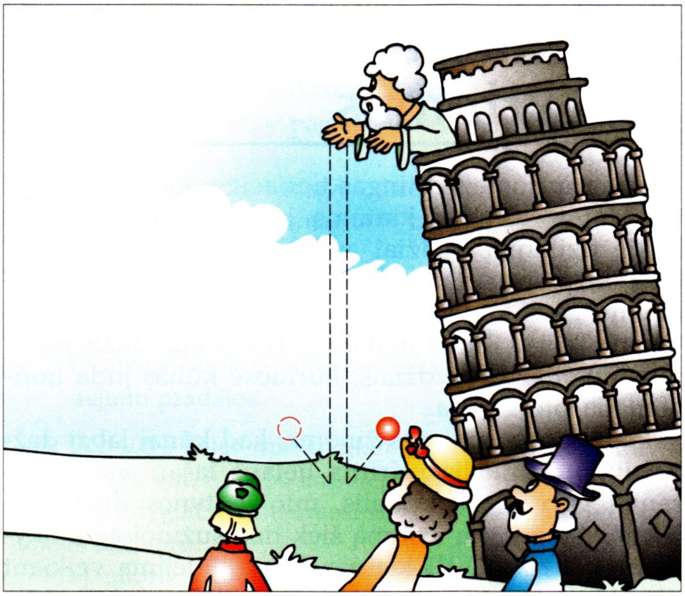
Aristotelis

Nuo Pizos bokšto (kurio aukštis 54,5 m) jis mėtė vienodos formos, bet skirtingos masės rutulius (2.4.1 pav.) ir įsitikino, kad tiek sunkūs, tiek lengvi rutuliai pasiekia žemę beveik tuo pat metu. Vadinasi, jie greitėja vienodai, t. y. rutulių pagreitis nepriklauso nuo jų masės.

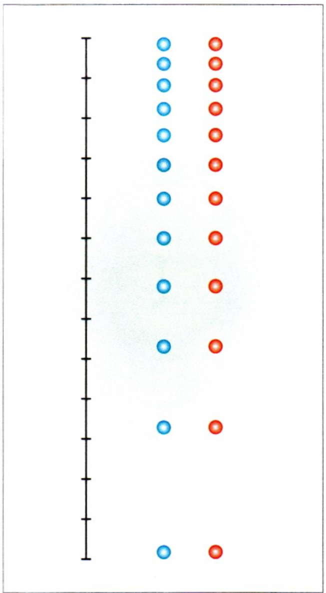


Galileo Galilėjus

Kadangi bandymams naudotų rutulių forma nesiskyrė, tai rutulius veikė vienodo didumo oro pasipriešinimo jėgos ir į jų poveikį buvo galima neatsižvelgti. Kūno judėjimą veikiant tik Žemės traukos jėgai Galilėjus pavadino laisvuoju kritimu. Remiantis šiais bandymais, buvo suformuluota pagrindinė išvada, atskleidžianti laisvojo kritimo esmę: ***visų lais-***



2.4.1 pav.



2.4.2 pav.

2.4.3 pav.



vai krintančių kūnų pagreitis yra vienodas. Atlikdamas bandymus, Galilėjus naudojo tą laikmetį atitinkančias priemones. Pavyzdžiui, laiką jis matavo smėlio laikrodžiu arba savo pulso tvinksniais.

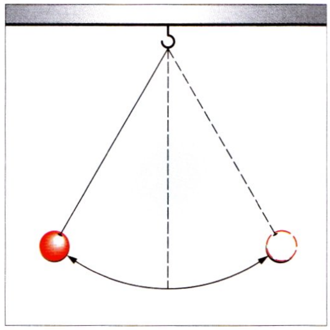
Dabar laisvojo kritimo dėsningumai tyrinėjami taikant stroboskopinį metodą. Jo esmę išsiaiškinote nagrinėdami tolygiai kintamai judančio kūno greitį (žr. 2.2 temą). Taikant šį metodą, nesunku įsitikinti, kad vakuume kūnai krinta ta pačia sparta. 2.4.2 paveiksle pateikta stroboskopinė nuotrauka, vaizduojanti golfo kamuoliuko (kairėje) ir stalo teniso kamuoliuko (dešinėje) kritimą vakuume. Paleisti vienu metu abu kamuoliukai krinta vienodu pagreičiu.

Primename, kad laisvojo kūnų kritimo dėsningumus galima patikrinti ir atliekant bandymą fizikos kabinete. Reikia tik turėti storasienį stiklinį vamzdelį, kurio vienas galas užlydytas, o kitame įtaisytas čiaupas. Į vamzdelį įdedami skirtingos masės kūnai: kamštis, plunksna ir švininis šratas, ir siurbliu iš jo ištraukiamas oras. Tada vamzdelis staiga apverčiamas. Visi trys kūnai krinta kartu (2.4.3 pav.), t. y. vienodu pagreičiu.

Laisvojo kritimo pagreitis

Pagreitis, kurį įgyja laisvai krintantys kūnai, vadinamas ***laĩsvojo kritìmo pãgreičiu***. Dar Galilėjus nu-

statė, kad visų kūnų jis yra vienodas ir apytiksliai lygus 9,8 m/s^2. Apskaičiuojant laisvojo kritimo pagreičio skaitinę vertę, dažniausiai taikomi metodai, pagrįsti matematinės svyruoklės svyravimo periodo matavimu (2.4.4 pav.).



2.4.4 pav.

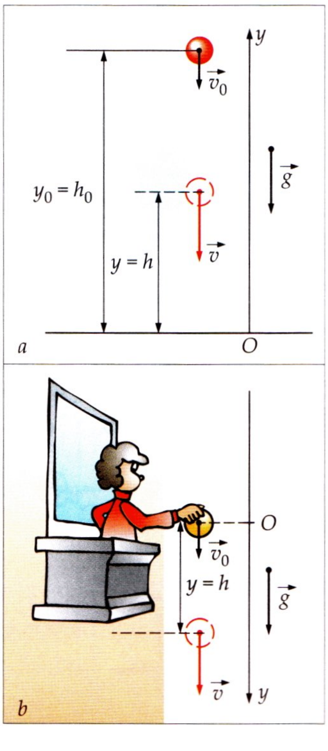
Norint atskirti laisvąjį kūnų kritimą nuo bet kurio kito tolygiai kintamo judėjimo, laisvojo kritimo pagreitis žymimas raide g (lot. *gravitas* – sunkumas), o ne raide a. Laisvojo kritimo pagreičio modulis užrašomas taip: $g = 9{,}8$ m/s^2. Pagreičio vektorius $\vec{g}$ visuomet nukreiptas žemyn, todėl krintantys kūnai juda didėjančiu greičiu, o kylantys – mažėjančiu. Taigi laisvasis kūnų kritimas yra tolygiai greitėjantis judėjimas.

Tikslesni bandymai rodo, kad įvairiose Žemės paviršiaus vietose laisvojo kritimo pagreičio skaitinės vertės yra nevienodos:

Vietovė	Londonas	Kalkuta	Tokijas	Sidnėjus	Šiaurės ašigalis	Lietuva
g, m/s^2	9,812	9,788	9,798	9,797	9,832	9,813–9,816

Jos skiriasi dėl šių priežasčių: 1) Žemė nėra visiškai taisyklingo rutulio formos, todėl skirtingos jos paviršiaus vietos nevienodai nutolusios nuo centro; 2) Žemės plutos tankis yra nevienodas, todėl skiriasi ir jos masė; 3) Žemė sukasi apie savo ašį, todėl kai kurios jos vietos (pavyzdžiui, pusiaujo sritis) juda didesniu greičiu nei kitos.

2.4.5 pav.



Pagrindinio mechanikos uždavinio sprendimas, kai kūnas laisvai krinta

Kaip jau minėjome, laisvasis kūnų kritimas yra tolygiai greitėjantis judėjimas. Nagrinėjant tokį judėjimą, atskaitos kūnu pasirenkama Žemė, o koordinačių pradžia – jos paviršiaus taškas arba bet kuris aukščiau arba žemiau jo esantis taškas (pavyzdžiui, namo balkonas arba duobės dugnas). Koordinačių ašis Oy nukreipiama vertikaliai aukštyn (2.4.5 pav., *a*) arba vertikaliai žemyn (2.4.5 pav., *b*). Kūno pakilimo aukštis žymimas raide h. Tada kūno koordinatė y bus ne kas kita, kaip to kūno aukštis h, skaičiuojamas nuo koordinačių pradžios, o pradinė koordinatė reikš pradinį kūno pakilimo aukštį. Koordinatė (aukštis) ir greitis skaičiuojami pagal tas pačias tolygiai kintamo tiesiaeigio judėjimo formules (2.4, 2.7 ir 2.11).

Jei kūnas metamas vertikaliai žemyn tam tikru pradiniu greičiu $\vec{v}_0$, pagreičio modulis ir kryptis išlieka ta pati, o kūno greitis pradeda didėti ne nuo nulio, bet nuo tam tikros vertės v_0. Vertikaliai žemyn mesto kūno judėjimo trajektorija yra vertikali tiesės atkarpa, o kūno judėjimas – tiesiaeigis ir tolygiai greitėjantis. Pagrindinis mechanikos uždavinys šiuo atveju sprendžiamas tokiu nuoseklumu: greitis → koordinatė. Be to, reikia žinoti pradines kūno koordinates ir pradinį greitį.

Kūno greitis bet kuriuo laiko momentu apskaičiuojamas pagal formulę

$$v_y = v_{0y} + g_y t, \qquad (2.13)$$

o bet kuriame trajektorijos taške – pagal formulę

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2g_y(h - h_0). \qquad (2.14)$$

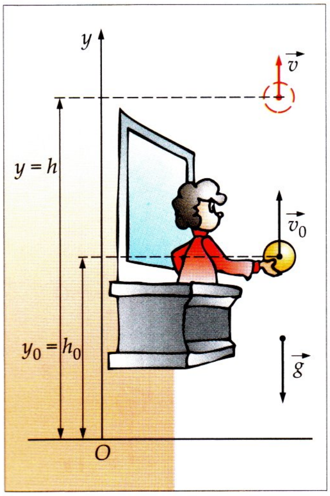
Laisvai krintančio kūno koordinatė (aukštis) randama taip:

$$y = h = h_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}. \qquad (2.15)$$

Kai koordinačių ašis Oy nukreipta žemyn, pagreičio projekcija g_y yra teigiama, kai aukštyn – neigiama. Greičių projekcijos v_{0y} ir v_y taip pat gali būti teigiamos arba neigiamos: jei greičių vektoriai vienakrypčiai su ašimi, jos teigiamos, jei priešpriešiniai – neigiamos.

Vertikaliai aukštyn mesto kūno judėjimas

2.4.6 pav.



Apibūdinant vertikaliai aukštyn mesto kūno judėjimą, galima taikyti laisvojo kritimo lygtis (2.13, 2.14 ir 2.15), tačiau reikia atsižvelgti į tai, kad $v_{0y} = v_0$, $v_y = v$, o $g_y = -g$ (2.4.6 pav.). Todėl vertikaliai aukštyn mesto kūno judėjimo lygtys atrodo taip:

$$v = v_0 - gt, \qquad (2.16)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(h - h_0), \qquad (2.17)$$

$$y = h = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (2.18)$$

Vertikaliai aukštyn mestas kūnas juda tolygiai lėtėdamas. Aukščiausiame trajektorijos taške jo greitis sumažėja iki nulio, paskui kūnas pradeda laisvai kristi žemyn ir Žemės paviršių pasiekia tokio pat didumo greičiu, kokiu buvo išmestas. Be to, kildamas ir krisdamas kiekvieną trajektorijos tašką jis pralekia tuo

pačiu greičiu. Kūno kilimo iki tam tikro aukščio trukmė lygi jo kritimo trukmei. Vadinasi, laisvajam kritimui būdinga simetrija. Tuo įsitikinsite spręsdami uždavinius.

Klausimai ir užduotys

1. Ką vadiname laisvuoju kūno kritimu?

2. Kaip ir kiek pakinta laisvai krintančio kūno greitis per 1 s?

3. Ar skiriasi slyvos ir slyvos lapo kritimo pagreitis? Atsakymą pagrįskite.

4. Vieną kartą teniso kamuoliukas išsprūdo mergaitei iš rankų, kitą kartą ji tą kamuoliuką pati sviedė žemyn. Ar skyrėsi kamuoliuko pagreitis abiem atvejais? Atsakymą pagrįskite.

Mokomės spręsti uždavinius

1. Iš namo antrojo aukšto balkono, esančio 7 m aukštyje, Martyna paleido kamuoliuką. Apskaičiuokime:

a) kamuoliuko kritimo trukmę;

b) greitį, kuriuo kamuoliukas atsitrenkė į žemę.

t – ?	$h = 7$ m
v – ?	$g = 9{,}8$ m/s^2

Sprendimas

a) Koordinatės y atskaitos pradžią pasirinkime Žemės paviršiuje, o koordinačių ašį Oy nukreipkime aukštyn (2.4.7 pav.). Tada $g_y = -g$, $v_y = -v$. Kadangi kamuoliukas iškrito, bet nebuvo nusviestas, tai $v_0 = 0$. Kamuoliuko nukritimo žemėn momentu $y = h = 0$.

Kritimo trukmę randame iš judėjimo lygties:

$$y = h = h_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}.$$

Šiuo atveju ji įgyja išraišką

$$0 = h_0 + 0 - \frac{gt^2}{2}.$$

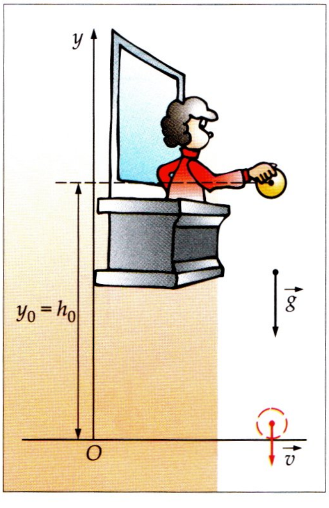
Iš čia

$$t = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}.$$

Įrašę dydžių vertes, gauname:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 7\ \text{m}}{9{,}8\ \text{m/s}^2}} \approx 1{,}20\ \text{s}.$$

2.4.7 pav.



b) Ieškodami greičio, kuriuo kamuoliukas atsitrenkia į žemę, taikome greičio lygtį

$$v_y = v_{0y} + g_y t.$$

Atsižvelgę į dydžių projekcijų išraiškas, gauname:

$$-v = 0 - gt,$$
$$v = gt.$$

Į gautą lygtį įrašome dydžių vertes:

$$v = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 1{,}20\ \text{s} \approx 11{,}8\ \text{m/s}.$$

Atsakymas: a) 1,20 s; b) 11,8 m/s.

2. Kieme Domantas pastebėjo iš balkono iškritusį kamuoliuką ir metė jį vertikaliai aukštyn 11,8 m/s greičiu. Nustatykime:

a) kiek laiko kamuoliukas kilo aukštyn;

b) į kokį didžiausią aukštį kamuoliukas pakilo. Ar pasiekė jis 7 m aukštyje esantį balkoną?

t – ?	v_0 = 11,8 m/s
h – ?	g = 9,8 m/s^2

Sprendimas

a) Koordinačių ašį nukreipkime aukštyn (2.4.8 pav.). Šiuo atveju $v_{0y} = v_0$, $g_y = -g$. Aukščiausiame trajektorijos taške greičio lygtis (2.13) virsta lygtimi

$$0 = v_0 - gt.$$

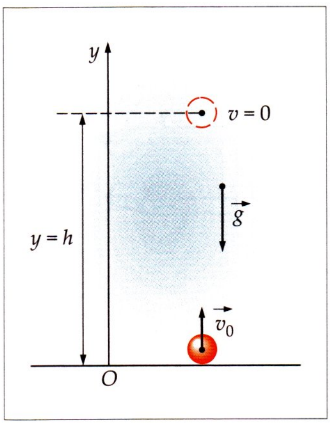
Iš čia randame kamuoliuko kilimo trukmę:

$$t = \frac{v_0}{g}.$$

Įrašę dydžių vertes, turime:

$$t = \frac{11{,}8\ \text{m/s}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} \approx 1{,}20\ \text{s}.$$

2.4.8 pav.



b) Atsižvelgę į uždavinio sąlygą, didžiausią kamuoliuko pakilimo aukštį galime apskaičiuoti pagal (2.17) formulę:

$$0 = v_0^2 - 2gh.$$

Iš čia išreiškiame aukštį h:

$$h = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Įrašome dydžių vertes:

$$h = \frac{(11{,}8\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} \approx 7\ \text{m}.$$

Atsakymas: a) 1,20 s; b) 7 m; kamuoliukas pasiekė balkoną.

Iš 1 ir 2 uždavinio duomenų ir atsakymų matyti, kad kūno kilimo į tam tikrą aukštį trukmė lygi jo kritimo trukmei. Ši išvada teisinga tada, kai pradinis į viršų mesto kūno greitis lygus galiniam krintančio kūno greičiui.

Užduotys savarankiškam darbui

1. Vìlniaus televizijos bokšto aukštis 326,47 m, o Eifèlio bokšto – 305 m. Tarkime, kad nuo kiekvieno bokšto viršūnės paleidžiami laisvai kristi akmenukai. Nustatykite:

a) per kiek laiko akmenukas turėtų nukristi nuo Vìlniaus televizijos bokšto viršūnės ir kokiu greičiu jis atsitrenktų į žemę; (per 8,16 s; 79,9 m/s)

b) kokiu greičiu akmenukas, nukritęs nuo Eifelio bokšto viršūnės, atsitrenktų į žemę ir kiek šis greitis skirtųsi nuo akmenuko, iškritusio iš Vìlniaus televizijos bokšto, greičio vertės. (77,3 m/s; 2,6 m/s mažesnis)

2. Strėlė paleista iš lanko vertikaliai aukštyn 30 m/s greičiu. Atsakykite į klausimus:

a) į kokį aukštį pakils strėlė; (į 45,9 m)

b) kiek laiko ji kils į viršų; (3,1 s)

c) per kiek laiko strėlė nukris žemyn; (per 3,1 s)

d) kokiu greičiu ji nukris ant žemės? (30 m/s)

3. Du kūnai metami vertikaliai aukštyn skirtingu pradiniu greičiu. Pirmasis kūnas pakilo į perpus mažesnį aukštį nei antrasis. Kiek kartų antrojo kūno pradinis greitis didesnis negu pirmojo? (1,4 karto)

4. Kamuoliukas metamas vertikaliai aukštyn 30 m/s greičiu. Tarkime, kad $g \approx 10$ m/s^2. Remdamiesi šiais duomenimis, atlikite tokias užduotis:

a) apskaičiuokite kamuoliuko greitį po 1,5 s; po 3 s; po 4,5 s; po 6 s; (15 m/s; 0; 15 m/s; 30 m/s)

b) nubraižykite kamuoliuko greičio grafiką;

c) apskaičiuokite, kuriame aukštyje pradinės padėties atžvilgiu kamuoliukas bus po 1,5 s ir po 4,5 s; (33,75 m ir 33,75 m)

d) apskaičiuokite kamuoliuko poslinkį po 6 s. (0)

5. Kūnas, pradėjęs kristi be pradinio greičio iš aukščio h_1, paskutinius h_2 = 30 m įveikė per laiką t_2 = 0,5 s. Apskaičiuokite aukštį h_1, kuriame kūnas buvo iš pradžių, ir visą kūno kritimo trukmę t_1. Į oro pasipriešinimą neatsižvelkite. (h_1 = 195 m; t_1 = 6,3 s)

6. Į išdžiūvusį šulinį metamas akmuo. Praėjus 3 s nuo išmetimo momento, pasigirsta akmens smūgio į šulinio dugną garsas. Koks yra šulinio gylis? Garso greitis ore lygus 334 m/s. (41,47 m)

2.5. Transporto priemonės ir jų greitis įvairiais istoriniais laikotarpiais

Vienos pirmųjų transporto priemonių buvo karietos. XVIII a. antrojoje pusėje jomis reguliariai pradėta važinėti Ánglijoje ir Prancūzìjoje. Judėjimas tada dar buvo neintensyvus, o keliai – nelabai geri. XVIII a. antrojoje pusėje anglų inžinieriai sukūrė kietos kelio dangos technologiją. Šiai dangai neturėjo įtakos metų laikų kaita. Kelio dangos kokybė iš dalies lemia transporto priemonių judėjimo greitį. Pagerinus kelio dangas, pašto karietų greitis Anglijoje nuo 4–5 mylių (1 mylia = 1,609 km) per valandą padidėjo iki 6–8 mylių per valandą. Kai pašto karieta, važiuodama iš Lìverpūlio į Mančėsterį, pasiekė 14 mylių per valandą (apie 22 km/h) greitį, pasigirdo reikalavimų paduoti vežiką į teismą už bandymą sužaloti ar nužudyti keleivius.

Naujas transporto plėtros etapas prasidėjo XIX a. Anglijoje. Sparčiai vystoma pramonė reikalavo daug žaliavų: akmens anglių, geležies rūdos, o jas vežti buvo labai brangu, nes XIX a. pradžioje vežimus dar traukdavo arkliai. Norint sumažinti gamybos išlaidas, geležies rūdos liejyklos buvo statomos arti išteklių telkinių. Jei netoli geležies rūdos telkinių nebūdavo anglies, tai geležis būdavo perdirbama naudojant medieną. Susisiekimą pagerino XVIII a. pabaigoje pradėti kasti vandens kanalai. 1807 m. amerikietis Robertas Fultonas (*Robert Fulton*) sukonstravo garlaivį.

XIX a. pradžioje Didžiõjoje Britãnijoje pradėti tiesti geležinkeliai – neilgi bėgiai, kuriais judėjo arklių traukiami vagonai. Tokie bėgiai dažniausiai buvo naudojami kasyklose.

Pirmąjį geležinkelį ir garvežį 1815 m. sukonstravo anglų inžinierius Džordžas Stefensonas (*George Stephenson*), kilęs iš paprastos angliakasio šeimos. Savo

išradimui jis panaudojo kitą labai svarbų to laikmečio atradimą – garo variklį, kurį 1769 m. sukūrė Džeimsas Vatas (*James Watt*). 1815 m. Stefensonas garo variklį pritaikė garvežiui. 1825 m. pagal jo projektą tarp Stòktono ir Dárlingtono nutiesta pirmoji geležinkelio linija. Šiek tiek vėliau, 1829 m., geležinkelis sujungė Mančesterį ir Liverpūlį. Juo važiavusio garvežio greitis siekė 46 km/h. Jau 1850 m. buvo nutiestos pagrindinės Anglijos geležinkelių linijos.

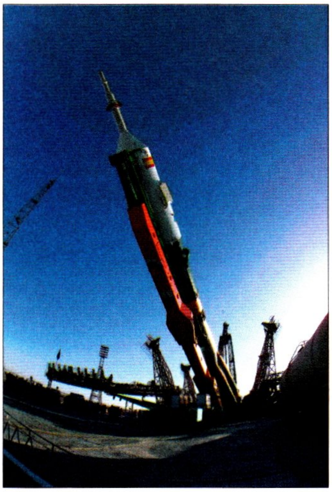
XIX a. geležinkeliai atsirado ir JAV. Iš pradžių bėgiai čia buvo importuojami, tačiau 1850 m. juos jau gamino 15 vietinių fabrikų. Tiesiant vieną pirmųjų geležinkelių Mèrilendo valstijoje, 1827 m. buvo naudojami įvairių modelių garvežių varikliai. Bandant Kuperio modelį, kuris vagoną su 24 keleiviais galėjo vežti 6 mylių per valandą greičiu, garvežio traukiamam sąstatui teko lenktyniauti su gretimais bėgiais arklio traukiamu sąstatu. Kažkas atsitiko varikliui ir arklys laimėjo. Tai buvo viena iš paskutinių arklio, kaip transporto priemonės, pergalių. 1869 m. JAV baigtas tiesti pirmasis žemyninis geležinkelis.

Komunikacijos tobulėjo ne tik šalių ir valstijų mastu, bet ir miestuose. 1850–1890 m. pagrindinė transporto priemonė mieste buvo arklių traukiamas vežimas – omnibusas. Miesto gatvėmis jis judėjo vidutiniškai 8–11 km/h (5–7 mylių per valandą) greičiu. Elektrifikuotas transportas atsirado Rìčmonde, Virdžìnijos valstijoje (JAV). Per metus jis prigijo daugelyje miestų. XIX a. pabaigoje pradėta važinėti estakadomis, t. y. tam tikromis pakylomis virš žemės ar vandens. Taip buvo taupomas miestų plotas. XX a. pradžioje JAV automobiliai pradėti gaminti masiškai. Antai 1914 m. pagaminta 569 tūkst. automobilių.

Lietuvos ūkio raidai taip pat labai reikšmingas geležinkelių tiesimas, kurį labiausiai lėmė strateginiai sumetimai. 1861–1862 m. buvo nutiestas Peterbùrgo–Váršuvos geležinkelis, ėjęs per Dūkštàs, Vìlnių, Leñtvarį, Varéną. Vilnius tapo stambiu geležinkelių centru. Žemaitijoje tiesti geležinkelius buvo draudžiama – karo žinyba bijojo, kad Vokietijos kariuomenė, kilus karui, galės jais pasinaudoti. Atsiradus geležinkeliams, Nēmunas tapo šalutine transporto arterija,



2.5.1 pav.



2.5.2 pav.

2.5.3 pav.



nors XIX a. pabaigoje juo jau plaukiojo 20 keleivinių ir prekinių garlaivių.

Plentų tiesimu susirūpinta tik XIX a. pabaigoje, palei Nēmuną pradėjus statyti karinius įtvirtinimus. Iki 1900 m. nutiesta apie 400 km naujų kelių. Tačiau jie nebuvo labai reikšmingi, nes nesudarė tinklo ir nevedė prie geležinkelio centrų.

Transporto priemonių gamybos technologijos ypač ištobulėjo XX a. Dabar traukiniai važinėja daug greičiau nei pirmieji garvežiai, pavyzdžiui, Australijoje maršrutu Sidnéjus–Kanberà jie rieda 360 km/h greičiu. Japonijoje supergreitieji traukiniai gali įgyti 552 km/h, o traukiniai su magnetinėmis pagalvėmis – net 581 km/h greitį (2.5.1 pav.).

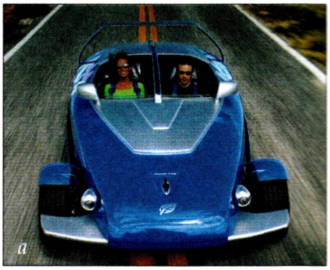
Šiandien pati greičiausia transporto priemonė – lėktuvai. Japonijos nacionalinė oreivystės laboratorija kuria naują lėktuvo modelį, kuris savo techniniais duomenimis aplenks dabartinius lėktuvus. Projektuojamas lėktuvas (jo kodas yra NEXST) skris dvigubai greičiau, nei sklinda garsas. Taigi šis lėktuvas bus greitesnis už patį greičiausią šiuo metu lėktuvą „Concorde“, be to, skraidins tris kartus daugiau keleivių. Antra vertus, NEXST bus pats tyliausias lėktuvas. Manoma, kad jis kels mažiau triukšmo negu dabartinis pats tyliausias „Boeing 747“. Lėktuvą NEXST numatoma pradėti eksploatuoti ne anksčiau kaip 2012 m.

Vis dėlto, kuriant naujus lėktuvus, svarbiausia ne jų greitis, o saugumas, patvarumas, ekonomiškumas ir manevringumas. Greičiausi skraidymo aparatai šiuo metu yra erdvėlaiviai (2.5.2 pav.), naudojami palydovams į atvirą erdvę paleisti bei aptarnauti. Techninės galimybės leidžia jiems skrieti kosminiu greičiu.

Akcinė bendrovė „flyLAL–Lithuanian Airlines“ tęsia 1938 m. įkurtų „Lietuvos oro linijų“ veiklą. Tuo metu „Lietuvos oro linijos“ turėjo du šešiaviečius „Percival“ gamyklos lėktuvus. Abu jie buvo atskraidinti iš Anglijos mūsų pirmųjų susisiekimo pilotų Jono Dženkaičio ir Simono Mockūno. Šie lėktuvai skraidė iš Kaũno į Pãlangą ir Rýgą. 1941 m. okupavus Líetuvą, visus skrydžius perėmė oro transporto bendrovė „Aeroflot“. Líetuvai atgavus nepriklausomybę, 1991 m. „Lietuvos oro linijos“ buvo atkurtos ir pava-

dintos „Lietuvos avialinijomis". 2006 m. jų pavadinimas pakeistas į „flyLAL–Lithuanian Airlines". Vienas greičiausių lėktuvų, kurį šiuo metu jos eksploatuoja, yra „Boeing 737-500" (2.5.3 pav.). Jo greitis siekia apie 870 km/h.

Neseniai pradėtos naudoti naujos netradicinės transporto priemonės – automobiliai amfibijos. Šveicarijos bendrovė „Rinspeed" pagamino automobilį amfibiją „Splash" (lietuviškai reiškia sensaciją) (2.5.4 pav., *a* ir *b*). Sausumoje jis įgyja 200 km/h greitį, per kelias sekundes virsta kateriu, kuris gali plaukti 80 km/h greičiu. Antra vertus, šis automobilis geba įgyti didelį pagreitį: 100 km/h greitį pasiekia per 5,9 s. Tačiau tai ne pats greičiausias automobilis amfibija. Yra amfibijų, kurios sausuma gali važiuoti net 480 km/h greičiu.



a



b

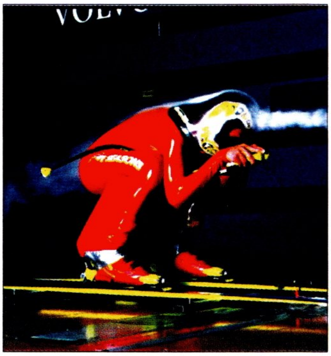
2.5.4 pav.

Pagrindinė susisiekimo priemonė dabar yra automobilis. Kai kurių šiuolaikinių jo modelių didžiausias greitis persveria 300 km/h. Įdomu, kad tokį greitį be transporto priemonių gali įgyti ir žmogus. Pavyzdžiui, šokdamas su parašiutu (neišskleistu), jis geba įgyti nuo 180 km/h iki 300 km/h greitį (2.5.5 pav.), per greitojo nusileidimo varžybas slidėmis vyrai pasiekia 250,79 km/h, moterys – 242,26 km/h greitį (2.5.6 pav.).

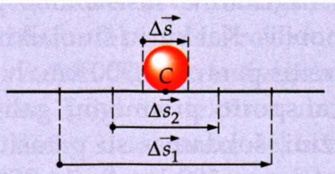
2.5.5 pav.



2.5.6 pav.



Skyriaus „Netolyginis tiesiaeigis judėjimas“ apibendrinimas

Netolyginis judėjimas	Netolyginis yra toks judėjimas, kurio metu kūno poslinkiai per lygius laiko tarpus nėra vienodi.
Netolygiai kintamas judėjimas	Netolygiai kintamas yra toks judėjimas, kurio metu kūno greitis per bet kuriuos lygius laiko tarpus pakinta nevienodai.
Tolygiai kintamas judėjimas	Tolygiai kintamu vadinamas judėjimas, kurio metu kūno greitis per bet kuriuos lygius laiko tarpus pakinta vienodai.
Momentinis greitis	Momentiniu greičiu vadinamas kūno greitis konkrečiu laiko momentu arba kuriame nors trajektorijos taške.  Momentinis greitis lygus mažo poslinkio trajektorijos ruože, kuriam priklauso tas taškas, ir mažo laiko tarpo, per kurį atliekamas tas poslinkis, santykiui: $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$.
Vidutinis greitis	Tiesiai judančio kūno vidutinis greitis lygus kūno poslinkio ir laiko tarpo, per kurį pasislinko kūnas, santykiui: $\vec{v}_{vid} = \frac{\vec{s}}{t}$.
Pagreitis	Tiesiai ir tolygiai kintamai judančio kūno pagreičiu vadinamas pastovus dydis, lygus kūno greičio pokyčio ir laiko, per kurį tas pokytis įvyko, santykiui: $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$.

- Kai kūnas juda tolygiai, pagrindinis mechanikos uždavinys sprendžiamas tokia eilės tvarka:

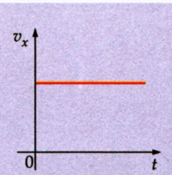
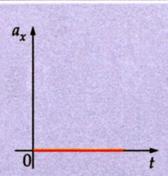
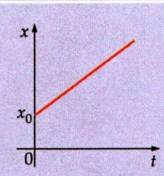
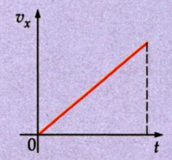
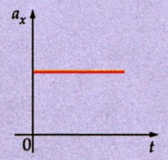
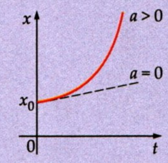
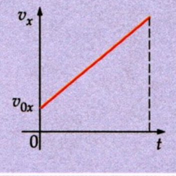
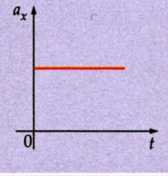
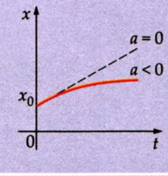
greitis → poslinkis → koordinatė,

kai tolygiai kintamai – tokia:

pagreitis → greitis → poslinkis → koordinatė.

Judėjimo rūšys	Formulės			
	Pagreičio projekcija	Greičio projekcija	Poslinkio projekcija	Koordinatės lygtys
Tolyginis judėjimas	$a_x = 0$	$v_x = \frac{s_x}{t}$	$s_x = v_x t$	$x = x_0 + v_{0x} t$
Tolygiai kintamas judėjimas, kai $v_{0x} = 0$	$a_x = \frac{v_x}{t}$	$v_x = a_x t$	$s_x = \frac{a_x t^2}{2}$	$x = x_0 + \frac{a_x t^2}{2}$
Tolygiai kintamas judėjimas, kai $v_{0x} \neq 0$	$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$	$v_x = v_{0x} + a_x t$	$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$	$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$

Grafinis greičio, pagreičio ir poslinkio priklausomybės nuo laiko vaizdavimas

Judėjimo rūšys	Grafikai		
	Greičio projekcijos priklausomybė nuo laiko (greičio grafikas)	Pagreičio projekcijos priklausomybė nuo laiko (pagreičio grafikas)	Koordinatės priklausomybė nuo laiko (judėjimo grafikas)
Tolyginis judėjimas			
Tolygiai kintamas judėjimas, kai $v_{0x} = 0$			
Tolygiai kintamas judėjimas, kai $v_{0x} \neq 0$			


Mechanika

3 Kreivaeigis judėjimas

Mokydamiesi mechanikos pradmenų, jau šiek tiek sužinojote apie kreivaeigį kūnų judėjimą. Šiame skyriuje įgytas žinias papildysite ir kartu susipažinsite su pagrindiniais fizikiniais dydžiais, apibūdinančiais šį judėjimą: poslinkiu, linijiniu greičiu, kampiniu greičiu, įcentriniu pagreičiu, sukimosi periodu, sukimosi dažniu, taip pat sužinosite, kaip kinta apskritimu judančio kūno koordinatės.

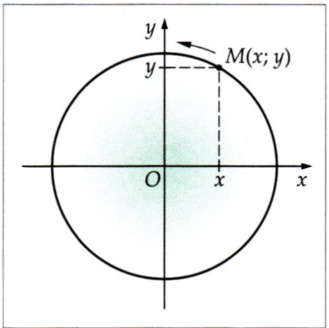
3.1. Kreive judančio kūno poslinkis ir greitis. Įcentrinis pagreitis

! Pagrindinės sąvokos

Kreivè jùdančio kū́no póslinkis,
linijìnis greĩtis,
kampìnis greĩtis,
įcentrìnis pãgreitis.

Pagal trajektoriją mechaninis judėjimas skirstomas į tiesiaeigį ir kreivaeigį. Gamtoje, technikoje ir buityje kreivaeigis judėjimas matomas dažniau nei tiesiaeigis. Kosminėje erdvėje kreivėmis juda planetos, dirbtiniai Žemės palydovai, Žemėje – transporto priemonės, mašinų dalys, atomuose – elektronai. Jei savo kelionę į mokyklą ar judėjimą per pertraukas vertintumėte atsižvelgdami į trajektoriją, įsitikintumėte, kad kreive judate dažniau negu tiese.

Kreivaeigis judėjimas yra sudėtingesnis už tiesiaeigį, nes nuolat kinta jo (taigi ir greičio vektoriaus) kryptis, be to, gali kisti ir greičio bei pagreičio modulis. Kreive judančio kūno padėčiai nusakyti reikia ne vienos, o dviejų koordinačių (3.1.1 pav.).



3.1.1 pav.

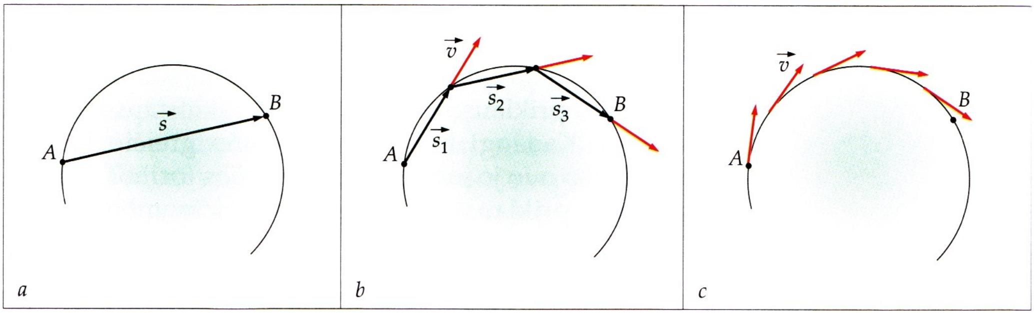
Kreive judančio kūno poslinkis

Žinome, kad poslinkiu vadinama kryptinė atkarpa, jungianti pradinę kūno padėtį su galine jo padėtimi. Tiesiai judančio kūno poslinkio ir greičio kryptys sutampa. O kokia yra šių vektorių kryptis, kai kūnas juda kreive?

Pirma nustatykime kreive judančio kūno poslinkio kryptį. Tarkime, kad kūnas kreive pasislinko iš taško A į tašką B (3.1.2 pav., *a*). Tada jo nueitas kelias yra lanko AB ilgis, o poslinkis – vektorius $\vec{s}$, nukreiptas išilgai stygos AB.

Kreive judančio kūno linijinis greitis

Išsiaiškinkime, kaip nukreiptas kreive judančio kūno greitis. Jo kryptis šiuo atveju jau nebesutampa su poslinkio $\overrightarrow{AB}$ kryptimi. Judėjimą lanku AB padalykime į trumpesnius laiko tarpus. Kūno poslinkius per juos $\left(\vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{s}_3\right)$ pavaizduokime trumpesnėmis stygomis (3.1.2 pav., *b*). Įsivaizduokime, kad kūnas juda



3.1.2 pav.

gauta laužte. Dabar kūno judėjimas kiekviena jos grandimi yra tiesiaeigis, todėl greičio vektorius $\vec{v}$ nukreiptas išilgai poslinkio vektoriaus. Trumpinant tiesius ruoželius (stygas), laužtė bus vis panašesnė į glodžią kreivę, kol galiausiai su ja sutaps. Kūno greitis kiekviename šios kreivės taške yra momentinis greitis. Jis nukreiptas per tą tašką einančia kreivės liestine (3.1.2 pav., *c*).

Kreive judančio kūno momentinis greitis vadinamas ***linijiniu greičiu***. Vadinasi, ***kreive judančio kūno linijinis greitis bet kuriame trajektorijos taške yra nukreiptas kreivės liestine, einančia per tą tašką.*** Tai patvirtina ir aplinkoje stebimi reiškiniai. Pavyzdžiui, liestine lekia sniegas nuo buksuojančio automobilio ratų (3.1.3 pav., *a*), kibirkštys nuo galąstuvo disko (3.1.3 pav., *b*).

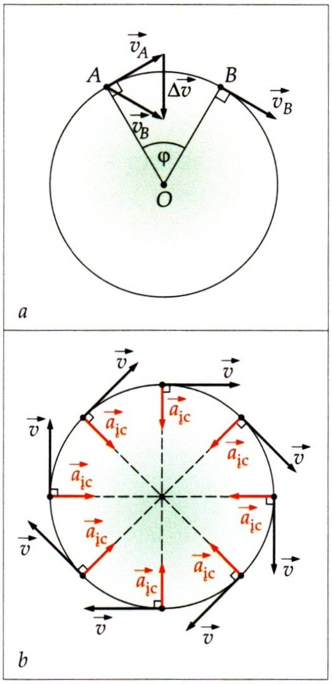
Kreive judančio kūno linijinis greitis įvairiuose trajektorijos taškuose yra skirtingos krypties (3.1.2 pav., *c*). Todėl kreivaeigis judėjimas yra kintamasis, net ir tada, kai kūno linijinio greičio modulis pastovus. Mokykliniame fizikos kurse nagrinėjamas būtent toks

3.1.3 pav.



kreivaeigis judėjimas. Jį įprasta vadinti ***tolýginiu kreivaeigiù judė́jimu***.

Kreive pastovaus modulio greičiu judančio kūno pagreitis priklauso tik nuo greičio vektoriaus krypties kitimo. Kadangi besisukančio kūno greičio kryptis priklauso nuo jo judėjimo trajektorijos formos, tai nuo jos turi priklausyti ir kūno pagreičio modulis bei kryptis.



3.1.4 pav.

Apskritimu tolygiai judančio kūno pagreičio kryptis

Nagrinėdami tiesiaeigį judėjimą, sužinojote, kad kūno pagreitis lygus labai mažo greičio pokyčio $\Delta\vec{v}$ ir laiko tarpo Δt, per kurį pakito greitis, santykiui:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \qquad (3.1)$$

Pagal vektorių atimties taisykles radę greičio pokytį, lygų greičio vektorių $\vec{v}_B$ ir $\vec{v}_A$ skirtumui (3.1.4 pav., *a*), įsitikintume, jog $\Delta\vec{v}$ yra nukreiptas į apskritimo centrą. Iš (3.1) formulės išplaukia, kad pagreitis $\vec{a}$ taip pat nukreiptas į apskritimo centrą. Todėl jis vadinamas ***įcentriniù pãgreičiu*** ir dažnai žymimas simboliu $\vec{a}_{įc}$.

Vadinasi, ***tolygiai apskritimu judančio kūno pagreitis bet kuriame trajektorijos taške yra įcentrinis, nes visuomet nukreiptas į apskritimo centrą.*** Įcentrinio pagreičio kryptis, kūnui judant, nuolat kinta (3.1.4 pav., *b*).

Kreive tolygiai judančio kūno kampinis greitis

Kūno judėjimą apskritimu galima apibūdinti spindulio *OA* posūkio kampu φ (3.1.4 pav., *a*), t. y. kampu, kuriuo pasisuka spindulys, jungiantis apskritimo centrą su tuo apskritimu judančiu kūnu. Posūkio kampas matuojamas *radiãnais*[1]. ***Spindulio posūkio kampo φ ir laiko, per kurį pasisuko spindulys, santykis vadinamas kampiniù greičiù.*** Kampinį greitį pažymėję, kaip įprasta, graikiška raide ω (tariame „omega"), gauname:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \qquad (3.2)$$

[1] Radianas (rad) lygus kampui tarp dviejų apskritimo spindulių, kuriuos jungiančio lanko ilgis lygus spinduliui. 1 rad = 57°18′.

Kampinio greičio matavimo vienetas yra *radiãnas peř sekùndę* (rad/s). Kampinis greitis apibūdina visų spindulio OA taškų judėjimą. Per tą patį laiko tarpą šie taškai pasisuka vienodu kampu.

Aptarėme nutolusio nuo sukimosi centro kūno judėjimą. Tačiau mus supančioje aplinkoje regime ir kitokių sukimosi pavyzdžių: apie ašį sukasi automobilio ratai, grąžtai, skridiniai. Vientiso kūno (disko, rato) sukimąsi apibūdina kampinis greitis ω, o atskirų jo taškų judėjimą – tų taškų linijinis greitis v.

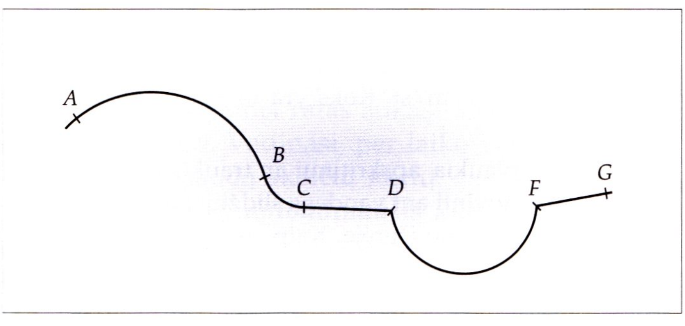
Kūno įcentrinio pagreičio modulis

Norėdami ištirti, nuo ko priklauso įcentrinio pagreičio modulis, remsimės 3.1.4 paveikslu, *a*. Kadangi greičio vektoriai $\vec{v}_A$ ir $\vec{v}_B$ yra atitinkamai statmeni spinduliams OA ir OB, tai kampas tarp tų vektorių lygus kampui φ. Apskritimu judančio kūno linijinio greičio modulis nekinta ($v_A = v_B = v$), todėl greičio vektorių sudarytas trikampis būtų lygiašonis ir panašus į trikampį AOB. Remdamiesi trikampių panašumo požymiais ir pagreičio formule (3.1), įrodytume, kad

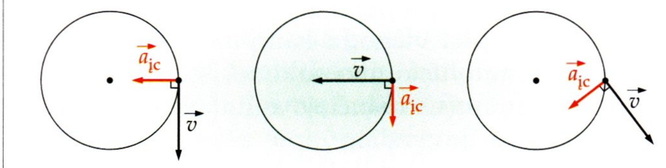
$$a_{\text{įc}} = \frac{v^2}{R}. \qquad (3.3)$$

Iš (3.3) formulės matyti, kad apskritimu judančio kūno ***įcentrinio pagreičio modulis*** priklauso nuo greičio modulio (v) tame taške ir apskritimo, kuriuo juda kūnas, spindulio (R). Tolygiai apskritimu judančio kūno įcentrinio pagreičio modulis visuose to paties apskritimo taškuose yra vienodas.

Kūno judėjimą bet kokia kreive (3.1.5 pav.) galima išskaidyti į judėjimą tiesiomis atkarpomis (CD, FG) ir apskritimų lankais (AB, BC, DF). Apskritimų lankais tolygiai judančio kūno pagreitis priklausys nuo lankų kreivumo spindulio: kuo ilgesnis lanko spindulys, tuo mažesnis pagreitis.



3.1.5 pav.



3.1.6 pav.

Klausimai ir užduotys

1. Kuriuo atveju (3.1.6 pav.) kūno linijinis greitis ir įcentrinis pagreitis pavaizduotas teisingai? Atsakymą pagrįskite.

2. Ką vadiname kampiniu greičiu? Kokie yra jo matavimo vienetai?

3. Ant ašies užmautas ratas sukasi. Kuris fizikinis dydis apibūdina visų rato taškų judėjimą?

4. Kamuoliukas juda apskritimu pastovaus modulio pagreičiu. Ar galima kamuoliuko judėjimą vadinti tolygiai kintamu? Kodėl?

5. Apskritimu judančio kūno greitis padidėjo dvigubai. Kaip ir kiek kartų pakito įcentrinis šio kūno pagreitis?

6. Automobilis važiuoja 225 m spindulio lanku 54 km/h greičiu. Apskaičiuokite įcentrinį automobilio pagreitį.

(1 m/s^2)

7. Galąstuvo disko kraštinių taškų linijinis greitis 26 m/s, disko skersmuo 200 mm. Apskaičiuokite:

a) kraštinių disko taškų įcentrinį pagreitį;

(3380 m/s^2)

b) kiek kartų kraštinių taškų įcentrinis pagreitis didesnis už kūnų laisvojo kritimo pagreitį.

(≈338 kartus)

8. Kūnas juda 10 m spindulio apskritimu. Įcentrinis jo pagreitis lygus 5 cm/s^2. Koks yra to kūno greitis?

(0,7 m/s)

9. Kateris plaukia apskritimu ir traukia paskui save sportininką, stovintį ant vandens slidžių. Šis juda katerio brėžiamo apskritimo išorėje. Kaip susiję katerio ir sportininko greičiai?

3.2. Kūno sukimosi periodas ir dažnis. Apskritimu judančio kūno koordinatės

Kūno sukimosi periodas

Pagrindinės sąvokos

Sukìmosi periòdas, sukìmosi dãžnis, periòdinis judė́jimas.

Tiesiaeigį kūno judėjimą apibūdina pagreitis, greitis ir poslinkis, o judėjimą apskritimu dažniausiai – laiko tarpas, per kurį kūnas apsisuka vieną kartą. Pavyzdžiui, apibūdinant Žemės sukimąsi apie Saulę, paprastai nurodomas ne Žemės sukimosi greitis, bet jos apsisukimo apie Saulę laikas – 365,26 paros. Kalbant apie Žemės sukimąsi apie savo ašį, taip pat nurodomas jos apsisukimo apie savo ašį laikas – 24 h.

Laikas, per kurį kūnas apsisuka vieną kartą, vadinamas kūno sukìmosi periodù. Periodas žymimas raide T. Kadangi periodas yra tam tikras laiko tarpas, tai jis reiškiamas laiko matavimo vienetais – sekundėmis.

Norint apskaičiuoti kūno sukimosi periodą, reikia žinoti, kiek kartų N kūnas apsisuka per tam tikrą laiką t:

$$T = \frac{t}{N}. \quad (3.4)$$

Per periodą T kūnas nueina kelią, lygų apskritimo ilgiui $2\pi R$. Žinant sukimosi periodą T, galima rasti linijinį kūno greitį:

$$v = \frac{2\pi R}{T}. \quad (3.5)$$

Sukimosi dažnis

Aplinkoje galime matyti skirtingai besisukančius kūnus. Pavyzdžiui, mergaitei minant pedalus, vaikiško triratuko priekinis ratas sukasi lėčiau nei galiniai ratai (3.2.1 pav.). Vadinasi, per laiko vienetą šie ratai apsisuka nevienodą skaičių kartų.

Fizikinis dydis, apibūdinantis kūno sūkių skaičių per laiko vienetą, vadinamas kūno sukìmosi dažniù. Sukimosi dažnis žymimas graikiška raide ν (tariame „ni") ir matuojamas sūkiais per sekundę. Pagerbiant

3.2.1 pav.



vokiečių mokslininką Heinrichą Hercą (*Heinrich Hertz*), šis matavimo vienetas dar vadinamas *hercù* (sutrumpintai žymima Hz). Jei kūnas per vieną sekundę apsisuka vieną kartą, tai jo sukimosi dažnis lygus vienam hercui:

$$[\nu]=\frac{1}{1\ \mathrm{s}}=1\ \mathrm{s}^{-1}=1\ \mathrm{Hz}.$$

Sukimosi periodo ir dažnio ryšys

Sukimosi periodas ir dažnis susiję tarpusavyje. Pavyzdžiui, jei dviračio rato sukimosi periodas lygus 0,5 s, tai per 1 s šis ratas apsisuks 2 kartus, jei 0,25 s – 4 kartus. Vadinasi, kuo trumpesnis sukimosi periodas, tuo didesnis sukimosi dažnis. Kūno sukimosi dažnis yra dydis, atvirkščias sukimosi periodui:

$$T=\frac{1}{\nu}. \tag{3.6}$$

Nagrinėdami 3.1 temą, apibrėžėme kampinį kūno greitį. Dabar jį išreikškime kūno sukimosi periodu. Akivaizdu, kad per laiko tarpą, prilygstantį sukimosi periodui, kūnas apsisuka vieną kartą, taigi pasisuka kampu, lygiu 2π. Iš (3.2) formulės išplaukia, kad

$$\omega=\frac{2\pi}{T}. \tag{3.7}$$

Atsižvelgę į (3.6) formulę, kampinį greitį galime susieti su kūno sukimosi dažniu:

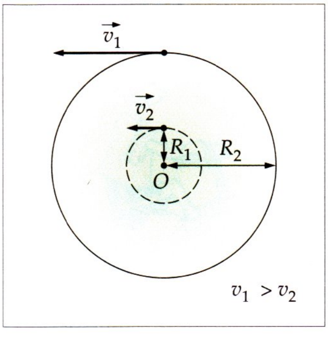
$$\omega=2\pi\nu. \tag{3.8}$$

Apskritimu judančio kūno linijinį greitį išreikškime kūno sukimosi dažniu. Į (3.5) formulę įrašę (3.6), gauname kitą apskritimu judančio kūno linijinio greičio išraišką:

$$v=2\pi R\nu. \tag{3.9}$$

Iš jos matyti, kad nuo sukimosi ašies įvairiai nutolę kūno (rato, disko) taškai juda skirtingu linijiniu greičiu: kuo tolimesnis taškas, tuo didesnis jo sukimosi greitis ir atvirkščiai (3.2.2 pav.).

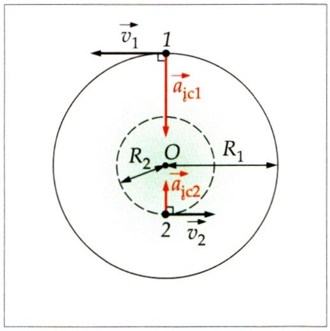
3.2.2 pav.



(3.9) formulę įrašę į (3.3), gauname dar vieną kūno įcentrinio pagreičio išraišką:

$$a_{įc} = 4\pi^2 R \nu^2. \quad (3.10)$$

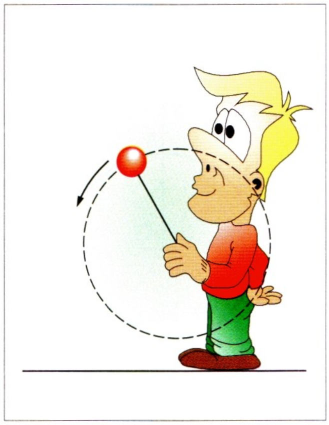
Ji rodo, kaip priklauso įvairių kūno taškų įcentrinis pagreitis nuo jų atstumo iki sukimosi ašies: kuo didesnis šis atstumas, tuo didesnis įcentrinis taško pagreitis. Pavyzdžiui, kūno (3.2.3 pav.) *1* taškas sukasi didesniu įcentriniu pagreičiu negu *2* taškas, nes $R_1 > R_2$. Vis dėlto reikia prisiminti, kad skirtingi to paties kūno taškai juda tuo pačiu periodu ir tuo pačiu dažniu.



3.2.3 pav.

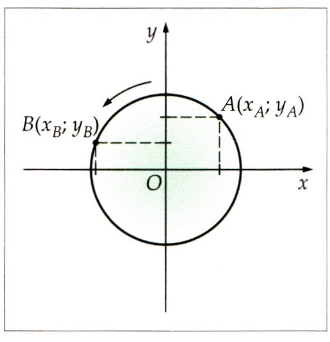
Apskritimu judančio kūno koordinatės

Norėdami nustatyti, kaip kinta apskritimu judančio kūno koordinatės, atlikime paprastą bandymą. Prie siūlo pritvirtintą rutuliuką sukime vertikalioje plokštumoje pastoviu greičiu (3.2.4 pav.). Kadangi rutuliukas juda plokštuma, jo padėčiai nusakyti reikia dviejų koordinačių. Parinkime koordinačių sistemą taip, kad jos pradžia sutaptų su apskritimo centru (3.2.5 pav.). Sakykime, stebėjimo pradžioje rutuliukas yra taške *A*, taigi jo koordinatės atitinkamai lygios x_A ir y_A. Kai rutuliukas atsiduria kitoje padėtyje, taške *B*, jo koordinatės įgyja vertes x_B ir y_B. Vadinasi, rutuliukui sukantis apskritimu, jo padėtis, o kartu ir koordinatės kinta. Praėjus laiko tarpui, trunkančiam periodą *T*, rutuliukas vėl atsiduria taške *A* ir jo koordinačių vertės pasikartoja: x_A ir y_A. Tokios pat jos bus ir po dviejų, trijų ir t. t. periodų. Rutuliuko koordinatės atitinkamai kartosis ir taške *B*, ir kituose apskritimo taškuose. Iš šio pavyzdžio išplaukia pagrindinė judėjimo apskritimu savybė – po kiekvieno sukimosi periodo kūno koordinačių vertės pasikartoja. ***Judėjimas, kurį apibūdinantys fizikiniai dydžiai periodiškai pasikartoja, vadinamas periòdiniu.*** Judėjimas apskritimu – periodinis judėjimas. Jo metu periodiškai kinta ne tik kūno koordinatės, bet ir greitis bei pagreitis.



3.2.4 pav.

3.2.5 pav.



Kūno judėjimas apskritimu – ne vienintelis periodinio judėjimo pavyzdys. Periodinis yra ir mechaninis svyravimas. Jį nagrinėjant (7 skyriuje), prie šios temos dar teks sugrįžti.

Klausimai ir užduotys

1. Kas yra kūno sukimosi periodas? Kokiais vienetais jis matuojamas?

2. Kas yra kūno sukimosi dažnis? Kokie yra jo matavimo vienetai?

3. Kūno sukimosi dažnis padidėjo 2 kartus. Kaip ir kiek pakito kūno sukimosi periodas?

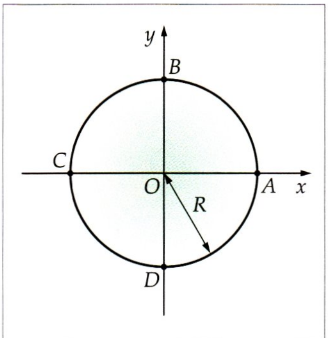
4. Taško *A* atstumas iki sukimosi ašies yra perpus mažesnis negu taško *B*. Nustatykite:

a) kiek kartų skiriasi taškų *A* ir *B* linijinis greitis;

b) ar skiriasi taškų *A* ir *B* kampinis greitis (atsakymą pagrįskite).

5. Taškai *A*, *B*, *C* ir *D* (3.2.6 pav.) vaizduoja apskritimu judančio rutuliuko padėtis įvairiais laiko momentais. Tarkime, kad pradiniu momentu rutuliukas buvo taške *A*. Užpildykite lentelę, nurodydami rutuliuko koordinates įvairiais stebėjimo momentais. Apibendrinkite jos duomenis.

Rutuliuko padėtis	Stebėjimo momentas	Koordinatė x	Koordinatė y
Taškas A	$t=0$	$x=R$	$y=0$
Taškas B	$t=\frac{1}{4}T$		
Taškas C	$t=\frac{1}{2}T$		
Taškas D	$t=\frac{3}{4}T$		
Taškas A	$t=T$		



3.2.6 pav.

Mokomės spręsti uždavinius

Kibiras vandens iš šulinio keliamas sukant veleno gale įtaisytą rankeną (3.2.7 pav.). Rankenos spindulys yra 3 kartus didesnis negu veleno, ant kurio vyniojamas lynas. Iš 12 m gylio šulinio kibiras iškeliamas per 25 s. Apskaičiuokime:

a) kraštinių veleno taškų linijinį greitį;

b) rankenos taškų linijinį greitį.

v_v – ?	$R_r = 3R_v$
v_r – ?	$s = 12$ m
	$t = 25$ s

Sprendimas

a) Kraštinių veleno taškų linijinis greitis lygus kibiro judėjimo greičiui:

$$v_v = \frac{s}{t}. \quad (1)$$

Įrašę dydžių vertes, gauname:

$$v_v = \frac{12\ \text{m}}{25\ \text{s}} = 0{,}48\ \text{m/s}.$$

b) Kraštinių veleno taškų ir rankenos taškų linijinį greitį išreiškiame veleno bei rankenos sukimosi periodu:

$$v_v = \frac{2\pi R_v}{T}, \tag{2}$$

$$v_r = \frac{2\pi R_r}{T}. \tag{3}$$

(3) lygybę dalijame panariui iš (2):

$$\frac{v_r}{v_v} = \frac{R_r}{R_v}. \tag{4}$$

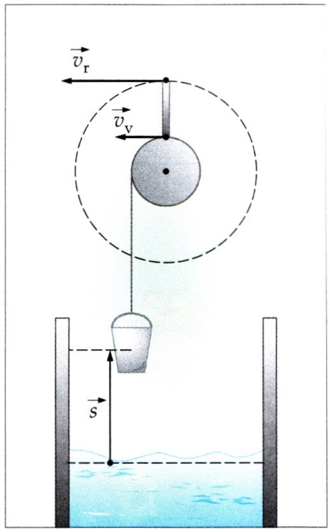
Iš (4) lygybės išreiškiame rankenos taškų linijinį greitį:

$$v_r = v_v \cdot \frac{R_r}{R_v} = v_v \cdot \frac{3R_v}{R_v} = 3v_v.$$

Įrašome dydžių vertes:

$$v_r = 3 \cdot 0{,}48\ \text{m/s} = 1{,}44\ \text{m/s}.$$

Atsakymas: a) 0,48 m/s; b) 1,44 m/s.



3.2.7 pav.

Užduotys savarankiškam darbui

1. Darydamas mirties kilpą, lėktuvas skrenda 720 km/h greičiu. Trajektorijos spindulys lygus 800 m.

a) Nubraižykite atitinkamą brėžinį, pavaizduokite jame lėktuvo linijinį greitį ir įcentrinį pagreitį.

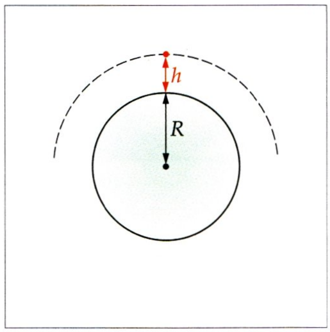
b) Apskaičiuokite įcentrinį lėktuvo pagreitį. (50 m/s^2)

c) Nustatykite, kiek kartų pasikeistų įcentrinis pagreitis, jei lėktuvas, skrisdamas tuo pačiu greičiu, atliktų dvigubai didesnio spindulio kilpą.

2. Dirbtinis Žemės palydovas skrieja apskrita orbita $h = 200$ km aukštyje virš Žemės paviršiaus (3.2.8 pav.). Žemės spindulys $R = 6400$ km. Per 89 min palydovas apsisuka apie Žemę vieną kartą. Apskaičiuokite:

a) linijinį palydovo greitį; (7,8 km/s)

b) įcentrinį palydovo pagreitį. (9,2 m/s^2)



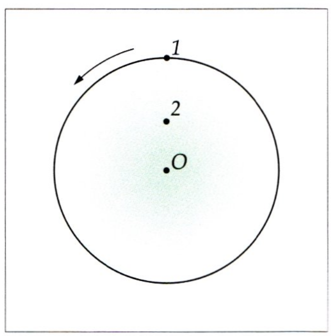
3.2.8 pav.

3. Galąstuvo diskas, kurio spindulys 10 cm, vieną kartą apsisuka per 0,4 s (3.2.9 pav.). Apskaičiuokite:

a) kraštinių disko taškų (*1*) linijinį greitį; (1,57 m/s)

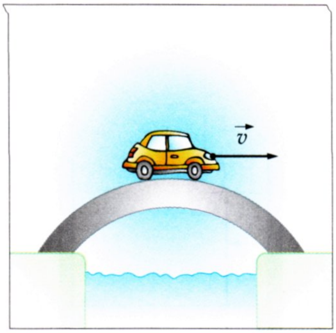
b) disko taškų (*2*), nutolusių nuo sukimosi ašies 5 cm, linijinį greitį; (0,79 m/s)

3.2.9 pav.



c) kraštinių disko taškų įcentrinį pagreitį; (24,6 m/s²)

d) disko taškų, nutolusių nuo sukimosi ašies 5 cm, įcentrinį pagreitį. (12,5 m/s²)



3.2.10 pav.

4. Ìškìlu tìltu automobìlis važiuoja 72 km/h greičiu (3.2.10 pav.). Įcentrinis jo pagreitis lygus 9,8 m/s². Apskaičiuokite tilto kreivumo spindulį. (40,8 m)

5. Domantas atliko bandymą su žaisliniu prisukamu automobiliuku. Berniukas nustatė, kad per 3 s automobiliukas nuvažiavo 25 cm. Žaislo rato skersmuo 3 cm. Apskaičiuokite automobiliuko ratų sukimosi dažnį ir kraštinių rato taškų įcentrinį pagreitį. (0,89 Hz; 0,463 m/s²)

6. Sekundinė laikrodžio rodyklė perpus trumpesnė už minutinę. Atsižvelgdami į tai, atlikite šias užduotis:

a) apskaičiuokite abiejų rodyklių galų linijinių greičių santykį;

b) parašykite minutinės rodyklės apsisukimo periodo matematinę išraišką;

c) parašykite sekundinės rodyklės apsisukimo periodo matematinę išraišką.

7. Žemė skrieja aplink Saulę orbita, kurios spindulys $1{,}5 \cdot 10^8$ km. Žemės spindulys 6400 km. Remdamiesi šiais duomenimis ir žiniomis apie kreivaeigį judėjimą, atlikite tokias užduotis:

a) parašykite Žemės apsisukimo periodo matematinę išraišką;

b) parašykite pasirinkto pusiaujo taško apsisukimo periodo matematinę išraišką;

c) apskaičiuokite Žemės pusiaujo taškų linijinį greitį; (463 m/s)

d) apskaičiuokite Žemės sukimosi apie Saulę linijinį greitį; (30 km/s)

e) apskaičiuokite Žemės pusiaujyje esančių kūnų įcentrinį pagreitį. (33,6 m/s²)

8. Vìlniaus geografinė platuma ρ = 54°41′. Apskaičiuokite:

a) linijinį greitį, kuriuo juda Vìlnius Žemei sukantis apie savo ašį; (266 m/s)

b) Vìlniaus įcentrinį pagreitį. (1,9 cm/s²)

9. Vilkelis, sukdamasis 40 Hz dažniu, laisvai krinta iš 20 m aukščio. Apskaičiuokite, kiek kartų vilkelis suspės apsisukti, kol nukris. (80 kartų)

3.3. Kreivaeigis judėjimas Saulės sistemoje

Atskaitos sistemoje, susietoje su Saule, Žemė ir kitos planetos skrieja aplink Saulę (3.3.1 pav.). Tokį Saulės sistemos modelį XVI a. pasiūlė lenkų astronomas ir matematikas Mikalojus Kopernikas. Tačiau Saulės sistemos planetų judėjimo trajektorijų jis paaiškinti negalėjo.

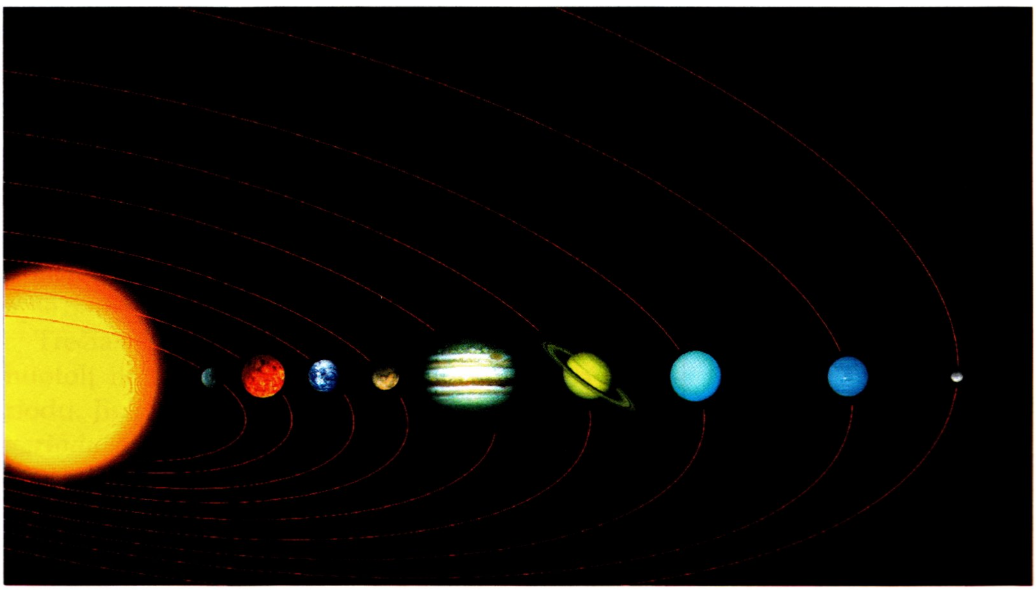
Matematiškai aprašyti planetų judėjimą apie Saulę pavyko tik XVII a. Tai, remdamasis ilgalaikiais stebėjimais, padarė vokiečių astronomas Johanas Kepleris (*Johannes Kepler*, 1571–1630). Planetų judėjimą apibūdinantiems dėsniams suformuluoti prireikė daugiau kaip 20 metų. Palygindamas savo ir kitų astronomų stebėjimų rezultatus, Kepleris nustatė planetų orbitų formą ir judėjimo greičio dėsningumus.

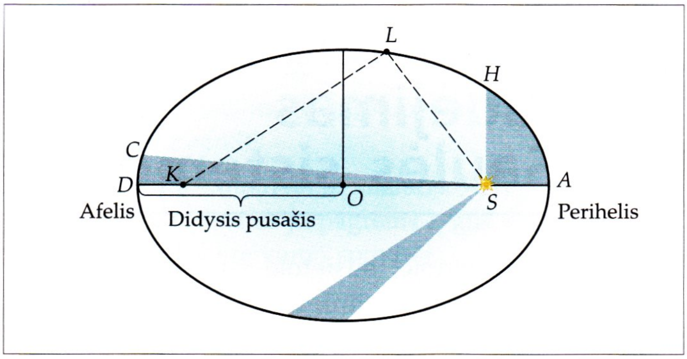
Planetos juda kreivėmis – ištęstomis apskritomis orbitomis, kurių formą nusako pirmasis Keplerio dėsnis. Jis teigia, kad ***kiekviena planeta skrieja aplink Saulę***



Johanas Kepleris

3.3.1 pav.





3.3.2 pav.

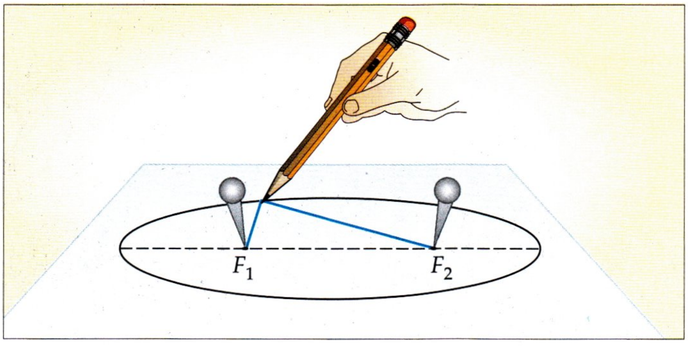
elipse, kurios viename židinyje yra Saulė (3.3.2 pav.). Judėdama elipse, planeta priartėja prie Saulės (padėtis A) arba nuo jos nutolsta (padėtis D). Artimiausias Saulei orbitos taškas (A) vadinamas periheliù, toliausias (D) – afeliù.

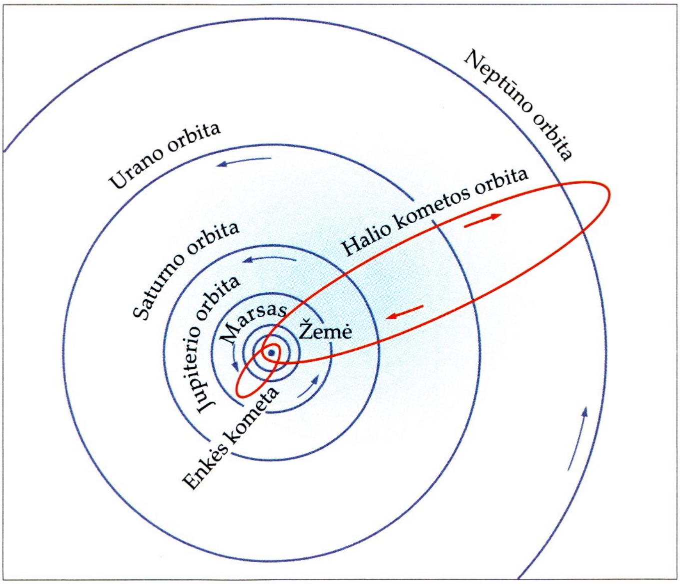
Elipsę nesunku nubrėžti 3.3.3 paveiksle pavaizduotu būdu. Siūlo galus reikia įtvirtinti taškuose F_1 ir F_2 – elipsės židiniuose ir, pieštuku įtempus siūlą, brėžti uždarą kreivę. Ji ir bus elipsė. Elipse vadinama uždara plokščioji kreivė, kurios kiekvieno taško atstumų nuo dviejų taškų, vadinamų elipsės židiniais, suma yra pastovi: $KL + LS = DA$ (3.3.2 pav.). Ji lygi elipsės didžiosios ašies ilgiui (DA). Taškas O dalija didžiąją elipsės ašį pusiau, sudarydamas du pusašius ($OA = OD = a$).

Elipsės gali būti labiau arba mažiau ištęstos. Jų formą apibūdina ekscentricitètas e, lygus židinio nuotolio ir didžiojo pusašio ilgio santykiui. Planetų orbitų elipsės mažai skiriasi nuo apskritimų, nes jų ekscentricitetai maži. Pavyzdžiui, Žemės ekscentricitetas $e = 0{,}017$.

Kometos juda apie Saulę taip pat kreivėmis – elipsėmis. Kometų orbitų ekscentricitetai yra didesni nei planetų (3.3.4 pav.). Kai kurios kometos skrieja labai ištęstomis orbitomis, jų skriejimo aplink Saulę perio-

3.3.3 pav.





3.3.4 pav.

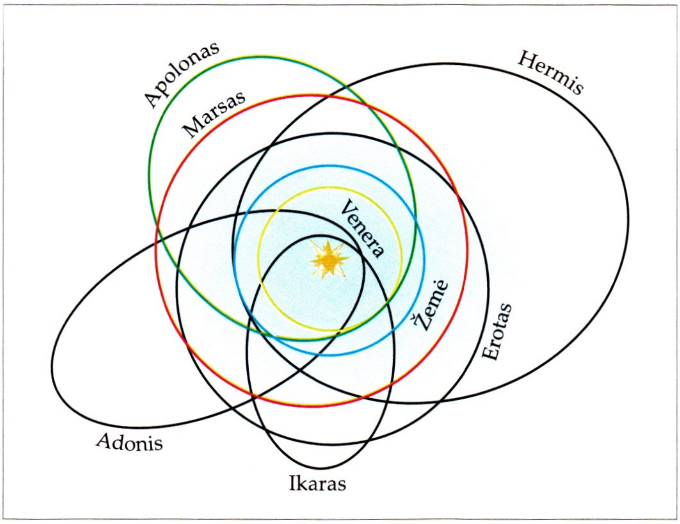
dai ilgi. Labai ištęstos elipsės atkarpą sunku atskirti nuo parabolės.

Kai kurių asteroidų orbitų ekscentricitetai taip pat labai dideli, dėl to asteroidai praskrieja arčiau Saulės negu Marsas ir netgi Žemė (3.3.5 pav.). Pavyzdžiui, asteroidas Ikaras priartėja prie Saulės labiau negu Merkurijus. Šis asteroidas 1968 m. praskriejo netoli Žemės. Juos skyrė 10 mln. km. Tam tikrais laikotarpiais prie Žemės priartėja Hermis, Erotas ir kiti asteroidai.

Antrasis Keplerio dėsnis kiekybiškai nustato, kaip kinta skriejančios elipse planetos greitis: ***planetos spindulys vektorius per vienodus laiko tarpus nubrėžia vienodus plotus*** (3.3.2 pav.). Planetos spinduliu vektoriumi vadinama tiesės atkarpa, jungianti planetą su Saule. Kadangi plotai *CSD* ir *SHA*, nubrėžti per vienodus laiko tarpus, yra lygūs, tai lankais *HA* ir *DC* planeta juda skirtingu greičiu. Arčiau Saulės ji skrieja greičiau negu toliau nuo Saulės. Vadinasi, Žemė sukasi apie Saulę netolygiai: žiemą – greičiau, vasarą – lėčiau.

Trečiasis Keplerio dėsnis sieja vidutinį planetos nuotolį iki Saulės su jos skriejimo aplink Saulę periodu. Jis teigia, kad ***planetų skriejimo aplink Saulę periodų kvadratai yra tiesiogiai proporcingi jų orbitų didžiųjų pusašių kubams***:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}. \qquad (3.11)$$



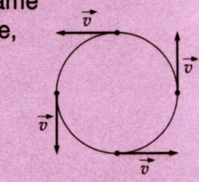
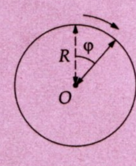
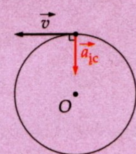
3.3.5 pav.

Saulės sistemos planetų skriejimo aplink Saulę periodas priklauso nuo planetos atstumo iki Saulės: kuo labiau nuo Saulės nutolusi planeta, tuo didesnis periodas:

Planeta	Skriejimo aplink Saulę periodas
Merkurijus	88 Žemės paros
Venera	225 Žemės paros
Žemė	365,26 Žemės paros
Marsas	1,8809 Žemės metų
Jupiteris	11,862 Žemės metų
Saturnas	29,46 Žemės metų
Uranas	84,01 Žemės metų
Neptūnas	164,8 Žemės metų
Plutonas	246,08 Žemės metų

Pagal trečiąjį Keplerio dėsnį galima nustatyti vidutinį planetos atstumą iki Saulės, reikia tik žinoti dviejų planetų periodus ir vienos jų vidutinį atstumą iki Saulės. Žemės vidutinis atstumas iki Saulės, t. y. Žemės orbitos didžiojo pusašio ilgis ($a = 1{,}496 \cdot 10^8$ km), buvo nustatytas XVIII a. Jis laikomas astronominiu vienetu. Remiantis trečiuoju Keplerio dėsniu, kitų planetų orbitų didžiųjų pusašių ilgį galima išreikšti Žemės orbitos didžiojo pusašio ilgiu.

Skyriaus „Kreivaeigis judėjimas“ apibendrinimas

<table>
<tr><td>Kreive judančio kūno linijinis (momentinis) greitis</td><td>Kreive judančio kūno linijinis greitis bet kuriame trajektorijos taške nukreiptas kreivės liestine, nubrėžta per tą tašką.
Žinant kūno sukimosi periodą T, galima apskaičiuoti kūno linijinį greitį:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu;$$
$$[v] = 1\ \text{m/s}.$$</td></tr>
<tr><td>Kreive judančio kūno kampinis greitis</td><td>Kūno spindulio posūkio kampo φ ir laiko t, per kurį pasisuka spindulys, santykis vadinamas kampiniu greičiu:

$$\omega = \frac{\varphi}{t};$$
$$[\omega] = 1\ \text{rad/s}.$$</td></tr>
<tr><td>Įcentrinis kūno pagreitis</td><td>Tolygiai apskritimu judančio kūno įcentrinis pagreitis nukreiptas į apskritimo centrą.

$$a_{\text{įc}} = \frac{v^2}{R};$$
$$a_{\text{įc}} = 4\pi^2 R\nu^2;$$
$$[a_{\text{įc}}] = 1\ \text{m/s}^2.$$</td></tr>
<tr><td>Kūno sukimosi periodas</td><td>Laikas, per kurį kūnas apsisuka vieną kartą, vadinamas kūno sukimosi periodu:
$$T = \frac{t}{N}.$$
Kūno sukimosi periodas matuojamas sekundėmis:
$$[T] = 1\ \text{s}.$$</td></tr>
<tr><td>Kūno sukimosi dažnis</td><td>Kūno sukimosi dažnis yra atvirkščias periodui dydis. Jis nusako kūno sūkių skaičių per 1 s:
$$\nu = \frac{1}{T}.$$
Kūno sukimosi dažnis matuojamas hercais:
$$[\nu] = \frac{1}{1\ \text{s}} = 1\ \text{s}^{-1} = 1\ \text{Hz}.$$</td></tr>
</table>

Mechanika



4 Judėjimo dėsniai

Šiuo skyriumi pradedama antroji mechanikos dalis, vadinama dinamika (gr. *dynamikos* – jėgos, jėginis). Mokydamiesi dinamikos, išsiaiškinsite kūnų judėjimo priežastis, sužinosite, kodėl kartais kūnai juda be pagreičio, kartais – su pagreičiu, praplėsite žinias apie gamtoje egzistuojančias jėgas: sunkio, svorio, trinties, tamprumo, taip pat nagrinėsite įvairių jėgų veikiamų kūnų judėjimą. Dinamika apima du vadovėlio skyrius: „Judėjimo dėsniai" ir „Jėgos gamtoje".

4.1. Pirmasis Niutono dėsnis. Inercinės ir neinercinės atskaitos sistemos

Pagrindinės sąvokos

Inèrcija,
inèrcinė atskaitõs sistemà,
neinèrcinė atskaitõs sistemà.

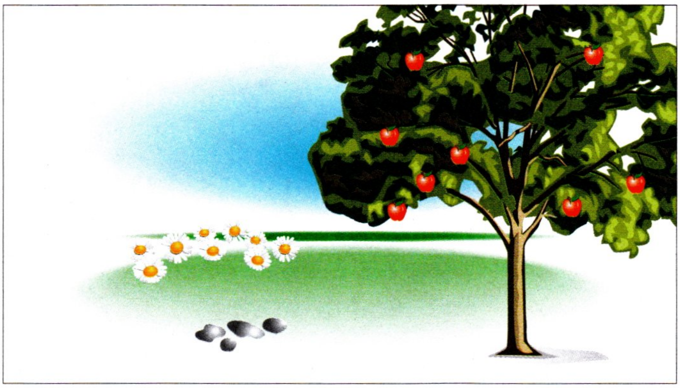
Kūnai ir jų aplinka

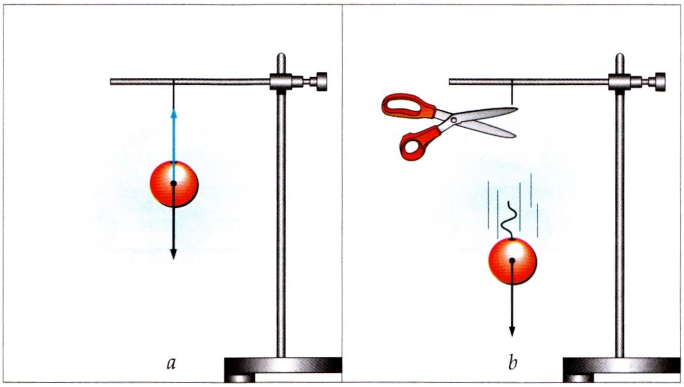
Mus supančioje aplinkoje yra daugybė įvairių kūnų: artimų ir tolimų, judančių ir nejudančių. Artimi kūnai – tai ant suolo padėtos knygos, sąsiuviniai, rašymo priemonės, suole greta sėdintis draugas, tolimi – gatve važiuojantys automobiliai, skubantys žmonės, dangaus kūnai.

Vienų kūnų poveikis kitiems yra nevienodas. Pavyzdžiui, paridenus pievoje gulintį akmenuką, obuolys nuo obels dėl to neatitrūksta (4.1.1 pav.), tačiau, nulūžus šakai, jis ima kristi žemyn, veikiamas Žemės traukos. Akivaizdu, kad iš visų obuolį supančių kūnų pastebimai jį veikia tik du: šaka ir Žemė. Kai jų poveikis atsveria vienas kitą, obuolys nejuda. Jeigu du arba daugiau kūnų veikia taip, kad jų poveikis yra nejuntamas, sakoma, kad šių kūnų poveikiai kompensuojasi (atsveria vienas kitą). Vadinasi, ***kūnas nejuda (išlaiko rimtį), jeigu kitų kūnų poveikiai jam kompensuojasi.***

Atlikime bandymą, modeliuojantį aprašytą situaciją su kabančiu ant šakos obuoliu. Pakabinkime ant virvutės rutuliuką (4.1.2 pav., *a*). Jį supa gausybė kū-

4.1.1 pav.





4.1.2 pav.

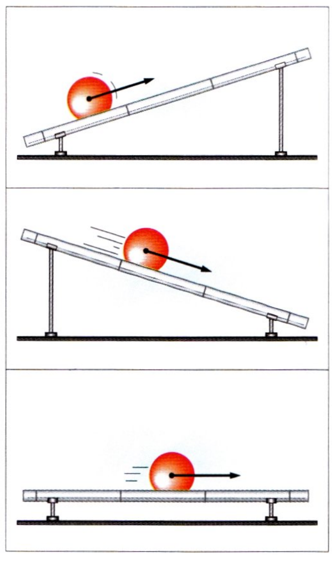
nų: virvutė, stovas, klasės lenta, suolai, ant palangės augančios gėlės ir t. t. Jei iš klasės išneštume visus suolus, tai rutuliukui neturėtų jokios įtakos, tačiau jeigu perkirptume virvutę (4.1.2 pav., *b*), rutuliukas tuoj pat imtų kristi žemyn. Vadinasi, iš visų rutuliuką supančių kūnų jį veikia tik du: Žemė ir virvutė. Dėl bendro jų poveikio rutuliukas nejuda.

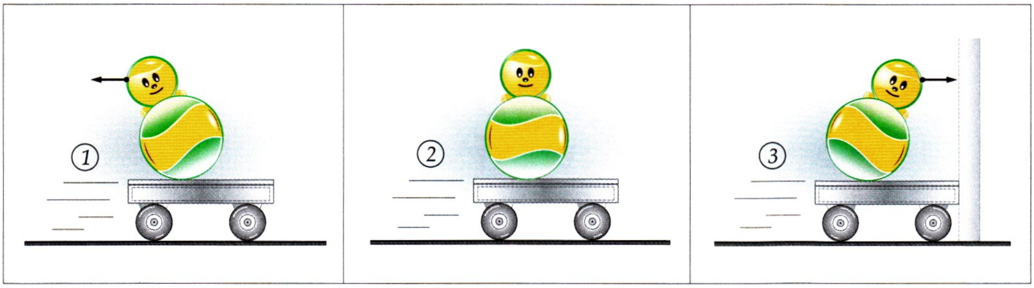
Taigi kai kitų kūnų poveikiai kompensuojasi, kūnai išlaiko rimtį. O ar gali jie išlaikyti pastovų judėjimą?

Paridenkime ant grindų gulintį kamuolį. Iš pradžių jis risis gana sparčiai, paskui – vis lėčiau, kol galiausiai sustos. Atrodytų, kamuoliui nepavyksta išlaikyti pastovaus judėjimo. Taip manė ir mokslininkai nuo pat Aristotelio epochos (daugiau kaip prieš 300 m. iki Kr.) iki Galilėjaus laikų (XVII a.). Anot Aristotelio, visi kūnai, kurių neveikia išorinės jėgos, turi būti rimties būsenos. Šią nuostatą pirmasis paneigė italų mokslininkas Galileo Galilėjus. Jis priėjo išvadą, kad kūnas, kurio neveikia išorinės jėgos, gali išlaikyti pastovų judėjimą.

Su mintiniu Galilėjaus eksperimentu (4.1.3 pav.) susipažinote VIII klasėje, nagrinėdami mechanikos pradmenis: kai kamuoliukas nuožulnia plokštuma rieda aukštyn, jo greitis mažėja, kai žemyn – didėja, vadinasi, horizontaliu paviršiumi kamuoliukas turėtų ristis pastoviu greičiu. Žemės ir plokštumos, kuria juda kamuoliukas, poveikiai vienas kitą kompensuoja, tačiau kamuoliuką dar veikia niekieno neatsveriama trinties jėga. Jeigu jos nebūtų, kamuoliukas ridentųsi nesustodamas. Jo judėjimui palaikyti išorinė jėga nereikalinga. Priešingai, kad kamuoliukas nesustotų, reikia pašalinti judėjimą stabdančią trinties jėgą.

4.1.3 pav.





4.1.4 pav.

Judėjimo greičio arba rimties išlaikymo, kompensuojantis išoriniams poveikiams, reiškinys vadinamas inèrcija (lot. *inertia* – tingumas, nejudrumas).

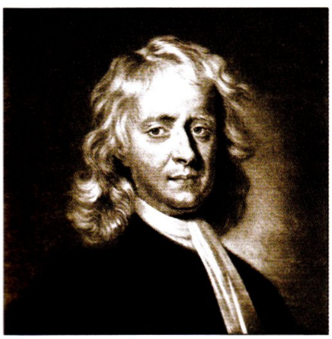
Inerciją paprasta stebėti turint nedidelį vežimėlį ir ant jo padėtą kūną (4.1.4 pav.). Vežimėlį staiga patraukus į vieną pusę (pavyzdžiui, į dešinę), kūnas pasvyra priešinga kryptimi (*1*), nes stengiasi išlaikyti rimties būseną. Kai vežimėlis juda tolygiai, ant jo padėtas kūnas vežimėlio atžvilgiu nejuda (*2*). Vežimėliui sustojus, kūnas stengiasi išlaikyti tolyginio judėjimo būseną ir pasvyra į priekį (*3*).

Inercijos reiškinio pavyzdžių apstu mūsų aplinkoje. Per kūno kultūros pamokas įveikę bėgimo varžybų distanciją, prie finišo linijos iškart nesustojame, o dar nubėgame už jos keletą metrų. Šokdami į tolį, skriejame oru dėl to, kad išlaikome įsibėgėjant įgytą greitį. Iš inercijos lekia ir paleista strėlė arba kamuolys.

Pirmasis Niutono dėsnis

Galilėjaus darbus mechanikos srityje tęsė anglų fizikas Izaokas Niutonas. Apibendrinęs stebėjimų ir eksperimentų rezultatus, jis suformulavo pagrindinius mechanikos dėsnius, kuriuos 1687 m. išdėstė knygoje „Gamtos filosofijos matematiniai pagrindai". Inercijos reiškinį apibrėžė pirmasis Niutono dėsnis: ***kiekvienas kūnas išlaiko rimties būseną arba tolyginį tiesiaeigį judėjimą, jeigu jo neveikia kiti kūnai arba jų poveikiai kompensuojasi.***

Izaokas Niutonas



Kūno judėjimas iš inercijos reiškia jo judėjimą pastoviu greičiu (t. y. tolyginį tiesiaeigį judėjimą), kai kitų kūnų poveikiai kompensuojasi.

Panagrinėkime kūno judėjimą iš inercijos skirtingų atskaitos sistemų atžvilgiu. Tarkime, kad aikštelėje guli ledo ritulys. Žemės atžvilgiu jis nejuda, tuo tarpu tiesiai ir tolygiai prie jo čiuožiančiam sportininkui

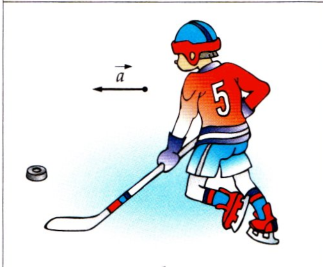
atrodo, kad ritulys artėja jo link tiesiai ir tolygiai (4.1.5 pav., *a*). To paties kūno – ritulio – padėtis skirtingų atskaitos sistemų (Žemės ir sportininko) atžvilgiu yra nevienoda. Žemės atžvilgiu ritulys nejuda, o sportininko – juda. Tačiau ir vienoje, ir kitoje sistemoje galioja pirmasis Niutono dėsnis: ritulys išlaiko rimties būseną arba tolyginį tiesiaeigį judėjimą, kai jį veikiančių kūnų poveikiai kompensuojasi. ***Atskaitos sistemas, kurių atžvilgiu galioja pirmasis Niutono dėsnis, įprasta vadinti inèrcinėmis atskaitõs sistèmomis.*** Taigi šiame pavyzdyje Žemę ir tiesiai bei tolygiai čiuožiantį sportininką galime laikyti inercinėmis atskaitos sistemomis.

Tarkime, kad sportininkas pradėjo čiuožti ledo ritulio link greitėdamas (4.1.5 pav., *b*). Čiuožėjui atrodys, kad ledo ritulys artėja prie jo taip pat greitėdamas. Su pagreičiu judančio ledo ritulininko atžvilgiu pirmasis Niutono dėsnis negalioja. Čiuožėjas mano, kad, kompensuojantis išorinių kūnų (Žemės ir ledo) poveikiams, ledo ritulys juda su pagreičiu. ***Atskaitos sistemos, kurių atžvilgiu pirmasis Niutono dėsnis negalioja, vadinamos neinèrcinėmis atskaitõs sistèmomis.*** Akivaizdu, kad tokios yra su pagreičiu judančios sistemos, kaip antai sistema, susieta su ledo ritulininku (4.1.5 pav., *b*).

Kokia atskaitos sistema yra Žemė? Skriedama elipse aplink Saulę ir sukdamasi apie savo ašį, Žemė juda su pagreičiu, taigi jos negalima priskirti prie inercinių atskaitos sistemų. Tačiau įcentrinis Žemės pagreitis yra toks mažas, kad jo įtakos galima nepaisyti. Todėl Žemė paprastai laikoma inercine atskaitos sistema. Daugeliui mechaninių reiškinių nagrinėti pakanka geocentrinės, t. y. susietos su Žeme, atskaitos sistemos. Jos pradžia pasirenkamas Žemės centras ar konkretus paviršiaus taškas. Bet kuri kita atskaitos sistema, judanti pastoviu greičiu inercinės sistemos atžvilgiu, taip pat yra inercinė.



a



b

4.1.5 pav.

Klausimai ir užduotys

1. Pateikite inercijos reiškinio pavyzdžių.

2. Ką teigia pirmasis Niutono dėsnis?

3. Žmogus bando pastumti spintą, bet ši nepajuda. Kurių kūnų poveikiai šiuo atveju kompensuojasi?

4. Sunkvežimio kėbule esantis kamuoliukas nejuda. Kas atsitiks kamuoliukui, kai sunkvežimis staiga padidins greitį; sumažins greitį? Atsakymą pagrįskite.

5. Tarkime, kad 4 užduotyje aprašytą kamuoliuką stebi sunkvežimio kėbule sėdintis žmogus. Ar galios pirmasis Niutono dėsnis stebėtojo atžvilgiu, kai sunkvežimis staiga pajudės iš vietos? Atsakymą pagrįskite. Inercinė ar neinercinė bus atskaitos sistema, susieta su stebėtoju?

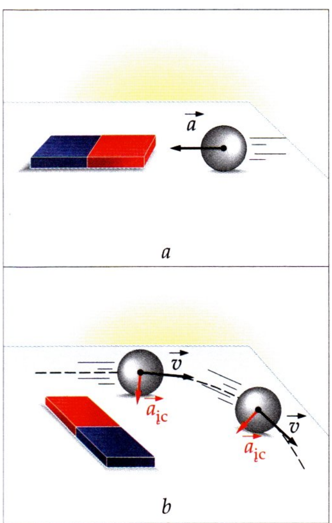
4.2. Kūnų sąveika

Sąveikaujančių kūnų pagreitis

Mokydamiesi kinematikos, sužinojote, kad kūnai gali judėti tolygiai (be pagreičio) ir tolygiai kintamai (su pagreičiu). Svarbiausias skiriamasis šių judesių požymis yra pagreitis. Tolyginis tiesiaeigis judėjimas nuo kitų rūšių judėjimo skiriasi tuo, kad jo pagreitis lygus nuliui. Jau žinome, kokiomis sąlygomis kūnai neturi pagreičio. Jas nusako pirmasis Niutono dėsnis: inercinių atskaitos sistemų atžvilgiu kūnai juda be pagreičio, kai jų neveikia kiti kūnai arba kitų kūnų poveikiai kompensuojasi.

Kai kūnas juda tiesiai ir tolygiai kintamai, jo pagreitis yra pastovus, kai tolygiai apskritimu – pastovus bet kuriame trajektorijos taške ir nukreiptas į apskritimo centrą. Lieka išsiaiškinti, kodėl kūnai įgyja pagreitį.

4.2.1 pav.



Apie jo atsiradimo priežastis galime spręsti iš aplinkoje matomų reiškinių. Pavyzdžiui, paleistas iš rankų kamuolys pagreitį įgyja dėl Žemės traukos, ant stalo padėtas (4.2.1 pav., *a*) bei stalu tiesiai riedėjęs (4.2.1 pav., *b*) geležinis rutuliukas – dėl magneto poveikio. Vadinasi, kūnų pagreičio priežastis yra kitų kūnų poveikis. VIII klasėje vieno kūno poveikį kitam trumpai pavadinome jėga. Todėl, užuot sakius „kūnui pagreitį suteikė vieno kūno poveikis kitam“, sakoma „pagreitį suteikė kūną veikianti jėga“. Taigi ***jėga yra kūno pagreičio atsiradimo priežastis.***

Sprendžiant mechanikos uždavinius, paprastai nagrinėjamas tik vieno kūno, pavyzdžiui, krintančio obuolio, pagreitis. Kito kūno (Žemės) poveikis, sukėlęs nagrinėjamo kūno (obuolio) pagreitį, vadinamas tiesiog jėga. Sąveikaudami pagreitį visada įgyja abu kūnai.

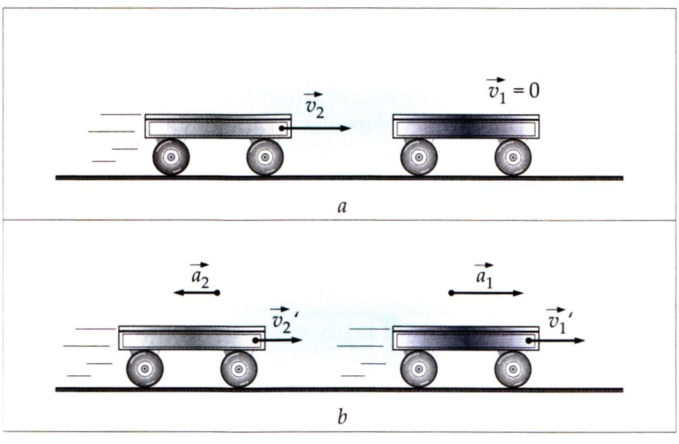
Kūnų sąveikos pobūdis gali būti įvairus. Judėdamos susiduria dujų molekulės, mokiniai per krepšinio rungtynes, automobiliai, patirdami avariją. Sąveikauja surišti, taip pat tarpusavyje nesusiję ir net nutolę vienas nuo kito kūnai (magnetas ir plieninis rutuliukas, dangaus kūnai). Kūnų sąveikos pobūdis neturi įtakos jų įgytų pagreičių santykiui. Bandymai rodo, kad ***visų sąveikaujančių kūnų pagreičių modulių santykis yra pastovus.***

Atlikime bandymą su dviem vienodo dydžio vežimėliais: aliumininiu ir plieniniu. Sakykime, bandymo pradžioje aliumininis vežimėlis nejuda $(\vec{v}_1 = 0)$, o plieninis rieda aliumininio link greičiu $\vec{v}_2$ (4.2.2 pav., *a*). Po smūgio plieninis vežimėlis toliau judės ta pačia kryptimi, bet mažesniu greičiu $\vec{v}_2'$ o aliumininis įgis greitį $\vec{v}_1'$ (4.2.2 pav., *b*). Matavimai rodo, kad aliumininio vežimėlio pagreičio modulis a_1 yra 3 kartus didesnis negu plieninio:

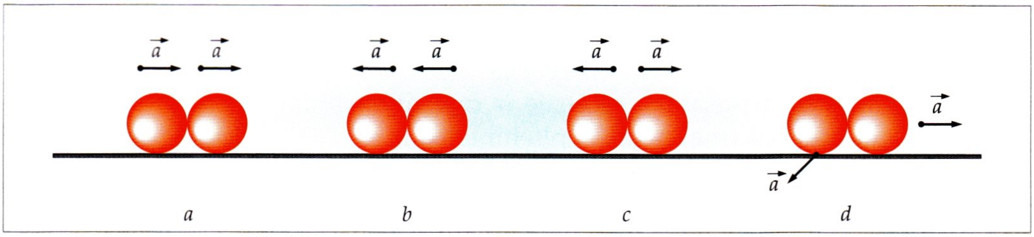
$$\frac{a_1}{a_2} = 3. \tag{4.1}$$

Padidinus plieninio vežimėlio pradinį greitį, abiejų vežimėlių pagreičių modulių santykis nepakinta. Pakeitus vežimėlių pradinius greičius, pagreičių modulių santykis vis tiek lieka lygus 3.

Išsiaiškinkime, kokia yra sąveikaujančių vežimėlių pagreičio kryptis. Plieninio vežimėlio greitis dėl sąveikos sumažėja, todėl jo pagreitis nukreiptas į priešingą pusę nei pradinis greitis. Aliumininio vežimėlio greitis padidėja, taigi jo pagreičio kryptis sutampa su greičio kryptimi (4.2.2 pav., *b*). Vadinasi, abiejų vežimėlių pagreičių kryptys yra viena kitai priešingos.



4.2.2 pav.



4.2.3 pav.

Apibendrinant galima padaryti dvi svarbias išvadas:

- sąveikaujančių kūnų pagreičiai visada yra priešingų krypčių;
- sąveikaujančių kūnų pagreičių modulių santykis yra pastovus ir nepriklauso nuo kūnų sąveikos pobūdžio.

Klausimai ir užduotys

1. Kokia yra kūno pagreičio atsiradimo priežastis?

2. Vieną kartą plieninis ir aliumininis rutuliai judėjo priešpriešiais 4 m/s greičiu, kitą kartą – 2 m/s greičiu. Palyginkite rutulių pagreičių santykį abiem kartais. Atsakymą pagrįskite.

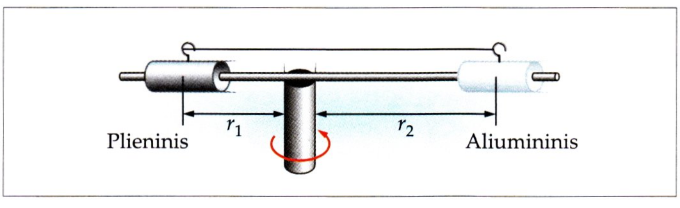
3. 4.2.3 paveiksle nurodyti sąveikaujančių kūnų pagreičio vektoriai. Kuriuo atveju jie pavaizduoti teisingai?

4. Pateikite pavyzdžių, rodančių, kad kūnų sąveika yra jų greičio kitimo, o ne paties judėjimo priežastis.

5. Per fizikos pamoką, kurios tema „Sąveikaujančių kūnų pagreitis“, mokytojas atliko bandymą (4.2.4 pav.). Aliumininį ir metalinį ritinėlį jis užmovė ant strypo ir sujungė plona 8 cm ilgio virvute. Tada strypą su ritinėliais pritvirtino prie išcentrinės mašinos ir ją įsuko. Kokiu atstumu nuo strypo sukimosi ašies nutolo kiekvienas ritinėlis?

6. Plieninis vežimėlis, riedėjęs 4 m/s greičiu, susidūrė su nejudančiu aliumininiu vežimėliu (žr. 4.2.2 pav.). Po susidūrimo plieninis vežimėlis pradėjo važiuoti 2 m/s greičiu. Kokį greitį po smūgio įgijo aliumininis vežimėlis?

4.2.4 pav.



4.3. Kūnų inertiškumas. Kūno masė

Kūnų inertiškumas

Pagrindinės sąvokos

Kū́no inertiškùmas, kū́no mãsė.

Atlikdami bandymą su vežimėliais, įsitikinome, kad, keičiant vežimėlių pradinius greičius, jų pagreičių modulių santykis išlieka pastovus. Tai rodo, kad sąveikaujantys vežimėliai turi tam tikrų fizikinių savybių, lemiančių jų pagreitį. ***Kūno savybė, rodanti, kaip greitai kūnas gali pakeisti greitį, sąveikaudamas su kitais kūnais, vadinama inertiškumù.*** Kūno greičio kitimo greitį apibūdina jo pagreitis:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}. \tag{4.2}$$

Vienų kūnų greitis per tą patį laiką pakinta daugiau (pavyzdžiui, aliumininio vežimėlio), kitų – mažiau (plieninio vežimėlio). Kūną, kurio greitis pakinta mažiau, vadiname inertiškesniu. Vadinasi, plieninis vežimėlis yra inertiškesnis už aliumininį.

Inertiškumas būdingas visiems kūnams: traukiniui, automobiliui, knygai, krepšinio kamuoliui, aguonos grūdeliui ir t. t.

Kūno masė

Kas lemia kūnų inertiškumą? Kiekybinis jo matas yra ***kū́no mãsė***. Tai kiekvieno kūno savybė. Kuo didesnė kūno masė, tuo inertiškesnis kūnas ir tuo mažesnis jo įgytas pagreitis. Vadinasi, pakrautas sunkvežimis yra inertiškesnis negu tuščias, traukinys – inertiškesnis negu automobilis. Kūnų inertiškumas reiškiasi ne tik jiems greitėjant, bet ir lėtėjant – didesnės masės kūnai stabdomi sustoja lėčiau. Tokiu pat greičiu važiuojantį automobilį sustabdyti yra lengviau negu traukinį, nes traukinys inertiškesnis už automobilį. Aprašytame bandyme vežimėlių pagreitį taip pat lėmė jų masė. Kadangi aliumininis vežimėlis įgijo 3 kartus didesnį pagreitį nei plieninis, tai jo masė buvo 3 kartus mažesnė. Sąveikaujančių vežimėlių pagreičių santykis priklauso nuo jų masių santykio. ***Dviejų sąveikaujančių kūnų pagreičių modulių santykis lygus atvirkštiniam jų masių santykiui:***

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}. \tag{4.3}$$

(4.3) formulė rodo, kad, žinant sąveikaujančių kūnų pagreičių modulių santykį, galima rasti masių santykį. Antra vertus, pagal ją galima apskaičiuoti atskiro kūno masę, tačiau reikia žinoti bent vieno iš sąveikaujančių kūnų masę. Tas kūnas pasirenkamas kaip masės etalonas, t. y. kūnas, kurio masę sutariama laikyti masės vienetu. Tarptautiniu susitarimu, masės vienetu – kilogramu (kg) – laikoma specialaus iš platinos ir iridžio lydinio pagaminto ritinio masė. Vieną kilogramą galima prilyginti 1 l gryno vandens, kurio temperatūra 15 °C, masei. Išmatavus kūno ir etalono pagreičių modulius a_k ir a_{et}, apskaičiuojamas kūno masės m_k ir etalono masės m_{et} santykis, kuris yra lygus a_{et} ir a_k santykiui:

$$\frac{m_k}{m_{et}} = \frac{a_{et}}{a_k}. \tag{4.4}$$

Iš čia

$$m_k = \frac{a_{et}}{a_k} m_{et}. \tag{4.5}$$

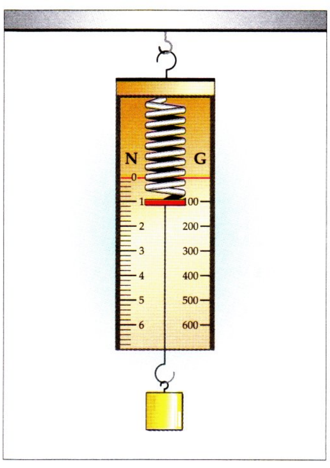
Kūno masė – fizikinis dydis, nusakantis jo inertiškumą. Moksle, technikoje ir praktikoje kūno masė retai kada lyginama su etalono mase, apskaičiuojant sąveikaujančių kūnų pagreičius. Sunku net įsivaizduoti, kad maisto prekių parduotuvėje pirkinio (pavyzdžiui, sūrio ar dešros) masė būtų nustatoma matuojant to pirkinio ir svarsčių pagreičius. Masės dažniausiai lyginamos svarstyklėmis, o šis masės nustatymo būdas vadinamas svėrimu.

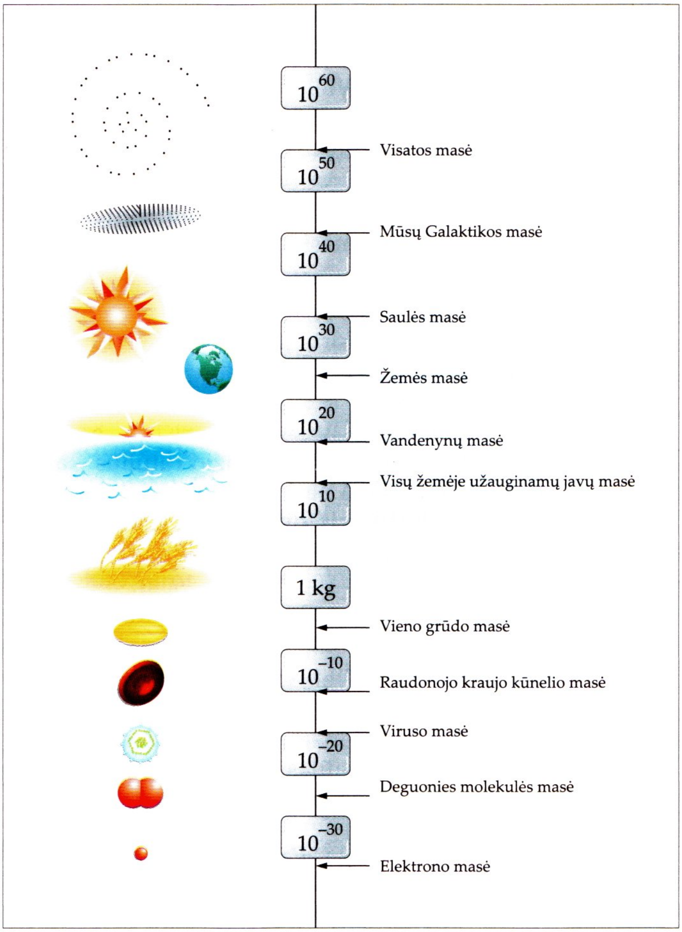
Masės matavimas sveriant pagrįstas kūnų ir Žemės sąveika. Bandymais nustatyta, kad tokios pat masės kūnus Žemė traukia vienodai. Pavyzdžiui, prie dinamometro spyruoklės paeiliui tvirtinami vienodos masės pasvarai spyruoklę ištempia tiek pat.

Naudojant žinomos masės etaloninius kūnus, spyruoklines svarstykles galima sugraduoti (4.3.1 pav.), o paskui jomis matuoti kitų kūnų masę. Du vienodi pasvarai svarstyklių spyruoklę ištempia dvigubai daugiau nei vienas. Bandymas rodo, kad dviejų sujungtų masės m_1 ir m_2 kūnų masė m_3 lygi šių kūnų masių sumai:

$$m_3 = m_1 + m_2. \tag{4.6}$$

4.3.1 pav.

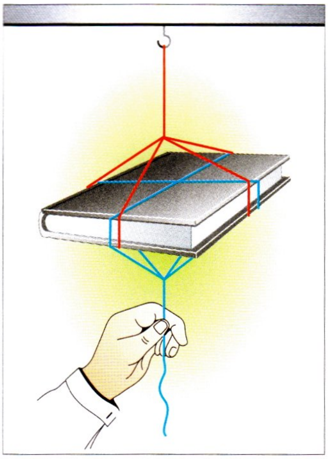




4.3.2 pav.

Tačiau kūnus ne visada įmanoma pasverti. Tada jų masės ieškoma matuojant sąveikos metu įgytus pagreičius. Šis būdas taikomas tiek makropasaulyje (Visatoje), tiek mikropasaulyje (atomuose). Pavyzdžiui, taip nustatoma planetų, žvaigždžių, atomų bei juos sudarančių dalelių masė (4.3.2 pav.).

Kasdieniame gyvenime nepastebime, kad judančių kūnų masė kinta. Pavyzdžiui, sėdinčio suole ir bėgančio mokyklos koridoriumi to paties mokinio masė yra vienoda. Nesiskiria ir stovinčio bei važiuojančio automobilio, kabančio ant šakos ir žemyn nuo jos krintančio obuolio masė. Vis dėlto judančio kūno masė nėra pastovi, ji kinta. Tačiau masės kitimas pastebimas tik tada, kai kūnas juda greičiu, artimu šviesos greičiui ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s). Šiuos reiškinius nagrinėja fizikos mokslo šaka, vadinama reliatyvùmo teòrija.



4.3.3 pav.

Klausimai ir užduotys

1. Ar skiriasi šokolado plytelės masė Žemėje ir Mėnulyje? Kodėl?

2. Ar priklauso automobilio masė nuo jo greičio? Atsakymą pagrįskite.

3. Dviejų sąveikaujančių kūnų pagreičių santykis lygus 2. Koks yra šių kūnų masių santykis?

4. Kokiais būdais galima nustatyti kūnų masę? Kada jie taikomi?

5. Ant stalo padėti du skirtingo dydžio aliumininiai rutuliai. Vieno jų masė lygi 300 g, kito – 700 g. Kuris rutulys inertiškesnis? Kuris iš šių rutulių, riedančių stalo paviršiumi vienodu greičiu, sustos greičiau? Kodėl?

6. Ant stalo padėtus du vienodo dydžio rutulius – aliumininį ir švininį – paveikė ta pati jėga. Kuris rutulys įgijo didesnį pagreitį? Kodėl? Kuris rutulys inertiškesnis?

7. Horizontaliu paviršiumi riedantį vežimėlį m_1 pasivijo vežimėlis m_2, judantis 100 cm/s greičiu. Susidūrę abu vežimėliai riedėjo toliau ta pačia kryptimi 50 cm/s greičiu. Pirmojo ir antrojo vežimėlio masių santykis lygus 2. Kokiu pradiniu greičiu judėjo pirmasis vežimėlis?

(25 cm/s)

8. Ant plono siūlo pakabinama knyga, o jos apačioje įtvirtinamas kitas toks pat siūlas (4.3.3 pav.). Jeigu apatinis siūlas traukiamas staiga, jis nutrūksta, o knyga lieka kabėti ant viršutinio siūlo, jeigu lėtai – nutrūksta viršutinis siūlas ir knyga nukrinta. Paaiškinkite šiuos reiškinius.

4.4. Jėga ir jos matavimas. Antrasis Niutono dėsnis

Pagrindinės sąvokos

Jėgà,
jėgū̃ atstojamóji.

Jėgos samprata ir vaizdavimas

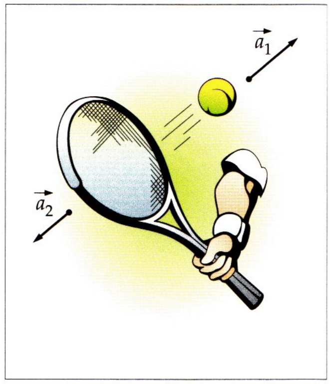
Nagrinėdami kūnų sąveiką, sužinojome, kad pagreitį įgyja abu sąveikaujantys kūnai, tačiau paprastai domimasi tik vieno jų pagreičiu. Pavyzdžiui, raketės smūgio į teniso kamuoliuką metu pagreitį įgyja ir kamuoliukas, ir raketė (4.4.1 pav.), bet, nagrinėjant kamuoliuko judėjimą, skaičiuojamas tik jo įgytas pagreitis, kuris yra raketės veikimo padarinys. Mokydamiesi mechanikos pradmenų, sužinojote, kad kito

kūno, sukeliančio pagreitį, poveikis vadinamas ***jėgà***, veikiančia greitinamąjį kūną. Todėl raketės poveikį teniso kamuoliukui vadiname kamuoliuką veikiančia jėga.

Jėgų pavyzdžių nestinga mūsų aplinkoje. Pavyzdžiui, padėtą ant suolo knygą galime prisitraukti artyn, pastumti nuo savęs, pakelti į viršų. Visais šiais atvejais ją veikiame jėga.

Apibrėžiant jėgą, svarbu nurodyti jos kryptį. Primename, kad fizikiniai dydžiai, kuriuos apibūdinant reikia nurodyti kryptį, vadinami vektoriniais dydžiais. Taigi ***jėga yra vektorinis dydis.*** Ji žymima raide $\vec{F}$, o brėžiniuose vaizduojama rodykle – vektoriumi. Norint pavaizduoti jėgą, reikia pažymėti jos veikimo tašką, nurodyti kryptį ir, atsižvelgiant į jėgos modulį, pasirinktu masteliu nubrėžti atitinkamo ilgio vektorių. Aptarkime konkretų pavyzdį. Sakykime, berniukas tempia valtį į krantą. Valtį veikiančios jėgos veikimo taškas *1* sutampa su lyno įtvirtinimo vieta (4.4.2 pav., *a*), o pati jėga nukreipta į berniuką. Šis valtį gali tempti stipriau arba silpniau, kitaip tariant, veikiančios jėgos modulis gali būti didesnis arba mažesnis. Visus jėgos vektoriaus elementus pavaizduokime brėžinyje (4.4.2 pav., *b*).

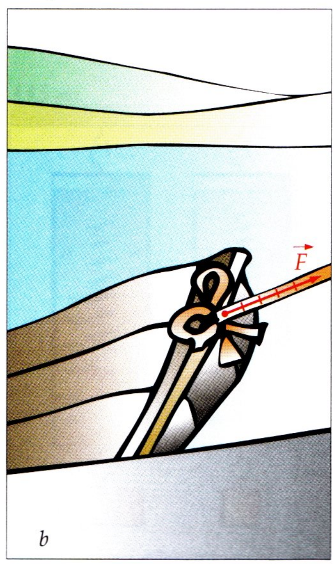
Aptartame pavyzdyje veikianti jėga pakeitė valties greitį, t. y. suteikė jai pagreitį. Taigi gebantis judėti kūnas dėl jėgos poveikio įgyja pagreitį. Tačiau jėga gali pakeisti ne tik kūno greitį, bet ir formą bei tūrį. Kūno



4.4.1 pav.

4.4.2 pav.





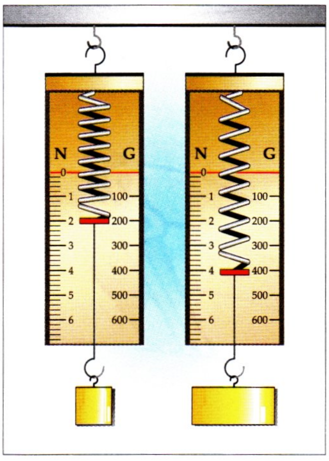
formos ir tūrio pasikeitimas vadinamas ***deformācija***. Jei prie krantinės prisišliejusią valtį berniukas temptų toliau, tai į krantinės dangą atsirėmęs jos smaigalys deformuotųsi – įlinktų. Vadinasi, negebantį judėti kūną jėga deformuoja. Apibendrinant galima teigti, kad *dėl jėgos poveikio kūnas įgyja pagreitį arba deformuojasi.*

Jėgos matavimas

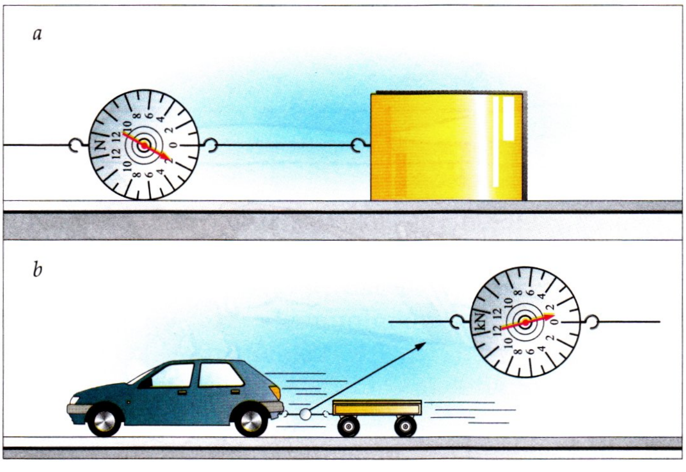
Norint sužinoti jėgos modulį, jėgą reikia išmatuoti. Ji, kaip žinome, matuojama dinamometru (*dynamis* – jėga, *metron* – matas). Apie veikiančios jėgos didumą sprendžiama pagal dinamometro spyruoklės deformaciją (4.4.3 pav.). Kai jėgos nedidelės, spyruoklės pailgėjimas tiesiogiai proporcingas jų didumui. Jėgoms matuoti spyruoklė tinka dėl dviejų priežasčių: pirma, ištempta iki tam tikro ilgio, ji visus kūnus veikia vienoda jėga; antra, ta pačia skirtingai ištempta spyruokle galima gauti įvairias jėgos vertes. Kad dinamometru būtų galima išmatuoti jėgas, jį reikia sugraduoti, t. y. sužymėti padalas, rodančias, kaip tamprumo jėga priklauso nuo spyruoklės pailgėjimo. Tai jau darėte VIII klasėje.

Matuojant jėgas, dinamometras gali judėti arba nejudėti. Pavyzdžiui, matuojant trinties jėgą, kuri veikia neslystančią stalu dėžutę (4.4.4 pav., *a*), dinamometras nejuda. Dėžutė padedama ant horizontalaus stalo paviršiaus ir prie jos virvute pririšamas dinamometras. Mėginant traukti dėžutę, dinamometras rodo ją veikiančią traukos jėgą. Pagal dinamometro rodmenis nustatoma dėžutę veikianti trinties jėga.

4.4.3 pav.



4.4.4 pav.

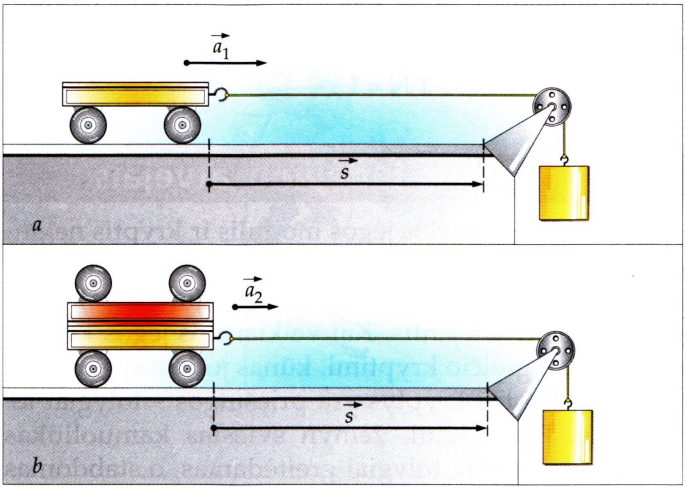


Kol dėžutė nepajuda iš vietos, traukos jėgos $\vec{F}$ modulis lygus trinties jėgos $\vec{F}_{tr}$ moduliui. 4.4.4 paveikslas, *b*, vaizduoja, kaip matuojama jėga dinamometru, judančiu kartu su kūnu, kurį veikia matuojamoji jėga. Kad tokio dinamometro rodmenys nekistų, jis turi judėti tiesiai ir tolygiai.

Antrasis Niutono dėsnis

Jėgos veikiamas kūnas įgyja pagreitį. Šių fizikinių dydžių tarpusavio ryšį galime atskleisti atlikdami tokį bandymą. Prie vežimėlio pritvirtinkime pasvarą (4.4.5 pav., *a*). Jo veikiamas vežimėlis įgis pagreitį, t. y. ims judėti greitėdamas. Išmatavę laiką t, per kurį vežimėlis nuvažiuoja atstumą s, apskaičiuokime vežimėlio pagreitį a (žr. (2.8) formulę). Dabar vežimėlio masę padidinkime dvigubai ir bandymą pakartokime (4.4.5 pav., *b*). Pamatysime, kad vežimėlio pagreitis sumažėjo perpus. Suprantama, kad, padidinus vežimėlio masę n kartų, tiek pat kartų sumažės ir jo pagreitis, tačiau vežimėlio masės ir pagreičio sandauga išliks pastovi:

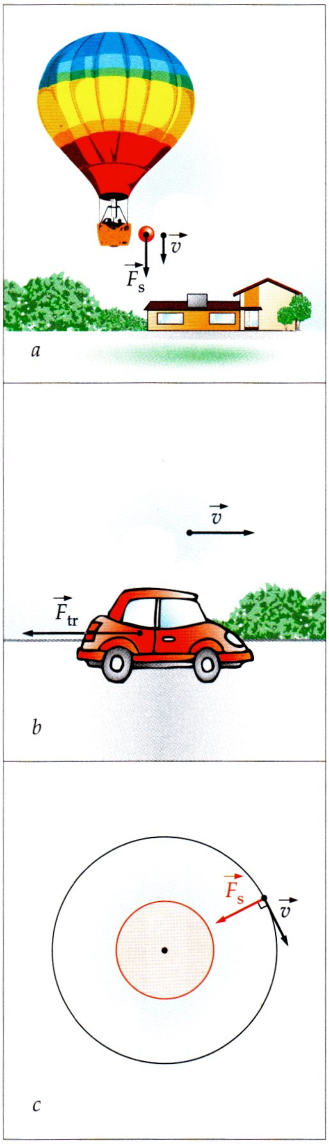
Vežimėlį veikianti jėga	Vežimėlio masė	Vežimėlio pagreitis	Vežimėlio pagreičio ir masės sandauga
F	m	a	ma
F	$2m$	$\frac{a}{2}$	ma
F	nm	$\frac{a}{n}$	ma



4.4.5 pav.

Bandymo duomenys rodo, kad tos pačios jėgos veikiamų skirtingos masės kūnų pagreičio ir masės sandauga yra vienoda. Šį bandymą galėtume atlikti su kitais įvairios masės kūnais. Išvadą gautume tą pačią: jei skirtingos masės kūnus veikia ta pati jėga, tai dydis, lygus kūnų masės ir įgyto pagreičio sandaugai, yra pastovus. Apibendrinęs panašius bandymus, Izaokas Niutonas suformulavo svarbų dinamikos dėsnį, vadinamą ***antrúoju Niùtono dė́sniu***. Jis teigia, kad ***kūną veikianti jėga lygi jo masės ir tos jėgos suteikto pagreičio sandaugai.***

4.4.6 pav.



Antrasis Niutono dėsnis reiškiamas formule

$$\vec{F} = m\vec{a}. \tag{4.7}$$

Šios išraiškos negalima nagrinėti formaliai ir sakyti, kad kūną veikianti jėga priklauso nuo jo masės bei įgyto pagreičio. Pavyzdžiui, negalime teigti, kad arklio traukos jėga priklauso nuo rogių masės ir jų įgyto pagreičio. Antrojo Niutono dėsnio esmė yra ta, kad kūną veikiančios jėgos lemia jo pagreitį, t. y. kūno greičio pokytį. Vadinasi, jėga yra kūno greičio kitimo, o ne paties judėjimo priežastis.

Antrasis Niutono dėsnis galioja tik inercinėse atskaitos sistemose.

Iš (4.7) formulės

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \tag{4.8}$$

Ši išraiška[1] rodo, kad pagreičio kryptis sutampa su kūną veikiančios jėgos kryptimi. Tarptautinėje sistemoje (SI) jėgos vienetu laikoma jėga, kuri 1 kg masės kūnui suteikia 1 m/s^2 pagreitį. Šis vienetas vadinamas *niùtonu* (N):

$$1\,\text{N} = 1\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Jėga įvairiais judėjimo atvejais

Jei kūną veikiančios jėgos modulis ir kryptis nekinta, tai kūnas juda tolygiai kintamai. Iš kinematikos žinome, kad tolygiai kintamas judėjimas gali būti greitėjantis ir lėtėjantis. Kai veikiančios jėgos kryptis sutampa su greičio kryptimi, kūnas juda tolygiai greitėdamas, kai tos kryptys yra priešingos – tolygiai lėtėdamas. Pavyzdžiui, žemyn sviestas kamuoliukas (4.4.6 pav., *a*) juda tolygiai greitėdamas, o stabdomas

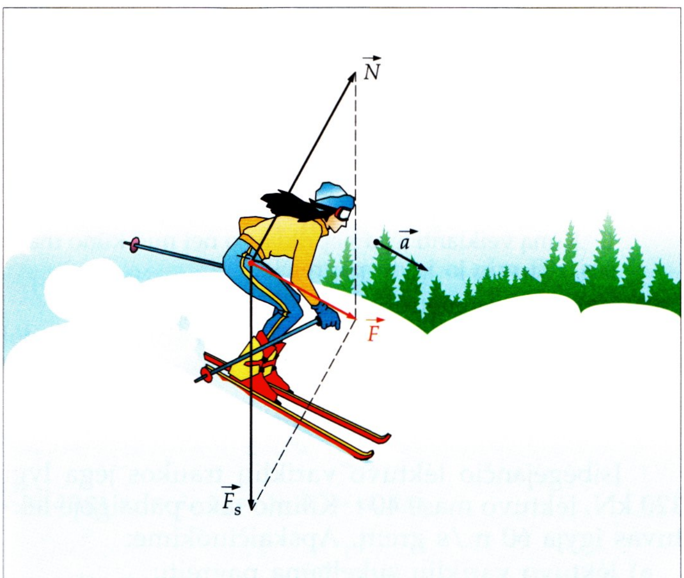
[1] Antrasis Niutono dėsnis pirmą kartą buvo užrašytas būtent (4.8) formule.

automobilis (4.4.6 pav., *b*) – tolygiai lėtėdamas. Kūną veikiančios jėgos kryptis gali būti statmena jo greičio krypčiai. Tada kūnas juda apskritimu pastovaus modulio greičiu. Tokio judėjimo pavyzdys yra dirbtinio Žemės palydovo judėjimas veikiant Žemės traukos jėgai (4.4.6 pav., *c*; $\vec{F}_s \perp \vec{v}$).

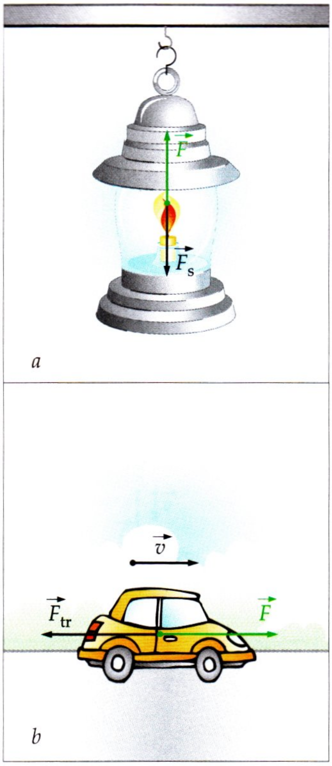
Aptarėme vienos jėgos veikiamo kūno judėjimą. Tačiau kūną dažniausiai tuo pačiu metu veikia ne viena, o kelios jėgos. Patirtis rodo, kad kiekviena šių jėgų suteikia jam pagreitį. Keleto jėgų veikiamas kūnas įgyja pagreitį, kuris lygus vektorinei visų tų jėgų sukeltų pagreičių sumai. Antra vertus, šio kūno pagreitis yra toks, tartum kūną veiktų tik viena jėga, lygi vektorinei visų veikiančių jėgų sumai. Ši suma vadinama ***atstojamàja jėgà***, arba ***jėgũ̧ atstojamą́ja***.

Pavyzdžiui, nuo kalno nusileidžiantį slidininką veikia dvi jėgos: slidininko sunkis $\vec{F}_s$ ir kelio tamprumo jėga $\vec{N}$ (4.4.7 pav.). Slidininko pagreitis nukreiptas jo judėjimo kryptimi, bet ne išilgai jėgos $\vec{F}_s$ ar jėgos $\vec{N}$. Iš paveikslo matyti, kad slidininko judėjimo kryptimi nukreipta jėga $\vec{F}$, lygi jėgų $\vec{F}_s$ ir $\vec{N}$ vektorinei sumai. Vadinasi, slidininkas juda taip, tarsi jį veiktų ne dvi jėgos $\vec{F}_s$ ir $\vec{N}$, o tik viena jėga $\vec{F}$ – jėgų $\vec{F}_s$ ir $\vec{N}$ atstojamoji:

$$\vec{F} = \vec{F}_s + \vec{N}. \qquad (4.9)$$



4.4.7 pav.



4.4.8 pav.

Šiuo atveju slidininko pagreitį galima išreikšti taip:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F_s} + \vec{N}}{m}. \tag{4.10}$$

Dažnai kūnas juda veikiamas jėgų, kompensuojančių viena kitą, t. y. jėgų, kurių atstojamoji lygi nuliui. Tada iš (4.10) formulės išplaukia, kad kūno pagreitis lygus nuliui. Vadinasi, kai kūną veikiančios jėgos kompensuojasi, kūnas nejuda arba juda pastoviu greičiu. Antai nejudantį žibintą veikia dvi jėgos $\vec{F_s}$ ir $\vec{F}$, o jų atstojamoji lygi nuliui (4.4.8 pav., *a*). Važiuojantį automobilį veikia dvi jėgos, nukreiptos priešingomis kryptimis: variklio traukos jėga $\vec{F}$ ir trinties jėga $\vec{F}_{tr}$ (4.4.8 pav., *b*). Kai jos yra vienodo didumo, t. y. kai jų atstojamoji lygi nuliui, automobilis važiuoja pastoviu greičiu (pagreitis lygus nuliui). Apibendrindami šį ir kitus pavyzdžius, galime teigti, kad ***kūnas išlaiko rimtį arba pastovų greitį, kai visų jį veikiančių jėgų atstojamoji lygi nuliui.***

Klausimai ir užduotys

1. Kas yra jėga? Kaip ji vaizduojama?

2. Ar gali kūnas, veikiamas vienintelės jėgos, judėti be pagreičio? Kodėl?

3. Pajudėjęs iš vietos automobilis iš pradžių didino greitį, paskui važiavo tolygiai, galiausiai ėmė lėtėti. Kokios jėgos veikė automobilį kiekviename kelio ruože? Kuriais kelio ruožais automobilis važiavo su pagreičiu? Kokia buvo pagreičio atsiradimo priežastis?

4. Nagrinėdamas antrąjį Niutono dėsnį, mokinys pasižymėjo svarbius, jo manymu, teiginius. Kuris iš jų yra neteisingas?

A Jeigu kūną veikia jėga, kurios modulis ir kryptis nekinta, tai kūnas juda tolygiai kintamai.

B Kūnas visada juda jį veikiančios jėgos kryptimi.

C Kūną veikianti jėga nepriklauso nei nuo kūno masės, nei nuo jo įgyto pagreičio.

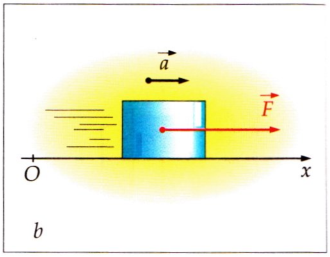
5. Kaip dinamometru matuojama jėga?

Mokomės spręsti uždavinius

1. Įsibėgėjančio lėktuvo variklių traukos jėga lygi 120 kN, lėktuvo masė 40 t. Kilimo tako pabaigoje lėktuvas įgyja 60 m/s greitį. Apskaičiuokime:

a) lėktuvo variklių sukeliamą pagreitį;





4.4.9 pav.

b) kilimo tako ilgį, reikalingą lėktuvui įsibėgėti prieš pakylant.

a – ?	$F = 120$ kN $= 120 \cdot 10^3$ N
s – ?	$m = 40$ t $= 40 \cdot 10^3$ kg
	$v = 60$ m/s

Sprendimas

a) Realią situaciją (4.4.9 pav., *a*) pakeiskime supaprastintu jos modeliu (4.4.9 pav., *b*). Uždavinio sąlygoje nurodyta, kad lėktuvą veikia tik viena jėga – variklių traukos jėga $\vec{F}$. Lėktuvo judėjimui pritaikykime antrąjį Niutono dėsnį:

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

Užrašykime jį projekcijomis pasirinktoje koordinačių ašyje. Kadangi

$$F_x = F, \text{ o } a_x = a,$$

tai

$$F = ma.$$

Iš čia įsibėgėjančio lėktuvo pagreitis

$$a = \frac{F}{m}.$$

Įrašę dydžių vertes, gauname:

$$a = \frac{120 \cdot 10^3\,\text{N}}{4 \cdot 10^4\,\text{kg}} = 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) Pritaikykime judėjimo lygtį $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$. Pradinis lėktuvo greitis buvo lygus nuliui, todėl $v_{0x} = 0$. Tada kilimo taku nueitą lėktuvo kelią apskaičiuojame taip:

$$s_x = \frac{v_x^2}{2a_x}.$$

Kadangi $s_x = s$, $v_x = v$, $a_x = a$, tai

$$s = \frac{v^2}{2a}.$$

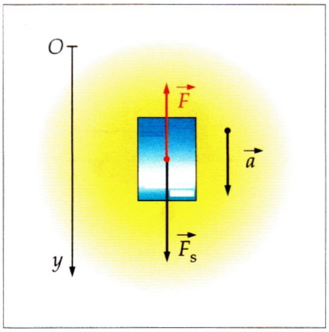
Įrašę dydžių vertes, gauname:

$$s = \frac{3600\ \text{m}^2/\text{s}^2}{6\ \text{m/s}^2} = 600\ \text{m}.$$

Atsakymas: a) 3 m/s^2; b) 600 m.

2. 3 kg masės kūnas, krisdamas ore, įgyja 8 m/s^2 pagreitį. Apskaičiuokime oro pasipriešinimo jėgą.

F – ?	m = 3 kg a = 8 m/s^2



4.4.10 pav.

Sprendimas

Krintantį ore kūną veikia sunkis $\vec{F}_s$ ir oro pasipriešinimo jėga $\vec{F}$ (4.4.10 pav.). Kadangi kūnas juda tolygiai greitėdamas, tai jo pagreičio kryptis sutampa su judėjimo kryptimi. Užrašome vektorinę antrojo Niutono dėsnio išraišką:

$$\vec{F}_s + \vec{F} = m\vec{a}.$$

Koordinačių ašį Oy nukreipiame į tą pusę, kur link juda kūnas. Suprojektavę į ją kūną veikiančias jėgas, užrašome skaliarinę antrojo Niutono dėsnio išraišką:

$$F_s - F = ma.$$

Iš čia išreiškiame oro pasipriešinimo jėgą:

$$F = F_s - ma = mg - ma = m(g - a).$$

Įrašome dydžių vertes ir apskaičiuojame:

$$F = 3\ \text{kg} \cdot (9{,}8\ \text{m/s}^2 - 8\ \text{m/s}^2) = 5{,}4\ \text{N}.$$

Atsakymas: 5,4 N.

Užduotys savarankiškam darbui

1. 12 N jėga, veikdama kūną, per 4 s pakeičia jo greitį nuo 5 m/s iki 25 m/s. Apskaičiuokite kūno masę. (2,4 kg)

2. Kūną veikiančių jėgų atstojamoji lygi 20 N ir suteikia jam 4 m/s^2 pagreitį. Apskaičiuokite:

a) kūno masę; (5 kg)

b) jėgą, kuri turėtų veikti kūną, kad jis įgytų 9,8 m/s^2 pagreitį. (49 N)

3. JAV erdvėlaivis „Gemini“ 1966 m. atliko eksperimentą, kurio tikslas – parengti metodiką nežinomų palydovų ar jų nuolaužų masei nustatyti. Susijungęs su anksčiau paleista raketa „Agena“, erdvėlaivis įjungė variklius,

kurie abu sukibusius kūnus 7 s veikė 890 N jėga. Per tą laiką jų greitis pakito 0,93 m/s. Žinodami, kad erdvėlaivio masė lygi 3400 kg, astronautai nesunkiai nustatė raketos masę. Kokią masės vertę jie gavo ir kaip tai atliko? (3446 kg)

4. Traukdamas didžiausia 450 kN jėga, motorvežis veža sąstatą 0,1 m/s² pagreičiu. Pasipriešinimo koeficientas[1] lygus 0,005. Apskaičiuokite sąstato masę. (3000 t)

5. Prie lyno pritvirtintas 50 kg masės krovinys keliamas aukštyn tolygiai greitėjančiai. Į 10 m aukštį jis pakyla per 2 s. Apskaičiuokite jėgą, kuria krovinys veikia lyną. (750 N)

[1] Šis koeficientas rodo, kurią normaliojo slėgio jėgos dalį sudaro pasipriešinimo jėga.

4.5. Trečiasis Niutono dėsnis

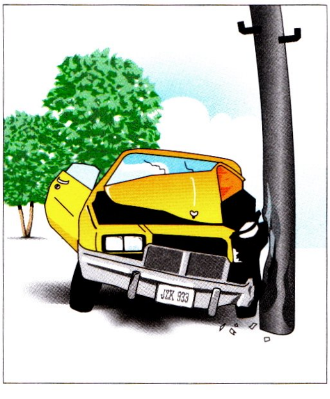
Pagrindinės sąvokos

Veĩksmas, atóveikis.

Susipažinome su dviem svarbiais dinamikos dėsniais, nusakančiais kūno būseną. Pirmasis jų apibūdina kūną, kai jo neveikia jokios jėgos arba jų poveikiai kompensuojasi, antrasis – kai kūną veikia viena jėga arba kai veikiančių jėgų poveikiai nesikompensuoja. Tereikia išsiaiškinti dėsnį, nusakantį dviejų kūnų sąveiką. Šis dėsnis vadinamas ***trečiúoju Niùtono dė́sniu***.

Kūnų sąveiką pradėkime nagrinėti nuo nemalonaus, tačiau dažnai pasitaikančio pavyzdžio. Tarkime, kad automobilis patyrė avariją – atsitrenkė į stulpą ir šis dėl to deformavosi (4.5.1 pav.). Automobilio poveikis stulpui vadinamas jėga. Antra vertus, deformavosi ir automobilio kėbulas. Šios deformacijos priežastis – jėga, kuria stulpas veikė automobilį. Vadinasi, automobilis veikė stulpą, o stulpas – automobilį. Koks yra automobiliui sąveikaujant su stulpu atsiradusių jėgų modulių santykis?

4.5.1 pav.



Žinome, kad jėgos gali ne tik deformuoti kūnus, bet ir suteikti jiems pagreitį. Nagrinėdami vežimėlių sąveiką (4.2.2 pav.), išsiaiškinome, kad pagreitį įgyja abu vežimėliai, be to, jų pagreičių modulių santykis lygus atvirkštiniam masių santykiui:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}. \tag{4.11}$$

Iš čia

$$m_1 a_1 = m_2 a_2. \tag{4.12}$$

Sąveikaujančių kūnų pagreičiai visada nukreipti į priešingas puses, todėl (4.12) lygybę vektoriškai galime užrašyti taip:

$$m_1\vec{a_1} = -m_2\vec{a_2}. \qquad (4.13)$$

Žinome, kad kūną veikianti jėga lygi jo masės ir tos jėgos suteikto pagreičio sandaugai: $\vec{F_1} = m_1\vec{a_1}$, $\vec{F_2} = m_2\vec{a_2}$. Tada (4.13) lygybė bus tokia:

$$\vec{F_1} = -\vec{F_2}. \qquad (4.14)$$

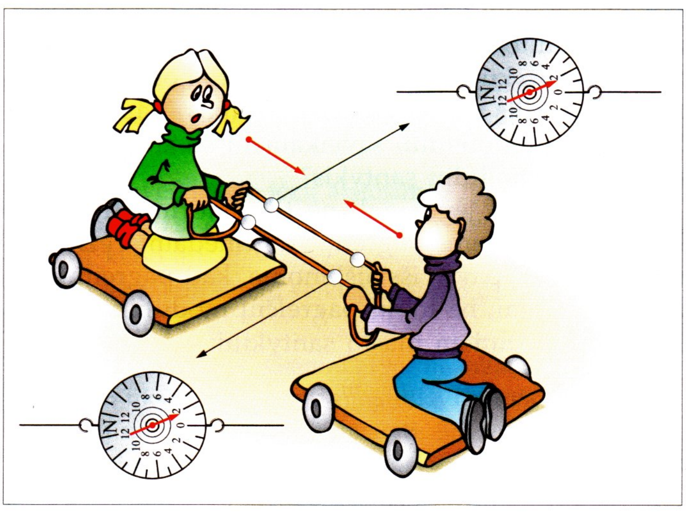
Tai matematinė trečiojo Niutono dėsnio išraiška. Žodžiais ją galime suformuluoti taip: ***kūnai veikia vienas kitą jėgomis, kurios nukreiptos ta pačia tiese ir kurių moduliai yra lygūs, o kryptys – priešingos.*** Šis dėsnis apibūdina bet kokią kūnų sąveiką, tačiau jis galioja tik inercinėse atskaitos sistemose.

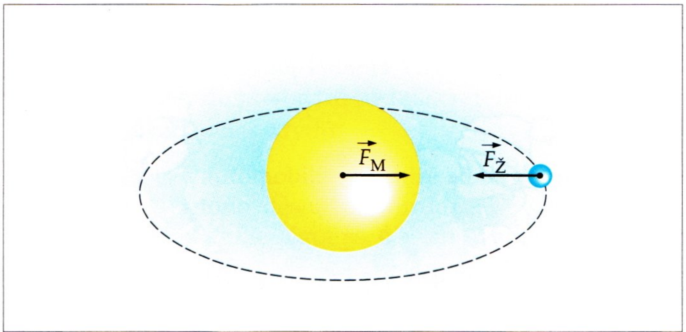
Kad du kūnai veikia vienas kitą vienodo modulio jėgomis, nesunku patikrinti atliekant bandymą. Du vaikai atsisėda ant lengvų tokios pat masės vežimėlių ir kiekvienas traukia virvę į save (4.5.2 pav.). Prie virvės galų pritvirtinti dinamometrai rodo vienodai.

Dabar jau galime atsakyti į klausimą, iškeltą skyrelio pradžioje. Automobilis ir stulpas veikė vienas kitą vienodo modulio jėgomis.

Kūnams sąveikaujant atsiradusios jėgos veikia tik poromis. Jei kurį nors kūną veikia jėga, tai turi būti kitas kūnas, taip pat veikiamas jėgos. Pavyzdžiui, trenkus ranka į stalą, nukentės ne tik stalas (dėl rankos poveikio), bet ir ranka (dėl stalo poveikio). Jėga,

4.5.2 pav.





4.5.3 pav.

kuria ranka veikia stalą, yra tokio pat dydžio kaip ir jėga, kuria stalas veikia ranką. Nėra tokių kūnų, kurie veiktų kitus, patys nepatirdami poveikio. Antra vertus, nėra kūnų, kurie neveiktų kitų, o būtų tik patys veikiami. Viena iš jėgų, atsiradusių sąveikaujant kūnams, vadinama ***veiksmù***, kita – ***atóveikiu***. Vartodami veiksmo ir atoveikio sąvokas, trečiąjį Niutono dėsnį galime suformuluoti trumpiau: ***veiksmas lygus atoveikiui***. Įdomu tai, kad trečiuoju Niutono dėsniu apibrėžiamus dėsningumus žmonės pritaikė ir savo bendravime. Visiems gerai žinoma patarlė „Kaip šauksi, taip atsilieps."

Kūnų sąveikos jėgos visada yra tos pačios prigimties. Pavyzdžiui, Žemė traukia Mėnulį gravitacijos jėga, o Mėnulis veikia Žemę to paties modulio, bet priešingos krypties gravitacijos jėga (4.5.3 pav.).

Sąveikos metu atsiradusios jėgos veikia skirtingus kūnus. Pavyzdžiui, pirmasis vaikas (4.5.2 pav.) veikia antrąjį, o antrasis – pirmąjį, automobilis – stulpą, o stulpas – automobilį, ranka – stalą, o stalas – ranką. Kadangi atsiradusios jėgos veikia skirtingus kūnus, tai jos viena kitos nekompensuoja.

Realiai stebint sąveikaujančius kūnus, trečiasis Niutono dėsnis dažnai kelia abejonių. Antai, remiantis juo, sunku paaiškinti, kodėl arklio traukiamas vežimas arba lokomotyvas pajuda iš vietos. Jei veiksmas lygus atoveikiui, tai jėga, kuria arklys traukia vežimą, turi būti lygi jėgai, kuria vežimas traukia arklį. Taip pat ir jėga, kuria lokomotyvas traukia vagonus, lygi jėgai, kuria vagonai traukia lokomotyvą. Abejonės kyla dėl to, kad, nagrinėjant kūnų sąveiką, lieka nepastebėta dar viena jėga – trinties jėga.

Aptarkime pavyzdį, iliustruojantį trinties jėgos įtaką dviejų kūnų sąveikai. Pagal trečiąjį Niutono dėsnį vaikas negalėtų patraukti rogučių, nes jėga $\vec{F}$, kuria jis veikia rogutes, lygi jėgai $-\vec{F}$, kuria rogutės veikia



4.5.4 pav.

vaiką (4.5.4 pav.). Iš tikrųjų rogutės stovėtų vietoje, jei vaikas neatsispirtų į trečią kūną – Žemę. Vaikas stumia Žemę atgal jėga $-\vec{F_1}$ ir kartu verčia Žemę stumti jį bei rogutes pirmyn jėga $\vec{F_1}$. Jeigu jėga $\vec{F_1}$, veikianti vaiką, nugali kitas jėgas – rogučių traukos jėgą ir trinties jėgą, vaikas juda į priekį. Užbėgęs ant slidaus ledo, jis nebegalėtų atsispirti ir nebepatrauktų rogučių. Rogutės taip pat traukia vaiką – be jų vaikas judėtų į priekį daug lengviau ir greičiau.

Iš trijų Niutono dėsnių gaunamos svarbios išvados, tinkančios įvairiems atvejams: kūnų sąveikai, pusiausvyrai, kritimui, sukimuisi. Klasikinė mechanika iš esmės yra užbaigtas mokslas, turintis savo galiojimo ribas. Ji nenagrinėja kūnų judėjimo greičiais, artimais šviesos greičiui. Kai kūnai juda labai dideliais greičiais, artimais šviesos greičiui, klasikinės mechanikos dėsniai nebegalioja, nes pastebimai pakinta kūnų masė. Jų negalima taikyti ir mikropasaulyje. Tačiau Niutono dėsniai puikiai apibūdina įvairių kūnų judėjimą mus supančioje aplinkoje, kur greičiai gerokai mažesni nei šviesos greitis.

Klausimai ir užduotys

1. Jonas praleido fizikos pamoką, kurioje mokytojas aiškino trečiąjį Niutono dėsnį. Kitą pamoką Jonas bandė paneigti teiginį, kad jėgos visada veikia poromis. Vaikinas pateikė keletą pavyzdžių, patvirtinančių, jog jėga veikia vienintelį kūną:

A Nuo uolos krinta akmuo.
B Plaktuku į lentą kalama vinis.
C Nuspaudus stabdžių pedalą, automobilis sustoja.
Įrodykite, kad Jonas klydo.

2. Krovininis automobilis susidūrė su dviratininku. Pagal trečiąjį Niutono dėsnį susidurdami jie veikė vienas kitą vienodo modulio jėgomis. Tačiau avarijos pasekmės buvo labai skirtingos: automobilis liko ant kelio, o dviratininkas buvo nublokštas į šalikelę. Kodėl taip atsitiko?

3. Dėžė slegia grindis jėga $\vec{F}$, o grindys veikia dėžę tokio pat modulio jėga aukštyn. Ar galima rasti šių jėgų atstojamąją? Atsakymą pagrįskite.

4. Anot barono Miunhauzeno, jis sugebėjo save ištraukti už plaukų iš pelkės. Ar teisus buvo Miunhauzenas? Kodėl?

5. Dvi komandos tempė virvę į priešingas puses. Vienos komandos žaidėjai galėjo ją tempti 500 N jėga, kitos – 600 N jėga. Koks buvo didžiausias virvės įtempimas? Atsakymą pagrįskite.

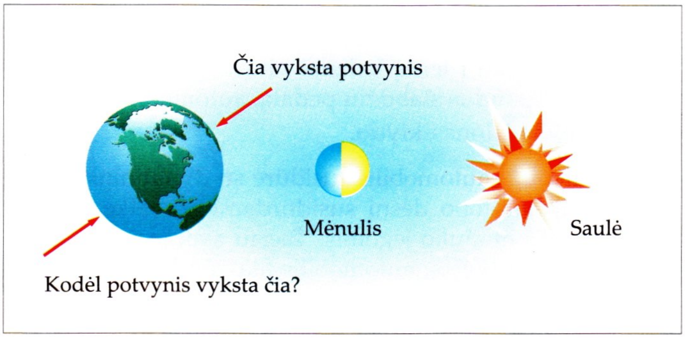
6. Skriejančiame erdvėlaivyje astronautas netyčia išmetė sunkią įrankių dėžę. Kas atsitiko astronautui? Kas atsitiktų astronautui, jei jis šią dėžę būtų sviedęs žemyn?

7. Vìlniaus „Akropolio" ledo arenoje ant pačiūžų stovėjo du berniukai, kurių masė 50 kg ir 60 kg. Pirmasis berniukas atsistūmė nuo antrojo 25 N jėga. Apskaičiuokite:
a) kiekvieno berniuko pagreitį; ($0{,}42\ m/s^2$; $0{,}5\ m/s^2$)
b) berniukų poslinkius per 2 s. (1 m; 0,84 m)

8. Per Velykas daužiami margučiai. Ar tiesa, kad daugiau galimybių laimėti turi daužiantysis, o ne laikantis margutį? Atsakymą pagrįskite.

4.6. Potvyniai ir atoslūgiai

Johanas Kepleris teisingai apibūdino planetų judėjimą aplink Saulę, bet nesugebėjo paaiškinti, kodėl jos skrieja būtent taip. Jis manė, kad iš Saulės sklinda kažkokia jėga, verčianti planetas suktis apie ją. Antra vertus, Kepleris teigė, kad kažkokia „magnetinė" jėga sklinda ne tik iš Saulės, bet ir iš Mėnulio. Šiomis



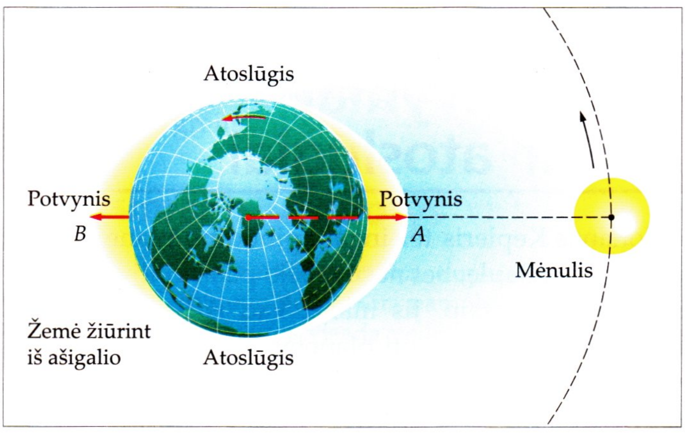
4.6.1 pav.

jėgomis jis bandė grįsti periodiškai pasikartojančius potvynius Žemėje. Tačiau Kepleriui nepavyko paaiškinti, kodėl potvyniai kyla ir kitoje Žemės pusėje Mėnulio atžvilgiu (4.6.1 pav.). Tai padarė Izaokas Niutonas. Analizuodamas Keplerio planetų judėjimo dėsnius, jis nustatė, kad dangaus kūnai veikia vienas kitą. Ši trauka yra visuotinė[1].

Atradus visuotinę kūnų trauką, paaiškėjo, kad visą sudėtingą dangaus kūnų judėjimą, kaip ir kūnų kritimą Žemėje, valdo ta pati, gravitacijos, jėga. Būtent ji sukelia pasikartojančius potvynius bei atoslūgius Žemėje. Traukdamas į save Žemę, Mėnulis keičia vandens lygį jos jūrose ir vandenynuose.

Žemės centrą Mėnulis traukia stipriau nei nutolusius nuo jo taškus. Dėl to susidaro jėgų, kuriomis Mėnulis traukia kurį nors Žemės paviršiaus tašką ir jos centrą, skirtumas, vadinamas potvynio jėga. Į Mėnulį atgręžtame Žemės pusrutulyje ji nukreipta Mėnulio link, o priešingame Žemės pusrutulyje – nuo Žemės

4.6.2 pav.



[1] Daugiau apie visuotinę trauką sužinosite kitame vadovėlio skyriuje.

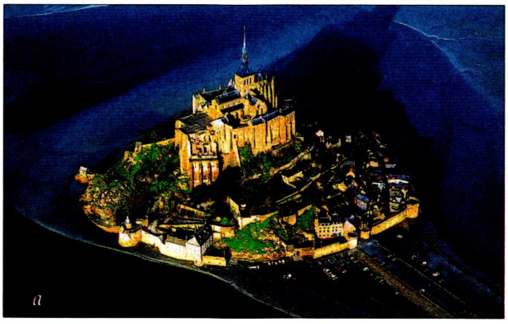
centro į priešingą pusę, negu yra Mėnulis (4.6.2 pav.). Čia ir slypi atsakymas, kurio nerado Kepleris.

Dėl potvynio jėgų veikimo vandeninis Žemės rutulio apvalkalas ištempiamas išilgai linijos, jungiančios Žemę su Mėnuliu. 4.6.2 paveiksle parodytas viso Žemės paviršiaus vandenynas. Taškuose *A* ir *B* vandens lygis yra aukščiausias (ten vyksta potvyniai), o skritulyje, kuris statmenas linijai, jungiančiai Žemės ir Mėnulio centrus, ir eina per Žemės centrą, – žemiausias (ten – atoslūgiai). Žemei sukantis apie savo ašį, į potvynių ir atoslūgių juostą viena po kitos patenka įvairios jos vietos. Lengva numanyti, kad per parą vandenys gali patvinti ir atslūgti po du kartus. Potvynio metu pakyla milžiniškas vandens kiekis. Potvynio intensyvumas priklauso nuo vandenyno ir sausumos formos. Atvirose jūrose vanduo pakyla iki 1 m, uždarose – tik apie 30 cm. Tačiau seklesnėse jūrose jis gali pakilti net į 6 m aukštį. Labiausiai – apie 16 m – patvinsta Fándžio įlanka (Kanãdoje). Šiuo metu vandenynų ir atvirų jūrų pakrantėse pradedama naudoti potvynių energija.

Potvynius žmonės išmoko prisitaikyti savo reikmėms, pavyzdžiui, Grenvilio miestelio (Prancūzìjoje) gyventojai – žvejybai. Atslūgusiai jūrai pasitraukus nuo kranto apie 1 km, gilesnėse įdubose lieka vandens, o jame – žuvų. Jas ir gaudo Grenvilio gyventojai.

Potvyniai gali pakeisti kai kurių statinių padėtį. Antai šiaurinėje Bretãnės pusiasalio dalyje (Prancūzijoje) esantis Man Sent Mišelio statinys potvynio metu virsta sala (4.6.3 pav., *a*). Vanduo užlieja net automobilių stovėjimo aikšteles. Vandeniui nuslūgus, ši teritorija tampa žemyno dalimi (4.6.3 pav., *b*).

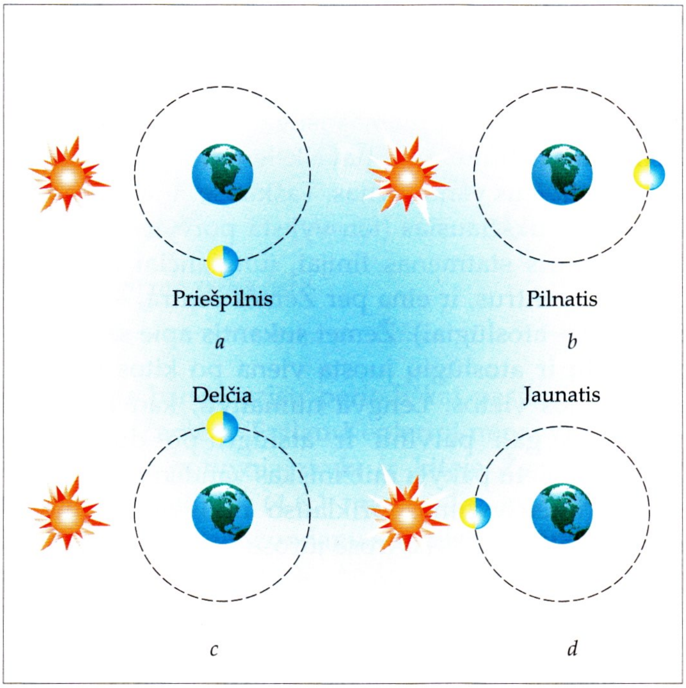
4.6.3 pav.



a



b



4.6.4 pav.

Potvynius Žemėje sukelia ne tik Mėnulio, bet ir Saulės trauka. Kadangi Saulė nuo Žemės yra toliau negu Mėnulis, jos sukeliami potvyniai gerokai silpnesni. Saulės jėga yra perpus mažesnė už Mėnulio jėgą. Potvynių didumas priklauso nuo Mėnulio ir Saulės tarpusavio padėties. Esant priešpilniui (4.6.4 pav., *a*) ir delčiai (4.6.4 pav., *c*), gravitacijos jėgų kryptys nesutampa, todėl jūros paviršiaus lygis per potvynį ir atoslūgį skiriasi nedaug. Du kartus per mėnesį, esant pilnačiai ir jaunačiai (4.6.4 pav., *b*, *d*), potvyniai Žemėje sustiprėja, nes tuo metu sutampa Mėnulio ir Saulės traukos sukelti potvyniai. Dėl trinties ir inercijos potvyniai atsilieka nuo Mėnulio fazių maždaug dvi dienas.

Potvyniai yra labai svarbus veiksnys Žemės evoliucijoje. Dėl vadinamosios potvynių trinties jie lėtina Žemės sukimąsi apie savo ašį. Žemė sukdamasi tempia su savimi patvinusį vandens kyšulį, o Mėnulis jį traukia į save. Dėl potvynio trinties Žemės para dabar jau yra gerokai pailgėjusi. Anksčiau ji buvo lygi 5–6 h. Labai tiksliais bandymais nustatyta, kad per 100 000 metų Žemės para pailgėja 1–2 s.

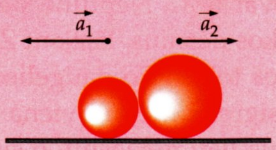
Mėnulio bei Saulės trauka veikia ne tik Žemės vandenis, bet ir plutą. Kietas Žemės paviršius deformuojasi, tačiau daug mažiau negu vandens paviršius.

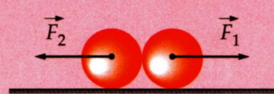
Pagal trečiąjį Niutono dėsnį Mėnulis traukia Žemę, o Žemė – Mėnulį. Tik Žemės poveikis Mėnuliui yra daug stipresnis, mat jos masė 81 kartą didesnė už Mėnulio masę. Manoma, kad potvynio jėga, kurią Žemė sukelia Mėnulyje, labai pristabdė jo sukimąsi apie savo ašį. Žemės traukos jėga sulygino Mėnulio sukimosi apie savo ašį periodą su jo sukimosi apie Žemę periodu. Dabar Mėnulis visą laiką atsisukęs į Žemę ta pačia puse. Kitų planetų palydovai taip pat orientuoti į savo planetą viena puse: 2 Marso palydovai, 63 Jupiterio palydovai, 56 Saturno palydovai, 27 Urano palydovai ir 13 Neptūno palydovų.

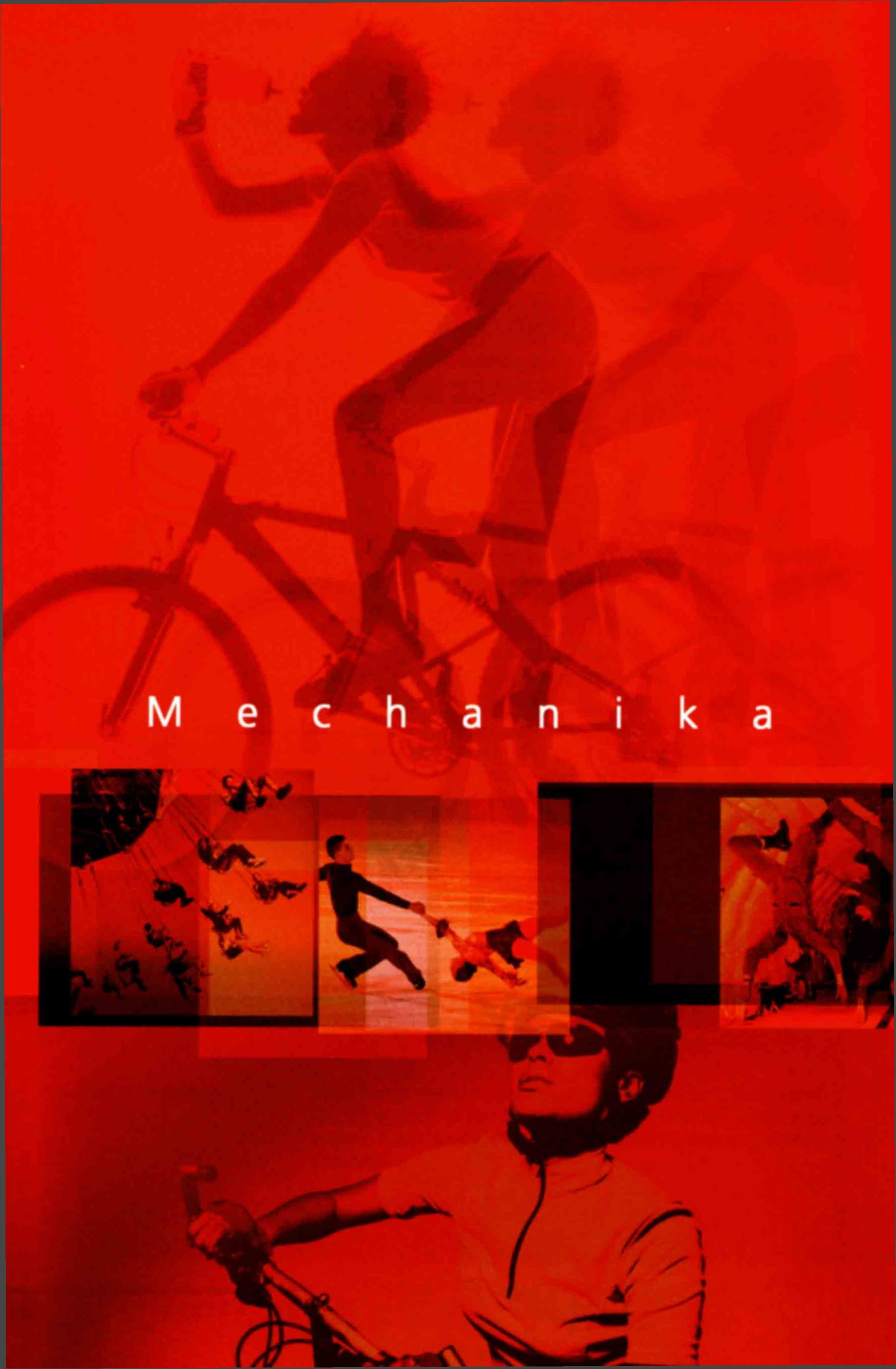
Pagal mechanikos dėsnius, lėtėjant Žemės sukimuisi, Mėnulis nuo jos tolsta. Po daugelio milijonų metų Žemė taip pat atsigręš į Mėnulį viena savo puse. Tada Žemės para bus lygi mėnesiui, o šis pailgės ir nebeatitiks dabartinio mėnesio.

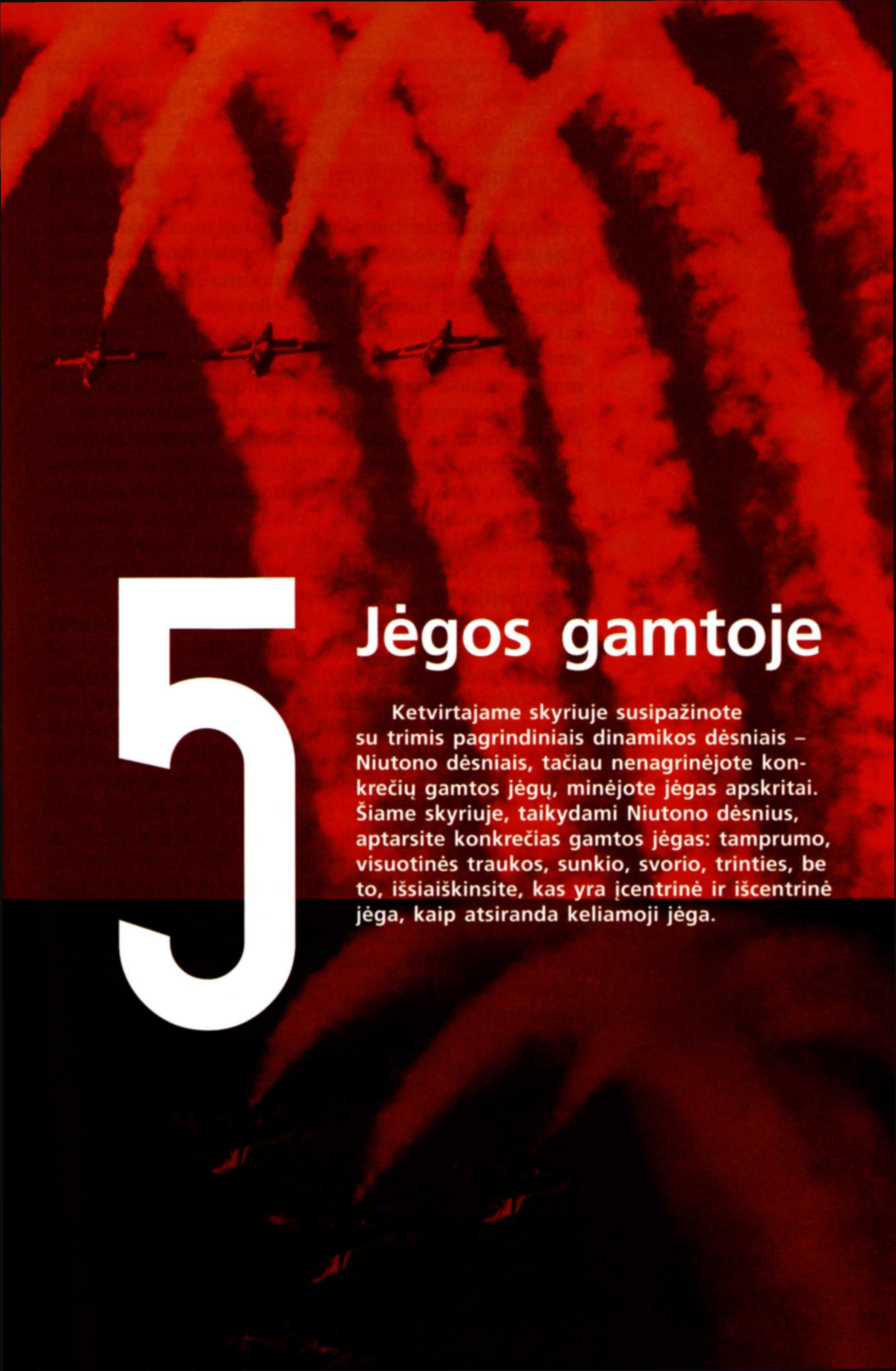
Apžvelgėme Niutono dėsnių reikšmę astronomijoje. Tačiau Niutono dėsniai ypač svarbūs ir kitose srityse. Jais remiasi astronomai, fizikai, inžinieriai, spręsdami daugelį uždavinių: skaičiuodami tiek elektronų greičius televizoriaus kineskope, tiek dirbtinių Žemės palydovų greičius.

Skyriaus „Judėjimo dėsniai“ apibendrinimas

Kūnų sąveika	• Sąveikaujančių kūnų pagreičiai visada nukreipti priešingomis kryptimis. • Sąveikaujančių kūnų pagreičių modulių santykis yra pastovus dydis ir nepriklauso nuo to, kaip kūnai sąveikauja. • Dviejų sąveikaujančių kūnų pagreičių modulių santykis lygus atvirkštiniam jų masių santykiui: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}.$ 
Inercija	Judėjimo greičio (arba rimties) išlaikymo, kompensuojantis išoriniams poveikiams, reiškinys vadinamas inercija.
Inertiškumas	Kūno savybė, rodanti, kaip greitai kūnas gali pakeisti greitį, sąveikaudamas su kitais kūnais, vadinama inertiškumu.
Kūno masė	Kūno masė – fizikinis dydis, kiekybiškai apibūdinantis kūno inertiškumą. Masės matavimo vienetas yra kilogramas: $[m] = 1$ kg.
Pirmasis Niutono dėsnis (inercijos dėsnis)	Kiekvienas kūnas išlaiko rimties būseną arba tolyginį tiesiaeigį judėjimą, jeigu jo neveikia kiti kūnai arba jų poveikiai kompensuojasi.
Inercinės atskaitos sistemos	Inercinėmis vadinamos tokios atskaitos sistemos, kurių atžvilgiu kūnai juda tiesiai ir tolygiai (išlaiko pastovų greitį) arba nejuda, kai jų neveikia kiti kūnai arba kitų kūnų poveikiai kompensuojasi.

Jėga	Jėga – kūno greičio arba formos kitimo priežastis, t. y. kūnų pagreičio arba deformacijos atsiradimo priežastis. Jėgos matavimo vienetas yra niutonas. 1 N lygus jėgai, kuri 1 kg masės kūnui suteikia 1 m/s^2 pagreitį: $$[F] = 1\ \text{N} = 1\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}.$$
Antrasis Niutono dėsnis	Kūną veikianti jėga lygi jo masės ir tos jėgos jam suteikto pagreičio sandaugai: $$\vec{F} = m\vec{a}.$$ Jei kūną vienu metu veikia kelios jėgos $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}, ..., \vec{F_n}$, tai jėga $\vec{F}$ yra visų veikiančių jėgų atstojamoji: $$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + ... + \vec{F_n}.$$
Trečiasis Niutono dėsnis	Kūnai veikia vienas kitą jėgomis, kurios nukreiptos ta pačia tiese ir kurių moduliai yra lygūs, o kryptys – priešingos: $$\vec{F_1} = -\vec{F_2},\ F_1 = F_2.$$ 


Mechanika



5 Jėgos gamtoje

Ketvirtajame skyriuje susipažinote su trimis pagrindiniais dinamikos dėsniais – Niutono dėsniais, tačiau nenagrinėjote konkrečių gamtos jėgų, minėjote jėgas apskritai. Šiame skyriuje, taikydami Niutono dėsnius, aptarsite konkrečias gamtos jėgas: tamprumo, visuotinės traukos, sunkio, svorio, trinties, be to, išsiaiškinsite, kas yra įcentrinė ir išcentrinė jėga, kaip atsiranda keliamoji jėga.

5.1. Tamprumo jėga

Pagrindinės sąvokos

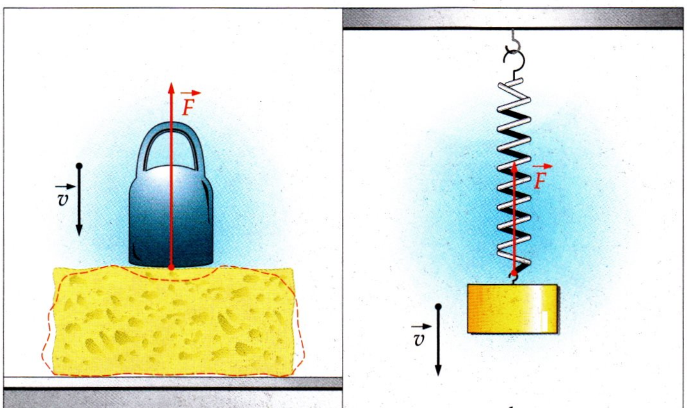
Deformãcija, tamprùmo jėgà, atramõs reãkcijos jėgà, pakabõs reãkcijos jėgà, standùmo koeficieñtas.

Kūnų deformacija

Nagrinėdami dinamikos dėsnius, sužinojote, kad jėga yra deformacijos atsiradimo priežastis. ***Deformãcija*** – reiškinys, kurio metu pakinta jėgos veikiamų kūnų forma ir tūris. Deformacijos pavyzdžių nesunku aptikti mus supančioje aplinkoje. Pavyzdžiui, lenkdami popieriaus lapą, sukeliame lenkimo deformaciją, spausdami trintuką – gniuždymo deformaciją, tempdami suolo draugą už švarko rankovės – tempimo deformaciją, sukdami plaukų sruogą – sąsūkos deformaciją. Patirtis rodo, kad, nesmarkiai deformuojant kūną (palyginti su jo matmenimis), atsiranda jėga, kuri grąžina tą kūną į pradinę būseną. Paleistas popieriaus lapas išsitiesia, o trintukas išsilygina. Šie ir kiti pavyzdžiai iliustruoja, kad jėga gali būti ne tik deformacijos priežastis, bet ir jos padarinys.

Atlikdami nesudėtingus bandymus, išsiaiškinkime, kas vyksta deformuojantis kūnui. Ant kempinės padėkime svarstį. Iš pradžių jis, o kartu ir viršutinis kempinės sluoksnis leidžiasi žemyn (5.1.1 pav., *a*), kempinė deformuojasi – vienos jos dalys juda kitų atžvilgiu. Vienų deformuojamo kūno dalių judėjimą kitų atžvilgiu patvirtina bandymas su sraigtine spyruokle. Prie spyruoklės prikabinus pasvarą, šis ima leistis žemyn ir spyruoklė ilgėja, jos dalys juda viena kitos atžvilgiu (5.1.1 pav., *b*). Jei vieno kūno poveikis kitam trunka labai trumpai, atskirų kūno dalių judėji-

5.1.1 pav.



mą ir deformaciją pastebėti sunku. Tačiau ją galima matyti greitai filmuojant. Tokiu būdu pavyksta užfiksuoti teniso kamuoliuko arba kamuolio deformaciją (5.1.2 pav.). Apibendrinant stebėjimų rezultatus, galima teigti, kad, kūnams deformuojantis, vienos jų dalys juda kitų atžvilgiu.

Kai kada judėjimo, dėl kurio atsiranda kūnų deformacija, ir pačios deformacijos pastebėti neįmanoma. Pavyzdžiui, nuėmę svarstį nuo kempinės ir padėję jį ant stalo, plika akimi nepamatysime, kad viršutinis stalo sluoksnis juda ir deformuojasi (5.1.3 pav.). Tačiau toks procesas iš tiesų vyksta – ant stalo dedamas svarstis, veikiamas sunkio, juda vertikaliai žemyn ir pastumia daleles, iš kurių sudaryta su svarsčiu susiliečianti stalo dalis. Stalas deformuojasi, atsiranda jėga, kuri atsveria sunkį. Dėl to svarstis nustoja judėti ir lieka rimties būsenos.

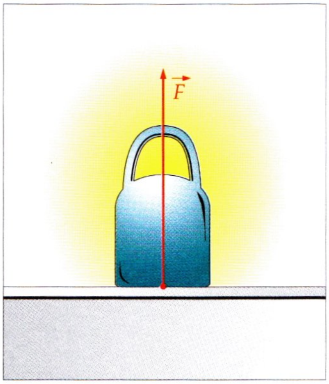


5.1.2 pav.

Tamprumo jėga

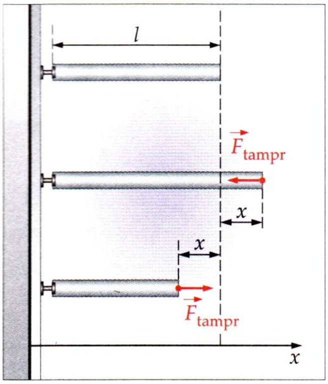
Jėga, kuria deformuotas kūnas veikia kitus kūnus, vadinama ***tamprùmo jėgà***. Pavyzdžiui, tokia jėga svarstį veikia kempinė ir stalas.

Kokia yra šios jėgos prigimtis? Išsiaiškinome, kad ji atsiranda kūnui deformuojantis. Tada pakinta atstumai tarp atomų. Kai kūnas tempiamas, jie padidėja ir atomus ima veikti traukos jėgos, kai spaudžiamas – sumažėja ir pradeda veikti stūmos jėgos. Traukos ir stūmos jėgų atsiradimą paaiškina atomo sandara.



5.1.3 pav.

Atomai susideda iš elektringųjų dalelių: branduolio ir elektronų. Branduolio krūvis yra teigiamas, elektronų – neigiamas. Kietojo kūno atomai išsidėstę taip, kad vienaženklį krūvį turinčių dalelių stūmos jėgos atsveria įvairiaženklį krūvį turinčių elektringųjų dalelių traukos jėgas. Gretimi kūno atomai išsidėstę arti vienas kito, todėl jų sąveikos jėgos yra stiprios. Tempiant arba spaudžiant kūną, pakinta jo atomų tarpusavio padėtis. Dėl to ima veikti elektrinės jėgos, kurios atkuria pradinius kūno matmenis. Dalelėms judant viena kitos atžvilgiu, atsiranda magnetinė jėga. Elektrinė ir magnetinė jėga yra tarpusavyje susijusios ir veikia vienu metu. Kai dalelės juda, jas veikiančių jėgų negalima pavadinti nei elektrinėmis, nei magnetinėmis. Jos vadinamos elektromagnètinėmis jėgomìs. Kadangi tamprumo jėga atsiranda dėl elektringųjų dalelių sąveikos, tai ji yra elektromagnetinės prigimties.



5.1.4 pav.

Aptarti pavyzdžiai su svarsčiu, padėtu ant kempinės arba stalo, ir pasvaru, pritvirtintu prie sraigtinės spyruoklės, rodo, kad tamprumo jėgos kryptis yra priešinga deformuojamo kūno dalelių poslinkiui: kempinės, stalo ir sraigtinės spyruoklės dalelės juda žemyn, o tamprumo jėga nukreipta į viršų (5.1.1 ir 5.1.3 pav.). Tie patys dėsningumai būdingi ir horizontaliai įtvirtintam deformuojamam strypui (5.1.4 pav.). Tempiant jį į dešinę (5.1.4 pav., *b*), atsiranda tamprumo jėga $\vec{F}_{tampr}$, nukreipta į kairę. Strypą spaudžiant (5.1.4 pav., *c*), atsirastų tamprumo jėga, nukreipta į priešingą pusę. ***Tamprumo jėga yra kūną deformuojant atsirandanti jėga, kurios kryptis priešinga to kūno dalelių poslinkiui.***

Huko dėsnis

Tamprumo jėga susijusi su kūnų matmenų pokyčiu – deformacija. Iš praktinės patirties žinome: kuo labiau įtempiame lanko timpą, tuo toliau nulekia strėlė. Taip nutinka dėl to, kad, labiau pailgėjus timpai, atsiranda didesnė tamprumo jėga. Tamprumo jėgos ir kūno pailgėjimo tarpusavio priklausomybė buvo nustatyta dar XVII a. Anglų mokslininkas Robertas Hukas (*Robert Hooke*) bandymais ištyrė, kad deformuojamo kūno tamprumo jėga yra tiesiogiai proporcinga kūno pailgėjimui. Spyruoklės tempimo bandymai (5.1.5 pav.) rodo: kai deformacija maža, palyginti su spyruoklės matmenimis, tamprumo jėgos $\vec{F}_{tampr}$ [1] modulis yra tiesiogiai proporcingas spyruoklės laisvojo galo poslinkio vektoriaus moduliui. Tamprumo jėgos kryptis priešinga poslinkio vektoriaus krypčiai. Todėl tamprumo jėgos projekcija *Ox* ašyje, kurios kryptis sutampa su poslinkio vektoriaus kryptimi, išreiškiama formule

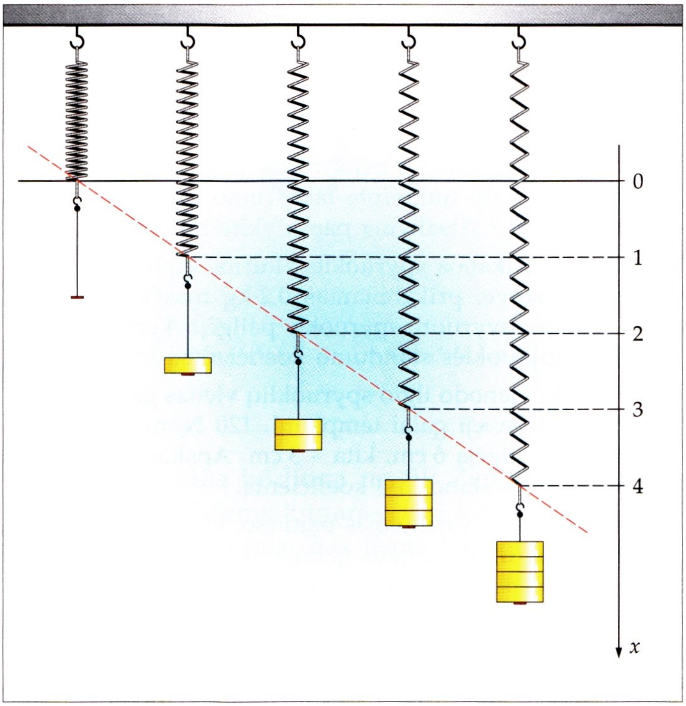
$$(F_{tampr})_x = -kx; \qquad (5.1)$$

čia x – strypo pailgėjimas.

Huko dėsnis teigia, kad ***deformuoto kūno tamprumo jėga tiesiogiai proporcinga kūno pailgėjimui ir yra priešinga to kūno dalelių poslinkiui.***

Proporcingumo koeficientas, esantis Huko dėsnio išraiškoje, vadinamas ***standùmo koeficientù***. Jis priklauso nuo kūno matmenų ir medžiagos, iš kurios pagamintas kūnas. SI sistemoje standumo koeficientas matuojamas *niùtonais mètrui* (N/m).

[1] Toliau tamprumo jėgą žymėsime $\vec{F}_t$.

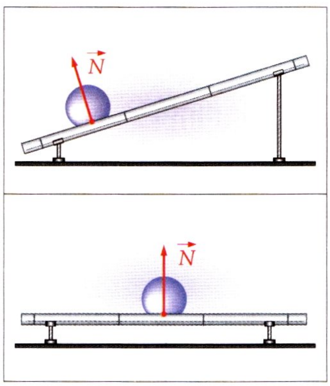


5.1.5 pav.

Atramos reakcijos jėga

Kūną, padėtą ant atramos arba pakabintą ant pakabos, visada veikia tamprumo jėga. Dėl jos poveikio nekrinta žemyn prie klasės lubų prikabinti šviestuvai, ant sienos kabantis paveikslas, klasės lenta. Tamprumo jėga veikia ant suolo padėtas rankas, knygą, sąsiuvinį. Kūną veikianti atramos arba pakabos tamprumo jėga vadinama ***atramõs reãkcijos jėgà*** arba ***pakabõs reãkcijos jėgà***. Atramos reakcijos jėgą įprasta žymėti kita raide – $\vec{N}$. Svarbi tamprumo jėgos savybė yra ta, kad tamprumo jėga nukreipta statmenai sąveikaujančių kūnų sąlyčio paviršiui (5.1.6 pav.). Į tai reikia atsižvelgti, brėžiniuose žymint atramos arba pakabos reakcijos jėgas.

5.1.6 pav.

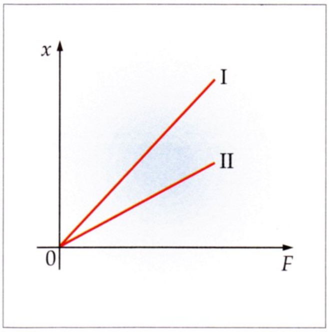


Klausimai ir užduotys

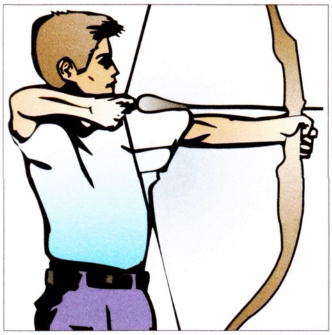
1. Kokiomis sąlygomis atsiranda tamprumo jėga? Pateikite jos pavyzdžių.

2. Kokia yra tamprumo jėgos prigimtis?

3. Nupieškite ant stalo stovinčią vazą. Pažymėkite ją veikiančias jėgas. Kurios jėgos atsveria viena kitą?



5.1.7 pav.


5.1.8 pav.

4. 5.1.7 paveiksle pavaizduoti vienodo ilgio plieninės ir varinės vielos pailgėjimo priklausomybės nuo tempimo jėgos grafikai (I ir II). Kuris jų atitinka plieninę vielą, kuris – varinę?

5. Šaulys nusitaikė į pritvirtintą prie sienos skritulį (5.1.8 pav.). Kaip nukreipta tamprumo jėga, suteikianti strėlei pagreitį? Atsakymą papildykite brėžiniu.

6. Prie vertikalios spyruoklės, kurios viršutinis galas įtvirtintas stove, prikabinamas 0,2 kg masės pasvaras. Jam nustojus svyruoti, spyruoklė pailgėjo 4 cm. Apskaičiuokite spyruoklės standumo koeficientą. (50 N/m)

7. Dviejų vienodo ilgio spyruoklių vienas galas sujungiamas, o laisvieji galai tempiami. 120 N/m standumo spyruoklė pailgėja 6 cm, kita – 3 cm. Apskaičiuokite kitos spyruoklės standumo koeficientą. (240 N/m)

8. Neapdairus vairuotojas pamiršo, kad baigėsi jo automobilio akumuliatoriaus galiojimo laikas, todėl, norėdamas užvesti automobilį, paprašė jį patempti. Automobilis 10^5 N/m standumo lynu buvo pritvirtintas prie kaimyno automobilio ir velkamas 0,6 m/s^2 pagreičiu. Apskaičiuokite, kiek pailgėjo lynas. Velkamo automobilio masė lygi 1,8 t. Į trinties poveikį neatsižvelkite. (11 mm)

9. Lynu, kurio standumo koeficientas k, iš vandens pagreičiu a keliamas masės m plieninis liejinys. Plieno tankis ρ_1, vandens tankis ρ_2. Apskaičiuokite lyno pailgėjimą x. Vandens pasipriešinimo nepaisykite.

$$\left(\frac{2}{k\rho_1}(\rho_1 g - \rho_2 g + \rho_1 a)\right)$$

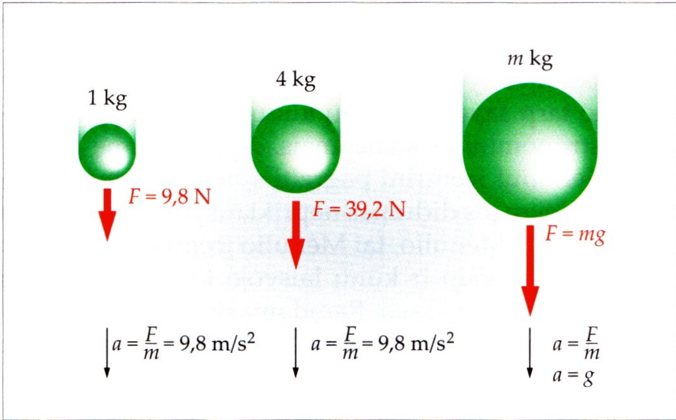
5.2. Gravitacijos jėga

Pagrindinės sąvokos

Gravitãcijos jėgà, gravitãcijos konstánta.

Gravitacijos jėgos samprata

XVII a. mokslininkus ypač domino planetų judėjimas aplink Saulę. Tai, kaip žinote, rūpėjo Johanui Kepleriui. Jis spėjo, kad iš Saulės sklinda kažkokia jėga, verčianti planetas suktis apie ją. Visuotinės traukos idėją dar 1665 m. iškėlė Izaokas Niutonas. Anot legendos, ši mintis Niutonui toptelėjo tada, kai sode ant galvos jam nukrito obuolys. Niutonas pamanė, kad Žemė turi traukti obuolį taip pat kaip obuolys –



5.2.1 pav.

Žemę. Ši sąveika būdinga ne tik Žemei ir obuoliui, bet apskritai visiems kūnams: visi kūnai veikia vieni kitus traukos jėgomis. Tas jėgas Niutonas pavadino ***gravitãcijos jėgomìs***, o patį reiškinį – visuotine trauka, arba gravitacija (lot. *gravitas* – sunkumas). Gravitacijos jėga verčia planetas skrieti aplink Saulę, dirbtinius Žemės palydovus – aplink Žemę. Ši jėga reiškiasi tarp visų turinčių masę kūnų: toli vienas nuo kito jūroje plaukiančių laivų, obuolio ir Žemės, viename klasės suole sėdinčių mokinių, tačiau Žemės trauką juntame, o kitų kūnų tarpusavio sąveikos nepastebime.

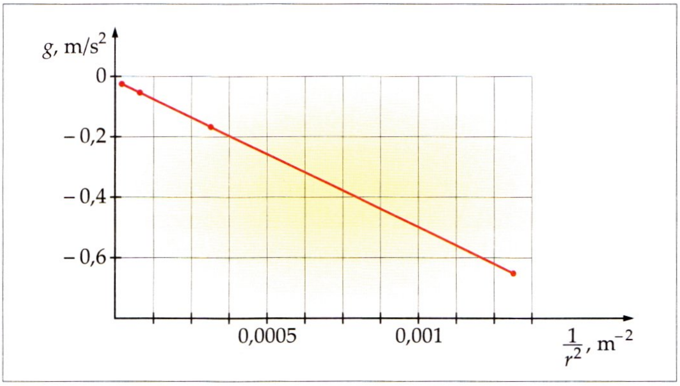
Aiškinant planetų judėjimą, reikėjo nustatyti jėgą, kuria Saulė traukia kitas planetas. Tačiau nebuvo žinoma, ar ši jėga priklauso nuo sąveikaujančių kūnų masės, ar ji kinta tolstant nuo Saulės. Norėdamas ištirti planetų judėjimą, Niutonas turėjo rasti būdą, kaip apskaičiuoti jėgą, kuria Saulė traukia planetą, o planeta – Saulę. Mokslininkui pavyko įrodyti, kad kūnų tarpusavio traukos jėga priklauso nuo jų masės. Jis rėmėsi žiniomis apie kūnų laisvojo kritimo pagreitį: ir sunkių, ir lengvų kūnų jis yra vienodas. Vadinasi, padidėjus kūno masei m, tiek pat kartų padidėja kūną veikiantis sunkis F_1 (5.2.1 pav.). Dėl to kūno laisvojo kritimo pagreitis lieka pastovus. Iš šių teiginių išplaukia išvada, kad jėga, kuria Žemė traukia kūną, yra tiesiogiai proporcinga kūno masei ($F_1 \sim m$). Antra vertus, jėga F_2, kuria kūnas traukia Žemę, tiesiogiai proporcinga Žemės masei ($F_2 \sim M$). Pagal trečiąjį Niutono dėsnį šių jėgų moduliai yra lygūs: $F_1 = F_2 = F$. Vadinasi, kūnų tarpusavio traukos jėga, būdama tiesiogiai proporcinga kiekvieno sąveikaujančio kūno

masei, yra proporcinga sąveikaujančių kūnų masių sandaugai ($F \sim mM$).

Ieškodamas ryšio tarp gravitacijos jėgos didumo ir atstumo tarp sąveikaujančių kūnų, Niutonas pasinaudojo astronominiais stebėjimais. Aplink Žemę judančiam Mėnuliui įcentrinį pagreitį suteikia Žemės traukos jėga. Jeigu jos didumas nepriklausytų nuo atstumo tarp Žemės ir Mėnulio, tai Mėnulio įcentrinis pagreitis būtų toks pat kaip ir kūnų laisvojo kritimo pagreitis netoli Žemės paviršiaus. Remdamasis žinomomis Mėnulio orbitos spindulio ir jo sukimosi aplink Žemę periodo vertėmis, Niutonas apskaičiavo Mėnulio įcentrinį pagreitį. Jis pasirodė esąs 0,0027 m/s^2, t. y. 3600 kartų mažesnis už laisvojo kritimo pagreitį arti Žemės paviršiaus. Nustatyta, kad atstumas nuo Žemės centro iki Mėnulio yra 384 000 km – 60 kartų didesnis už Žemės spindulį. Atstumui tarp sąveikaujančių kūnų padidėjus 60 kartų, pagreitis sumažėja 60^2 kartų. Vadinasi, gravitacijos jėga yra atvirkščiai proporcinga atstumo tarp sąveikaujančių kūnų kvadratui. Ši priklausomybė dar vadinama atvirkštinio kvadrato dėsniu.

Niutonas neturėjo galimybės pagrįsti šį teiginį duomenimis apie kosminių aparatų skrydžius, tačiau jam užteko astronominių stebėjimų. Mėnulio judėjimas orbita sutapo su mokslininko teorija 0,5 % tikslumu, o planetų judėjimas orbitomis taip pat atitiko atvirkštinio kvadrato dėsnį. Praėjus 300 metų nuo Niutono visuotinės traukos teorijos sukūrimo, atvirkštinio kvadrato dėsnį patvirtino kosminių aparatų skrydžiai. Lentelėje pateikti duomenys apie erdvėlaivio „Apollo 11" skrydį į Mėnulį 1969 m. liepos mėn.

Greitis laikotarpio pradžioje ir pabaigoje, m/s	Atstumas nuo Žemės centro kiekvieno laikotarpio pradžioje ir pabaigoje, $\times 10^6$ m	Pagreitis 600 s laikotarpiu	Vidutinis atstumas nuo Žemės centro kiekvienu laikotarpiu, $\times 10^6$ m
5374	26,3	–0,45	27,65
5102	29,0		
3633	54,4	–0,12	55,4
3560	56,4		
2619	95,7	–0,4	96,45
2594	97,2		
1796	169,9	–0,01	170,4
1788	170,9		



5.2.2 pav.

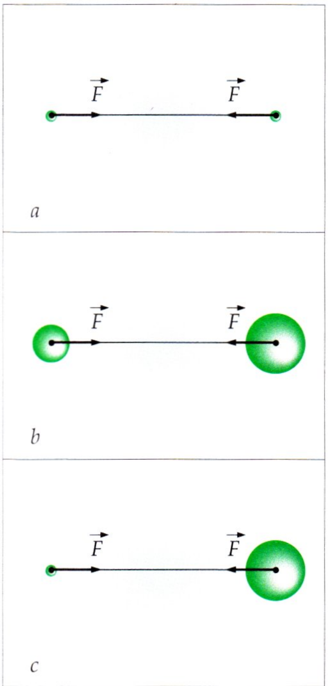
Erdvėlaivio pagreitis buvo apskaičiuotas radus greičio pokytį per laikotarpį, lygų 600 s. Lentelės duomenys rodo, kad erdvėlaivis skriejo Mėnulio link lėtėdamas, be to, jo pagreitis, tolstant nuo Žemės paviršiaus, mažėjo. Pagreitį sukėlė Žemės trauka. Pagreičio mažėjimas rodo, kad Žemės traukos jėga mažėjo. Pagal lentelės duomenis buvo nubraižytas pagreičio priklausomybės nuo $1/r^2$ grafikas (5.2.2 pav.); čia r – atstumas nuo Žemės centro. Paaiškėjo, kad priklausomybė yra beveik tiesinė, taigi pagreitis, o kartu ir Žemės traukos jėga yra atvirkščiai proporcinga atstumo kvadratui (r^2). Pateikti duomenys nebuvo visiškai tikslūs, nes erdvėlaivis skriejo ne tiksliai tiese, jungiančia Žemės ir Mėnulio centrus.

Visuotinės traukos dėsnis

Apibendrinęs gravitacijos jėgos priklausomybę nuo kūnų masės (M ir m) ir įvertinęs atstumo (r) tarp sąveikaujančių kūnų įtaką, Izaokas Niutonas 1687 m. suformulavo visuotinės traukos dėsnį, pagal kurį galima nustatyti dviejų skirtingos masės kūnų sąveikos jėgos didumą. ***Visi kūnai veikia vienas kitą jėga, kurios modulis tiesiogiai proporcingas jų masių sandaugai ir atvirkščiai proporcingas atstumo tarp jų kvadratui:***

$$F = G\frac{M \cdot m}{r^2}. \tag{5.2}$$

Gravitacijos jėgų vektoriai nukreipti išilgai tiesės, jungiančios kūnus. Taip išreikštas visuotinės traukos dėsnis galioja vienalyčiams rutulio formos kūnams, bet kuriuo atstumu nutolusiems vienas nuo kito. Tai-



5.2.3 pav.

kant visuotinės traukos dėsnį, reikia žinoti, kaip nustatyti atstumą r tarp sąveikaujančių kūnų.

- Kai atstumas tarp kūnų yra labai didelis, palyginti su jų matmenimis, kūnus galima laikyti materialiaisiais taškais (5.2.3 pav., *a*). Pavyzdžiui, materialieji taškai yra dangaus kūnai, kai kalbama apie jų tarpusavio trauką. Gravitacijos jėga nukreipiama išilgai tiesės, jungiančios materialiuosius taškus.
- Kai atstumas tarp kūnų nedaug skiriasi nuo jų matmenų, jis matuojamas tarp kūnų centrų (5.2.3 pav., *b*), o gravitacijos jėgos nukreipiamos išilgai linijos, jungiančios tuos centrus.
- Apskaičiuojant atstumą tarp didelio kūno (jo spindulys R) ir netoli esančio mažo kūno, į mažo kūno matmenis galima neatsižvelgti (5.2.3 pav., *c*) ir tą kūną laikyti materialiuoju tašku. Šiuo atveju atstumas matuojamas nuo didelio kūno centro iki materialiojo taško.

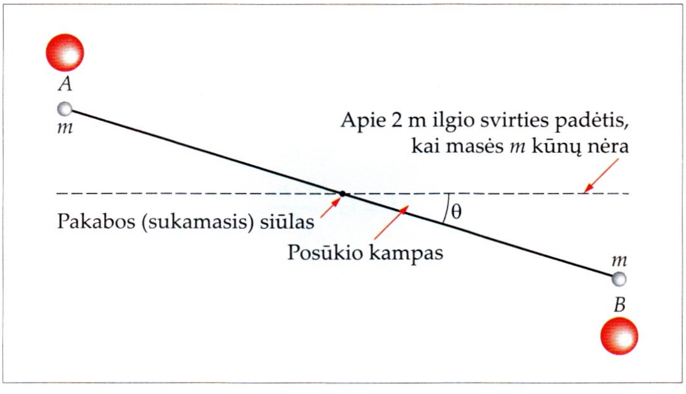
Gravitacijos konstanta

Visuotinės traukos dėsnyje yra proporcingumo koeficientas G, vienodas visiems gamtos kūnams. Jis vadinamas ***gravitãcijos konstánta***. Kokia jos prasmė? Atsakyti į šį klausimą nesunku. Tarkime, kad sąveikaujančių kūnų masė yra vienoda ir lygi 1 kg ($M = m = 1$ kg), o atstumas tarp kūnų lygus 1 m ($r = 1$ m). Tada iš (5.2) formulės matyti, kad tokių kūnų sąveikos jėgos skaitinė vertė lygi gravitacijos konstantai.

Iš visuotinės traukos dėsnio išreiškę gravitacijos konstantą

$$G = \frac{F \cdot r^2}{M \cdot m}, \tag{5.3}$$

5.2.4 pav.



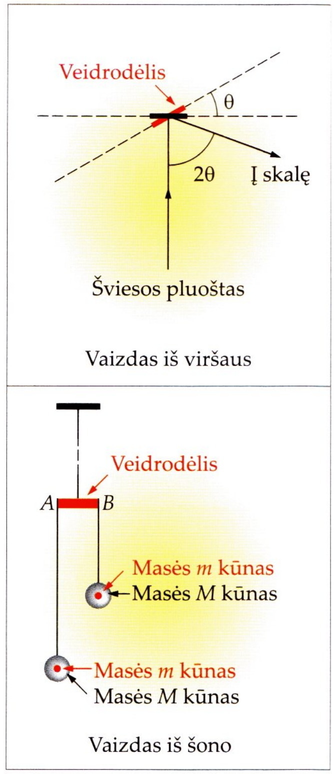
galime nustatyti jos matavimo vienetą:

$$[G] = 1\ \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}.$$

Gravitacijos konstantos skaitinę vertę 1798 m. pirmą kartą nustatė anglų mokslininkas Henris Kavendišas (*Henry Cavendish*). Eksperimentui jis naudojo sukamąsias svarstykles, pavaizduotas 5.2.4 paveiksle, o gravitacijos jėgas tarp dviejų švininių rutulių porų matavo pagal plonos vielutės pasisukimą. Kavendišo prietaisas buvo gremėzdiškas, nes jėga ir poslinkiai turėjo būti kuo didesni. Matuojant atsirasdavo paklaidų dėl oro srovių bei šiluminio plėtimosi poveikio. Vėliau buvo atlikti tikslesni bandymai su mažesniais prietaisais. C. V. Boisas (*C. W. Boys*) vietoj 2 m ilgio svirties naudojo tik 2,54 cm ilgio svirtį AB (5.2.5 pav.). Jos nuokrypis buvo matuojamas naudojant šviesos pluoštą. Naujausiais duomenimis,

$$G = 6{,}67259 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}.$$

Gravitacijos konstanta yra labai mažas dydis. Dėl to negalime pastebėti aplink mus esančių kūnų tarpusavio traukos ir praktiškai įsitikinti, kad trauka yra visuotinė.



5.2.5 pav.

Klausimai ir užduotys

1. Kaip pakis dviejų rutulių traukos jėga, jei:
a) vieno rutulio masę padidinsime du kartus;
b) atstumą tarp rutulių padidinsime dvigubai;
c) vieno rutulio masę ir atstumą tarp rutulių sumažinsime perpus?

2. Kokia yra gravitacijos konstantos fizikinė prasmė?

3. Kokia jėga verčia Saulės sistemos planetas judėti aplink Saulę?

4. Jėga, kuria Žemė traukia 1 kg masės kūną, lygi 9,81 N. Apskaičiuokite Žemės masę.

5. Įvertinkite gravitacijos jėgą, veikiančią tarp jūsų ir klasėje ar laboratorijoje greta sėdinčio draugo. Nurodykite, kokias prielaidas darote.

6. Tarkime, kad išilgai Marso skersmens pavyko iškasti tunelį ir į jį įkrito grunto gabalas. Kur jo pagreitis būtų didžiausias, kur – mažiausias? Atsakymą pagrįskite.

5.3. Sunkis

Pagrindinės sąvokos

Suñkis,
laĩsvojo kritìmo pãgreitis.

Sunkis

Sunkio poveikis pastebėtas dar senovės Graikijoje. Aiškindamas kūnų kritimą žemyn, graikų filosofas Aristotelis teigė, kad visi kūnai stengiasi patekti į pasaulio centrą, esantį Žemės centre. Jo manymu, ši savybė būdinga visiems kūnams, išskyrus ugnį, kuri stengiasi atitolti nuo pasaulio centro.

Iš Niutono nustatyto visuotinės traukos dėsnio matyti, kad sunkis yra tik viena iš gravitacijos jėgos reiškimosi formų. ***Jėga, kuria Žemė traukia kūną, vadinama sunkiù.*** Sunkis nukreiptas į Žemės centrą (5.3.1 pav.). Veikiamas tik šios jėgos, kūnas laisvai krinta. Taigi dabar jau galime nurodyti kūnų laisvojo kritimo pagreičio priežastį – sunkį. Remdamiesi antruoju Niutono dėsniu ir visuotinės traukos dėsniu, gauname kūnų laisvojo kritimo pagreičio prie Žemės paviršiaus skaičiavimo formulę:

$$g = \frac{F}{m} = G\frac{Mm}{R^2 m} = G\frac{M}{R^2}; \qquad (5.4)$$

čia R – Žemės spindulys.

Ji patvirtina dar Galilėjaus pastebėtą laisvojo kritimo pagreičio savybę, kad šis pagreitis nepriklauso nuo kūno masės. Atrodytų, laisvai krintančiam kūnui antrasis Niutono dėsnis negalioja, nes, anot jo, kūno įgytas pagreitis turi priklausyti nuo kūno masės (atvirkščiai proporcingas kūno masei). Iš tiesų laisvojo kritimo pagreitis nepriklauso nuo kūno masės dėl to, kad kūną veikiantis sunkis yra tiesiogiai proporcingas kūno masei (5.2).

Atsižvelgę į kūnų laisvojo kritimo pagreičio išraišką (5.4), iš visuotinės traukos dėsnio (5.2) gauname sunkio (jis dažniausiai žymimas $\vec{F}_s$) formulę:

$$\vec{F}_s = m\vec{g}. \qquad (5.5)$$

Ji pagrindžia mus supančioje aplinkoje vykstančius reiškinius. Sunkis veikia ne tik krintančius, bet ir nejudančius kūnus. Pakeldami kūną nuo Žemės paviršiaus, turime įveikti sunkį. Antai, keldami akmenį, krepšį bulvių, pakelį miltų ar bet kurį kitą daiktą, nugalime juos veikiantį sunkį. Savaime aišku, kad pa-

5.3.1 pav.



kelti 2 kg masės pakelį miltų gerokai lengviau negu 10 kg masės krepšį bulvių. Vadinasi, kūną veikiantis sunkis priklauso nuo jo masės.

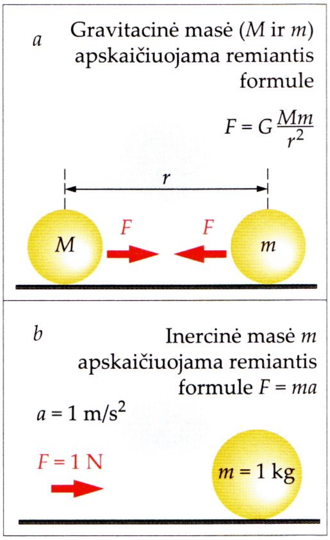
Kūnų masės matavimas svarstyklėmis

Kiekvienas kūnas, turintis masę, tam tikra jėga traukia kitus masę turinčius kūnus. Taigi kūno masę galima sužinoti matuojant dviejų kūnų sąveikos jėgą (5.3.2 pav.). Būtent tai ir darome, dinamometru matuodami kūną veikiantį sunkį F_s. Žinodami jį ir laisvojo kritimo pagreitį g toje vietoje, kur sveriama, masę galime apskaičiuoti pagal formulę

$$m = \frac{F_s}{g}. \quad (5.6)$$

Taip nustatyta kūno masė vadinama gravitãcine masè. Ją rodo svirtinės svarstyklės. Kai svarstyklės yra pusiausviros, kūną ir svarsčius veikia vienodas sunkis.

Nagrinėdami kūnų sąveiką, sužinojote, kad kūno masę galima apskaičiuoti ir išmatavus sąveikaujančių kūnų pagreičius (5.3.2 pav., *b*). Šiuo būdu nustatyta masė vadinama inèrcine masè. Ar inercinė masė lygi gravitacinei masei? Bandymai rodo, kad taip. Matavimai sutampa $\frac{1}{10^{12}}$ tikslumu.



5.3.2 pav.

Laisvojo kritimo pagreitis įvairiose Žemės vietose

Žemesnėse klasėse susipažinote su elektrinio ir magnetinio lauko sąvokomis. Šiais metais apie elektrinį lauką sužinosite dar daugiau. Elektrinis laukas erdvėje atsiranda apie įelektrintus kūnus, o magnetinis – apie nuolatinius magnetus bei laidininkus, kuriais teka elektros srovė. Pagrindinė elektrinio lauko savybė – veikti jame esančias elektringąsias daleles. Bet koks kūnas, turintis masę, tam tikra jėga traukia kitus kūnus, todėl galima teigti, kad jis turi gravitacijos lauką. Mažos masės kūnų gravitacijos lauko poveikio nejaučiame, o Žemės – juntame. Šio lauko poveikį kūnui atspindi laisvojo kritimo pagreitis, kurio skaitinė vertė Žemės paviršiuje lygi[1]

$$g = \frac{F_s}{m} = G\frac{M}{R^2} \approx 9{,}83\ \mathrm{m/s^2}.$$

[1] Primename, kad R – Žemės spindulys.

Žemei sukantis apie savo ašį, visi jos paviršiaus taškai, išskyrus ašigalius, juda įcentriniu pagreičiu. Dėl to laisvojo kritimo pagreitis įvairiose Žemės paviršiaus vietose šiek tiek skiriasi nuo apskaičiuotos vertės.

Laisvojo kritimo pagreičio vertei turi įtakos ir Žemės forma, mat Žemė nėra idealus rutulys, ties ašigaliais ji kiek suplota. Vidutinis atstumas iki Žemės centro ašigaliuose ir pusiaujyje skiriasi 21 km. Dėl to nevienodos ir laisvojo kūnų pagreičio vertės: ašigaliuose – 9,83 m/s^2, pusiaujyje – 9,78 m/s^2. Mūsų geografinėje platumoje laisvojo kritimo pagreitis lygus 9,81 m/s^2.

Tolstant nuo Žemės paviršiaus, laisvojo kritimo pagreičio modulis mažėja:

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2}. \qquad (5.7)$$

300 km aukštyje jis sumažėja 1 m/s^2. Iš (5.7) formulės matyti, kad, nutolus nuo Žemės paviršiaus atstumu, lygiu Žemės spinduliui ($h = R$), laisvojo kritimo pagreitis sumažėja 4 kartus, o atstumu, lygiu dvigubam Žemės spinduliui ($h = 2R$), – 9 kartus.

Laisvojo kritimo pagreitis skiriasi nuo apskaičiuotos vertės ir tada, kai Žemės gelmėse yra uolienų, kurių tankis didesnis arba mažesnis už vidutinį Žemės tankį.

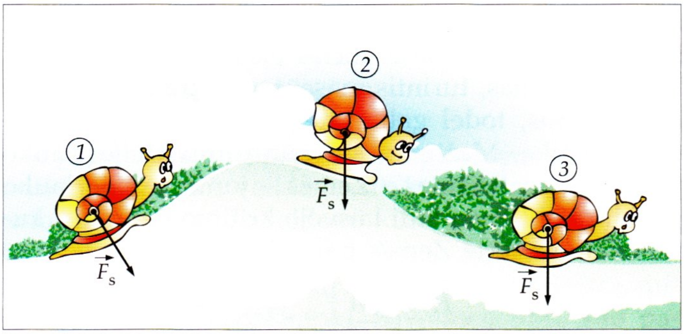
Klausimai ir užduotys

1. Ką vadiname sunkiu?

2. Kokia yra sunkio, veikiančio bet kokį kūną, kryptis?

3. Kuriuo atveju sraigę veikiantis sunkis (5.3.3 pav.) pavaizduotas neteisingai? Kodėl?

5.3.3 pav.



4. Kodėl laisvojo kritimo pagreitis nepriklauso nuo kūno masės?

5. Kaip kinta sunkis, kūnui tolstant nuo Žemės paviršiaus? Atsakymą pagrįskite.

6. Apibūdinkite laisvojo kritimo pagreičio vertę skirtingose Žemės rutulio vietose.

7. Laisvojo kritimo pagreitis ties Žemės ašigaliu lygus 9,83 m/s^2, o Žemės spindulys – 6,37 · 10^6 m. Apskaičiuokite:

a) Žemės masę; (6 · 10^{24} kg)

b) vidutinį Žemės tankį. (5,5 · 10^3 kg/m^3)

8. Prie Žemės paviršiaus esantį krovinį veikia 80 N sunkis. Atsižvelgdami į jį, atlikite šias užduotis:

a) pasirinkę mastelį, pažymėkite krovinį veikiantį sunkį;

b) apskaičiuokite krovinio masę; (8,2 kg)

c) nustatykite, kuriame aukštyje krovinį veikiantis sunkis sumažės perpus; (0,4R)

d) išsiaiškinkite, kokio dydžio jėga šį krovinį veiktų Mėnulio paviršiuje (Mėnulio masė 7,35 · 10^{22} kg, o spindulys 1,7 · 10^6 m); (13,9 N)

e) apskaičiuokite, kiek kartų skiriasi tą krovinį veikiantis sunkis Žemės ir Mėnulio paviršiuje. (Mėnulyje apie 5,76 karto mažesnis)

9. Apskaičiuokite kūnų laisvojo kritimo pagreitį netoli Marso paviršiaus. Marso masė 6,0 · 10^{23} kg, o spindulys 3300 km. (3,7 m/s^2)

10. Kokiame aukštyje Žemės paviršiaus atžvilgiu žmogų veikiantis sunkis sumažėja keturis kartus?

5.4. Kampu į horizontą mesto kūno judėjimas

Kampu į horizontą mesto kūno judėjimo samprata

Pagrindinės sąvokos

Balìstika, balìstinė kreivė̃.

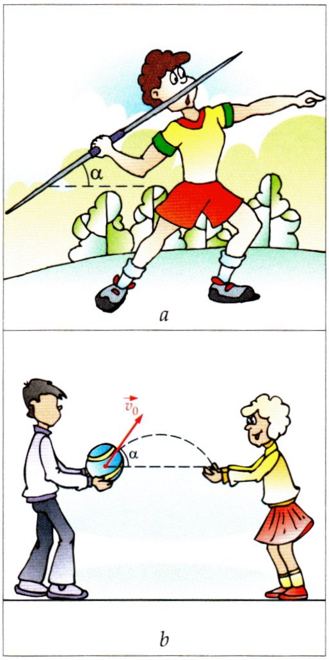
Mokydamiesi fizikos, nagrinėjome sunkio veikiamo kūno judėjimą, kai kūno pradinis greitis nukreiptas lygiagrečiai su sunkiu (tada kūnas juda vertikaliai;



5.4.1 pav.

5.4.1 pav.). Tačiau mus supančioje aplinkoje gana dažnai kūnų pradinis greitis sudaro su sunkiu (arba su horizontu) tam tikrą kampą. Tada sakoma, kad ***kūnas yra mẽstas kampù į horizòntą***. 5.4.2 paveiksle – keletas taip paleisto kūno judėjimo pavyzdžių. Žinios apie kūnų, mestų kampu į horizontą, judėjimą turi praktinę reikšmę. Pavyzdžiui, svarbu žinoti, kaip reikia mesti kūną, kad jis nuskrietų toliausiai, pakiltų aukščiausiai arba nukritęs pataikytų į reikiamą vietą.

Aptarsime kampu į horizontą mesto kūno judė́jimo trajektòriją, judė́jimo lygtìs, lẽkio trùkmę, mokysimės apskaičiuoti didžiáusią pakilìmo aũkštį, lẽkio núotolį, nagrinėsime, kaip kinta kūno greitis.



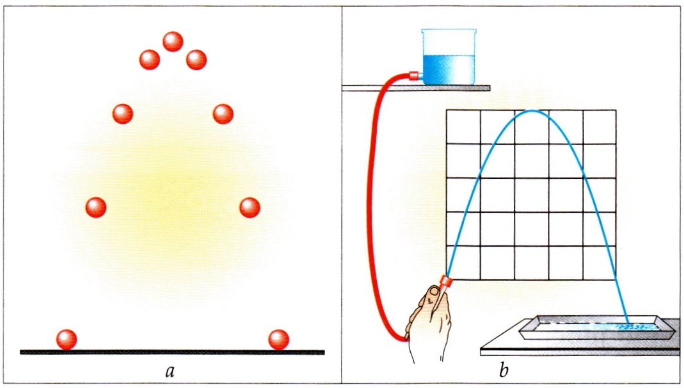
5.4.2 pav.

Kampu į horizontą mesto kūno judėjimo trajektorija

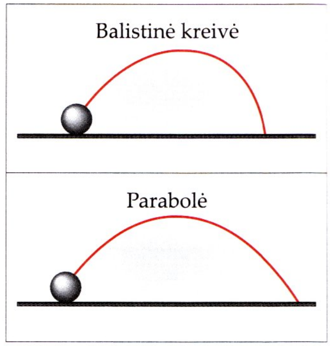
Kokia trajektorija judės kampu į horizontą mestas kūnas, visiškai nesunku nustatyti atliekant bandymus: stroboskopiniu būdu fotografuojant judantį rutuliuką (5.4.3 pav., *a*), eksperimentuojant su skysčiais (5.4.3 pav., *b*).

Iš jų išplaukia tokia išvada: ***kampu į horizontą mestas kūnas juda parabole***. Tačiau atkreipiame dėmesį į tai, kad išvada suformuluota neatsižvelgiant į oro pasipriešinimą. O jo įtaka esti ženkli, ypač kai kūnai juda dideliu greičiu. Pavyzdžiui, artilerijos sviediniai, kulkos dėl oro pasipriešinimo lekia ne parabole, o kita trajektorija, kuri vadinama ***balìstine kreivè*** (5.4.4 pav.). Balistinės kreivės pirmoji šaka panaši į parabolę, tačiau

5.4.3 pav.



antroji leidžiasi staigiau. Svaidyklių, artilerijos sviedinių judėjimas visada domino ginklų kūrėjus, inžinierius. Mokslas, tiriantis kulkų, artilerijos sviedinių ir kitų šaudmenų judėjimą, vadinamas ***balistika*** (vok. *Ballistik* kilęs gr. *ballō* – svaidau).



5.4.4 pav.

Kampu į horizontą mesto kūno judėjimo lygtys

Pagrindinis mechanikos uždavinys – nustatyti kūno padėtį bet kuriuo laiko momentu. Kaip sužinoti, kur nukris kampu į horizontą mesta ietis, diskas ar kamuoliukas? Norėdami atsakyti į šį klausimą, remsimės 5.4.5 paveikslu. Jame pavaizduotas iš taško O pradiniu greičiu $\vec{v}_0$, sudarančiu su horizontu kampą α, mestas kamuoliukas. Atskaitos pradžia pasirinkime tašką O, iš kurio kamuoliukas buvo išmestas. Kadangi kamuoliukas juda plokštuma, jo padėčiai nusakyti pakanka dviejų koordinačių. Pasirinkime ašis Ox ir Oy. Iš paveikslo matyti, kad pradinio greičio $\vec{v}_0$ projekcijos Ox ir Oy ašyse yra tokios:

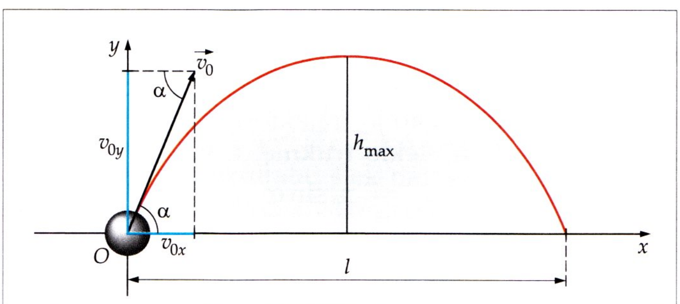
$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad (5.8)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha. \quad (5.9)$$

Kamuoliuko judėjimo pobūdis horizontalios ašies Ox ir vertikalios ašies Oy atžvilgiu yra skirtingas. Horizontalios koordinačių ašies atžvilgiu kamuoliuko neveikia jokia jėga, todėl jis juda tolygiai. Koordinatė x laikui bėgant kinta pagal tolyginio tiesiaeigio judėjimo dėsnį:

$$x = v_{0x}t. \quad (5.10)$$

Oy ašies atžvilgiu kamuoliuko judėjimas yra tolygiai kintamas. Kamuoliuką veikia sunkis, suteikiantis jam laisvojo kritimo pagreitį $\vec{g}$. Todėl judėjimą Oy



5.4.5 pav.

ašies atžvilgiu apibūdina tolygiai kintamo judėjimo dėsnis:

$$y = v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}. \quad (5.11)$$

Kampu į horizontą mesto kūno judėjimo lygtys (5.10) ir (5.11) leidžia atsakyti į daugelį klausimų. Jomis remiantis, nesunku įrodyti, kad kūno judėjimo trajektorija yra parabolė. Tereikia į šias lygtis įrašyti vis didesnes laiko vertes ir apskaičiuoti atitinkamas koordinates x ir y. Tada taškais pažymėti kūno padėtis pasirinktais laiko momentais ir jas sujungti glodžia kreive. Ji bus panaši į 5.4.5 paveiksle pavaizduotą kreivę. Be to, taikant šias lygtis, galima apskaičiuoti kūno lėkio trukmę ir nuotolį, taip pat didžiausią pakilimo aukštį.

Kampu į horizontą mesto kūno lėkio trukmė

Ieškodami kamuoliuko lėkio trukmės, taikome (5.11) formulę. Kai kamuoliukas nukrinta ant paviršiaus, galinė jo koordinatė y pasidaro lygi nuliui (žr. 5.4.5 pav.), todėl

$$0 = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}. \quad (5.12)$$

Išsprendę šią kvadratinę lygtį, gauname:

$$t_1 = 0, \; t_2 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}. \quad (5.13)$$

Vertė t_1 atitinka lėkio pradžią (koordinatė y tuo momentu taip pat lygi nuliui), o vertė t_2 – lėkio pabaigą, o kartu ir lėkio trukmę:

$$t_{\text{lėkio}} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}. \quad (5.14)$$

Remiantis gauta kūno lėkio trukmės formule, nesudėtinga nustatyti, kiek laiko kūnas kyla ir kiek krinta. Kadangi parabolė simetriška (jei neatsižvelgiame į oro pasipriešinimą), tai laiko tarpas, per kurį kūnas pakyla iki aukščiausio jo trajektorijos taško, yra perpus trumpesnis už lėkio trukmę, t. y.

$$t_{\text{pakilimo}} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}. \quad (5.15)$$

Šią formulę patogu taikyti apskaičiuojant didžiausią aukštį, į kurį gali pakilti kūnas.

Kampu į horizontą mesto kūno didžiausias pakilimo aukštis

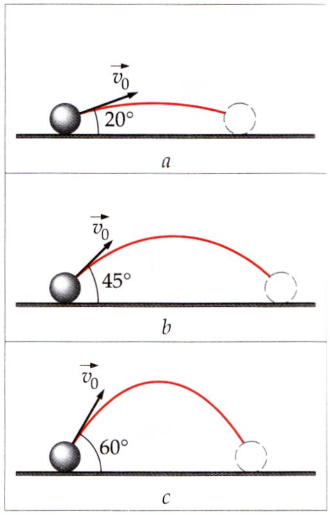
Didžiausias pakilimo aukštis h_{max} lygus koordinatei y, atitinkančiai trukmę $t_{pakilimo}$. Jį apskaičiuojame įrašę į koordinatės y išraišką (5.11) vietoj t surastą $t_{pakilimo}$ vertę:

$$h_{max} = v_0 \sin\alpha \cdot \frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2. \quad (5.16)$$

Suprastinę gauname:

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}. \quad (5.17)$$

Iš (5.17) formulės matyti, kad kampu į horizontą mesto kūno didžiausias pakilimo aukštis priklauso nuo metimo kampo. Kuo didesniu kampu metamas kūnas, tuo aukščiau jis gali pakilti (5.4.6 pav.).



5.4.6 pav.

Kampu į horizontą mesto kūno lėkio nuotolis

Kampu į horizontą mesto kūno lėkio nuotolį apskaičiuojame pagal (5.10) formulę.

Lėkio nuotolis l lygus koordinatei x laiko momentu $t_{lėkio}$. Į koordinatės x išraišką vietoj t įrašę lėkio trukmę (5.14), gauname:

$$l = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}. \quad (5.18)$$

Iš matematikos kurso žinome, kad $2 \sin\alpha \cos\alpha = \sin(2\alpha)$, todėl

$$l = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}. \quad (5.19)$$

Remiantis (5.19) formule, nesunku nustatyti, kokiu kampu reikia mesti kūną, kad jis nulėktų toliausiai. Lėkio nuotolis yra didžiausias, kai $\sin(2\alpha) = 1$. Tada $2\alpha = 90°$, arba $\alpha = 45°$ (žr. 5.4.6 pav.).

Tikrovėje šie rezultatai šiek tiek skiriasi, mat kūno lėkio nuotoliui ir didžiausiam pakilimo aukščiui turi įtaką oro pasipriešinimas. Dėl jo lėkio nuotolis ir pakilimo aukštis visada yra mažesnis negu apskaičiuotas pagal (5.19) ir (5.17) formulę.

Kampu į horizontą mesto kūno greičio kitimas

Kampu į horizontą mesto kūno judėjimą galima suskaidyti į du etapus (5.4.3 pav.): kilimą nuo išmetimo taško iki aukščiausio pakilimo taško ir kritimą nuo šio taško iki galinio taško. Pirmajame etape kūno greitis mažėja $(\vec{v} \downarrow\uparrow \vec{g})$, todėl judėjimas yra tolygiai lėtėjantis, antrajame – didėja $(\vec{v} \downarrow\downarrow \vec{g})$, taigi judėjimas yra tolygiai greitėjantis. Kūno greičio vektorių kiekvienu laiko momentu (išskyrus momentą, kai kūnas yra aukščiausiame taške) galima išskaidyti į du sandus: horizontalųjį ir vertikalųjį (5.4.7 pav.).

Horizontaliojo sando $\vec{v}'$ modulis lygus pradinio greičio projekcijai *Ox* ašyje. Kadangi *Ox* ašies atžvilgiu kūno neveikia jokios jėgos, jo greitis yra pastovus, taigi kūnas juda tolygiai greičiu

$$v' = v_0 \cos \alpha. \tag{5.20}$$

Vertikaliojo sando modulis laikui bėgant kinta. Kai kūnas kyla, jis mažėja:

$$v'' = v_0 \sin \alpha - gt, \tag{5.21}$$

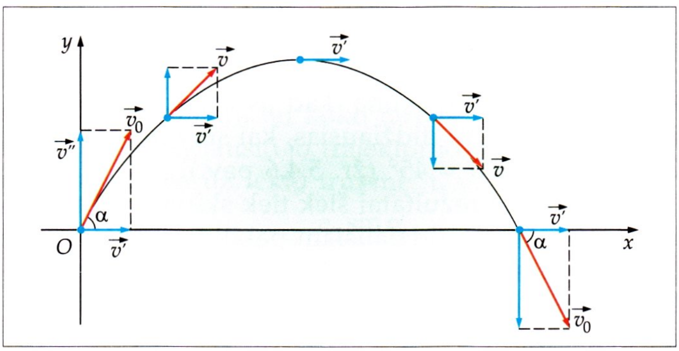
kai leidžiasi, didėja:

$$v'' = v_0 \sin \alpha + gt. \tag{5.22}$$

Aukščiausiame pakilimo taške kūno greičio modulis lygus pradinio greičio projekcijai *Ox* ašyje. Kituose taškuose greičio modulis apskaičiuojamas taikant Pitagoro teoremą:

$$v^2 = (v')^2 + (v'')^2. \tag{5.23}$$

5.4.7 pav.



Kampu į horizontą mestam kūnui, kaip ir mestam vertikaliai aukštyn, būdinga judėjimo simetrija:

- kūno kilimo trukmė lygi kritimo trukmei;
- kūno pradinio greičio modulis lygus galinio greičio moduliui.

Klausimai ir užduotys[1]

1. Kokia trajektorija juda kampu į horizontą mestas kūnas?

2. Kokiu pagreičiu juda kampu į horizontą mestas kūnas? Kokia yra šio pagreičio priežastis?

3. Kokiu kampu į horizontą reikia mesti kūną, kad jo lėkio nuotolis būtų didžiausias?

4. Kamuoliukas metamas greičiu v_0 kampu α į horizontą. Kokį greitį jis įgyja aukščiausiame pakilimo taške?

5. Sviedinys mestas 10 m/s greičiu 30° kampu į horizontą. Apskaičiuokite:
a) sviedinio pakilimo aukštį; (1,3 m)
b) sviedinio lėkio trukmę; (1,0 s)
c) sviedinio lėkio nuotolį. (8,8 m)

6. Kamuoliukas mestas 10 m/s greičiu 30° kampu į horizontą. Po kiek laiko jis bus 1 m aukštyje kildamas ir leisdamasis? (Po 0,28 s; po 0,75 s)

7. Kampu į horizontą mesto akmenuko pradinio greičio sandai yra tokie: horizontalusis v_{0x} = 3 m/s, vertikalusis v_{0y} = 4 m/s. Apskaičiuokite greitį, kurį akmenukas įgis po 0,8 s. (5 m/s)

8. Kūnas metamas iš aukščio H virš Žemės paviršiaus. Pradinis greitis v_0 sudaro su horizontu kampą α. Kokiu greičiu kūnas nukris ant žemės? $\left(\sqrt{v_0^2+2gH}\right)$

9*. Kūnas metamas pradiniu greičiu v_0 kampu α į horizontą. Parašykite kūno judėjimo trajektorijos lygtį.

$$\left(y = x\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}\right)$$

10*. Jonas ir Petras po pamokų kieme žaidė krepšinį. Iškėlęs kamuolį į 2 m aukštį, Jonas metė jį Petrui, stovėjusiam 7 m atstumu nuo Jono. Kamuolio pradinis greitis buvo 12 m/s ir sudarė su horizontu 30° kampą. Petras ėmė bėgti pastoviu greičiu tiesia linija kamuolio kritimo vietos link ir pagavo kamuolį 2 m aukštyje. Kokiu greičiu bėgo Petras, norėdamas pagauti kamuolį? (4,66 m/s)

[1] Atlikdami visas užduotis, į oro pasipriešinimą neatsižvelkite.

5.5. Dirbtiniai Žemės palydovai. Kosminiai greičiai

Pagrindinės sąvokos

Pirmàsis kòsminis greĩtis,
antràsis kòsminis greĩtis,
trečiàsis kòsminis greĩtis.

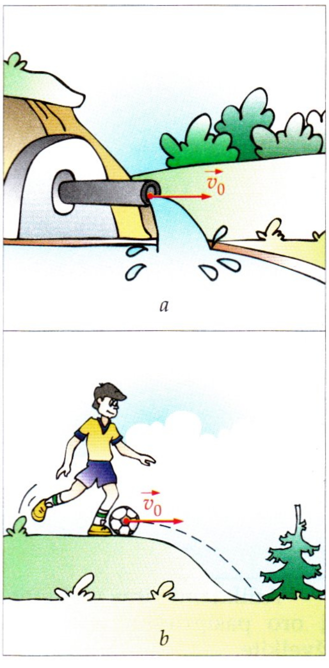
Horizontaliai mesto kūno judėjimas

Detaliai aptarkime praktiniu požiūriu ypač svarbų horizontaliai mestų kūnų judėjimą, nes jo dėsningumais grindžiamas dirbtinių Žemės palydovų judėjimas. Pirma išsiaiškinkime, kokia trajektorija juda horizontaliai mesti kūnai. Pradėkime nuo paprastų ir lengvai atliekamų bandymų. Paridenkime stalu rutuliuką. Pasiekęs kraštą, jis įgyja tam tikrą greitį $\vec{v}_0$, nukreiptą horizontaliai (5.5.1 pav.). Nuriedėjęs nuo stalo, rutuliukas judės kreive, kuri yra parabolės šaka. Ja juda kiekvienas horizontaliai mestas kūnas (5.5.2 pav., *a*, *b*).

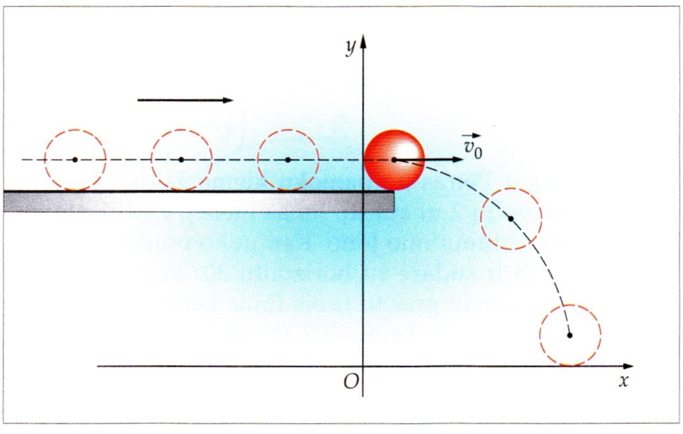
Kad horizontaliai mestas kūnas juda parabolės šaka, nesunku suprasti prisiminus 5.4 temą. Aukščiausiame trajektorijos taške kūno greitis nukreiptas horizontaliai (žr. 5.4.7 pav.), t. y. taip pat kaip horizontaliai mesto kūno (5.5.1, 5.5.2 pav.). Perėjęs aukščiausią pakilimo tašką, kampu į horizontą mestas kūnas toliau juda dešiniąja parabolės šaka (5.4.7 pav.).

Kaip nustatyti horizontaliai mesto kūno padėtį? Prisiminkime, ką žinome apie kūno koordinačių nustatymą. Kadangi horizontaliai mestą kūną veikia

5.5.2 pav.



5.5.1 pav.



vertikaliai žemyn nukreiptas sunkis, tai kinta tik greičio projekcija Oy ašyje. Kūno judėjimas Oy ašies atžvilgiu yra tolygiai greitėjantis, todėl

$$y = v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}. \tag{5.24}$$

Pradinio greičio projekcija Oy ašyje lygi nuliui. Taigi horizontaliai mesto kūno koordinatė bet kuriuo laiko momentu išreiškiama taip:

$$y = \frac{g_y t^2}{2}. \tag{5.25}$$

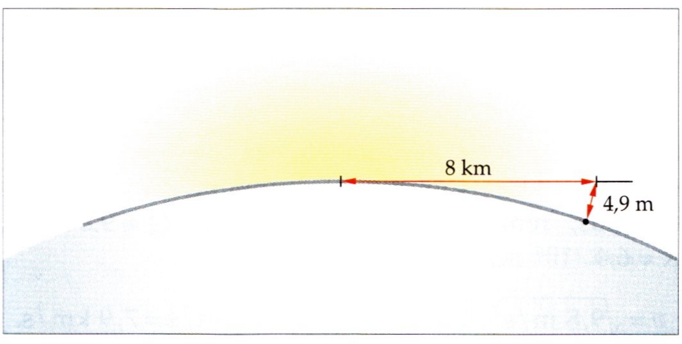
Ox ašies atžvilgiu kūno neveikia jokia jėga, todėl jo greičio projekcija toje ašyje yra pastovi (5.5.1 pav.). Horizontaliai mesto kūno koordinatė x laikui bėgant kinta taip pat kaip tolygiai ir tiesiai judančio kūno:

$$x = v_{0x}t. \tag{5.26}$$

Iš (5.25) ir (5.26) formulės matyti, kad kūno kelias, nueitas vertikalia kryptimi, nepriklauso nuo pradinio greičio, o horizontalia kryptimi yra tuo didesnis, kuo didesnis pradinis greitis.

Dirbtinių Žemės palydovų judėjimas

Horizontaliai mesto kūno judėjimo dėsningumus galime pritaikyti aiškindami dirbtinių Žemės palydovų judėjimą. Tačiau turime atsižvelgti į tai, kad Žemės paviršius iš tiesų yra ne plokščias, o iškilas: kas 8 km horizontas nusileidžia 4,9 m (5.5.3 pav.). Žemės traukos veikiamas kūnas per 1 s nukrinta taip pat 4,9 m. Vadinasi, jei kūnui būtų suteiktas 8 km/s greitis, jis ant Žemės nenukristų – kas sekundę nusileistų tiek

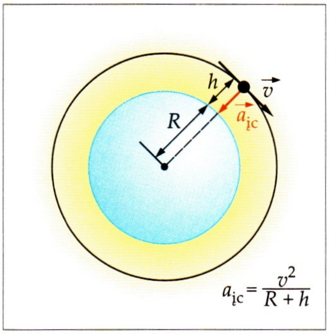


5.5.3 pav.



5.5.4 pav.

pat kiek ir Žemės paviršius po juo. Taigi 8 km/s greičiu išmestas kūnas virstų dirbtiniu Žemės palydovu. Šis samprotavimas nėra naujas. Dar XVII a. Izaokas Niutonas numanė, kad kūnas galėtų tapti Žemės palydovu, jeigu jam būtų suteiktas reikiamas greitis. Niutonas įsivaizdavo aukštai ant kalno stovinčią patranką, kuri iššauna sviedinį lygiagrečiai su Žemės paviršiumi kaskart vis didesniu greičiu (5.5.4 pav.). Patrankos sviediniai lekia vis didesne trajektorija. Kai ji atitinka Žemės paviršiaus kreivumą, sviedinys virsta dirbtiniu Žemės palydovu.



5.5.5 pav.

Sunkis, veikiantis dirbtinį Žemės palydovą, suteikia jam pagreitį $\vec{a}_{įc}$, nukreiptą į Žemės centrą (5.5.5 pav.):

$$a_{įc} = \frac{v^2}{R+h}. \tag{5.27}$$

Taikome laisvojo kritimo pagreičio formulę:

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2}. \tag{5.28}$$

Atsižvelgę į tai, kad $a_{įc} = g$, išreiškiame dirbtinio Žemės palydovo greitį:

$$\frac{v^2}{R+h} = G\frac{M}{(R+h)^2},$$

$$v = \sqrt{G\frac{M}{R+h}}. \tag{5.29}$$

Dirbtiniu Žemės palydovu gali tapti bet kokios masės kūnas, kuriam bus suteiktas (5.29) formule nusakomas greitis. Iš jos matyti, kad palydovo greitis priklauso nuo orbitos spindulio.

Atsižvelgę į laisvojo kritimo pagreičio išraišką (5.28), išreiškiame dirbtinio Žemės palydovo greitį Žemės paviršiuje:

$$v = \sqrt{gR}. \tag{5.30}$$

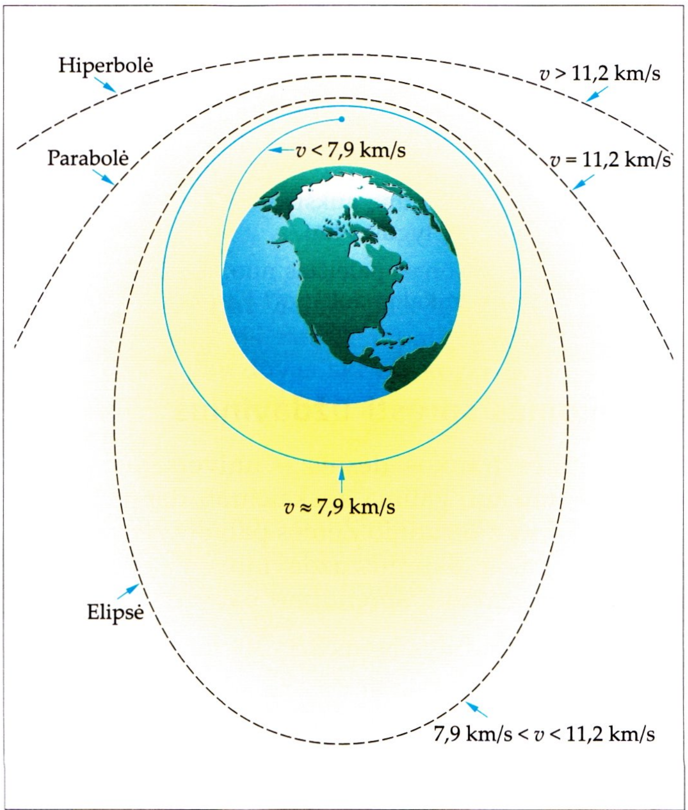
Samprotaudami nustatėme, kad kūnas tampa dirbtiniu Žemės palydovu, kai Žemės paviršiuje jam suteikiamas 8 km/s greitis. Patikrinkime šiuos samprotavimus, remdamiesi (5.30) formule ($g = 9{,}8$ m/s², $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m):

$$v = \sqrt{9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6\ \text{m}} \approx 7{,}9 \cdot 10^3\ \text{m/s} = 7{,}9\ \text{km/s}.$$

Pagal (5.30) formulę apskaičiuotas dirbtinio Žemės palydovo greitis apytiksliai sutampa su mintinio eksperimento rezultatais.

Prie Žemės paviršiaus horizontalia kryptimi įgijęs apytiksliai 8 km/s greitį, kūnas virsta dirbtiniu Žemės palydovu, skriejančiu apskrita orbita (5.5.5 pav.). Greitis, kuriuo visuotinės traukos veikiamas kūnas juda apskrita orbita, vadinamas ***pirmúoju kòsminiu greičiù***. Aukštyje h virš Žemės paviršiaus jis apskaičiuojamas pagal (5.29) formulę. Pavyzdžiui, aukštyje $h = 3R$ palydovo greitis yra perpus mažesnis negu prie Žemės paviršiaus ir lygus 4 km/s. Taigi įvairiame aukštyje dirbtinis Žemės palydovas turi vis kitokį pirmąjį kosminį greitį. Kitose planetose šio greičio vertė skiriasi nuo 7,9 km/s, tačiau apskaičiuojama pagal tą pačią (5.29) formulę, tik joje vietoj M įrašoma nagrinėjamos planetos masė.

Dirbtiniam Žemės palydovui suteikus greitį, didesnį nei pirmasis kosminis greitis, keičiasi judėjimo trajektorija. Jei tas greitis didesnis už 7,9 km/s, bet



5.5.6 pav.

mažesnis už 11,2 km/s, palydovas skrieja aplink Žemę elipse (5.5.6 pav.). Kuo didesnis pradinis palydovo greitis, tuo labiau ištęsta elipsė. Kai palydovas pasiekia 11,2 km/s greitį, jo trajektorija pasikeičia – elipsė virsta parabole. Šis greitis vadinamas ***antrúoju kòsminiu greičiù***. Judėdamas parabole, palydovas įveikia Žemės trauką ir nutolsta į kosminę erdvę – virsta Saulės palydovu.

Įgijęs didesnį kaip 11,2 km/s greitį, ***trẽčiąjį kòsminį greĩtį***, palydovas pradeda judėti hiperbole ir išlekia iš Saulės sistemos (5.5.6 pav.).

Klausimai ir užduotys

1. Iš lėktuvo, skrendančio horizontaliai 3,5 km aukštyje 720 km/h greičiu, išmetamas krovinys. Kokiu atstumu nuo vietos, virš kurios buvo išmestas, krovinys nukris ant žemės?

(≈ 5,3 km)

2. Kaip turi būti nukreiptas apskrita orbita paleisto kūno greitis, kad kūnas taptų dirbtiniu Žemės palydovu?

3. Kodėl kūnai erdvėlaiviuose yra nesvarūs?

4. Kaip nukreiptas dirbtinio Žemės palydovo, skriejančio apskrita orbita, pagreitis?

5. Kaip priklauso dirbtinio Žemės palydovo pirmasis kosminis greitis nuo palydovo paleidimo aukščio? Atsakymą pagrįskite.

6. Nustatykite, kuriame aukštyje dirbtinio Žemės palydovo greitis būtų lygus 5 km/s.

7. Kaip judėtų kūnas, paleistas nuo Žemės paviršiaus 8 km/s greičiu vertikaliai aukštyn? Į atmosferos poveikį neatsižvelkite.

Mokomės spręsti uždavinius

Visuotinės traukos dėsnis – universalus gamtos dėsnis. Jį taikant, galima apskaičiuoti dangaus kūno masę, numatyti dirbtinio Žemės palydovo trajektoriją ir spręsti kitus praktinius uždavinius. Pateikiame keletą tokių uždavinių sprendimo pavyzdžių.

1. Marso spindulys lygus $3{,}3 \cdot 10^6$ m. Apskaičiuokime Marso masę.

M – ?	$R = 3{,}3 \cdot 10^6$ m $g = 3{,}71$ m/s^2 $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2/kg^2

Sprendimas

Remiamės visuotinės traukos dėsnio ir sunkio išraiškomis:

$$F = G\frac{Mm}{R^2}, \qquad (1) \qquad\qquad F = mg. \qquad (2)$$

Sulyginę dešiniąsias (1) ir (2) lygybės puses, gauname:

$$mg = G\frac{Mm}{R^2}. \qquad (3)$$

Iš (3) formulės išreiškiame Marso masę:

$$M = \frac{gR^2}{G}.$$

Įrašome dydžių vertes:

$$M = \frac{3{,}71\ \text{m/s}^2 \cdot \left(3{,}3 \cdot 10^6\ \text{m}\right)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2} = 6{,}1 \cdot 10^{23}\ \text{kg}.$$

Atsakymas: $6{,}1 \cdot 10^{23}$ kg.

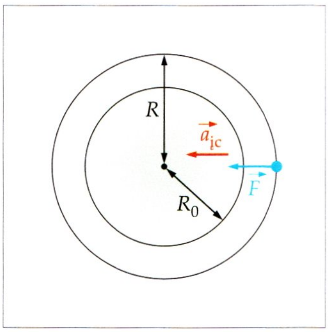
2*. Dirbtinis Žemės palydovas skrieja apskrita orbita, kurios spindulys R. Apskaičiuokime palydovo greitį, tardami, kad Žemės spindulys yra R_0, o laisvojo kritimo pagreitis Žemės paviršiuje – g_0.

v – ?	R R_0 g_0

Sprendimas

Skriejantį dirbtinį Žemės palydovą veikia tik sunkis (5.5.7 pav.). Jis suteikia palydovui pagreitį g. Antra vertus, palydovas skrieja apskrita orbita įcentriniu pagreičiu, todėl $a_{įc} = g$, arba

$$g = \frac{v^2}{R}. \qquad (1)$$



5.5.7 pav.

Norėdami sužinoti palydovo pagreitį atstumu R nuo Žemės centro, pasinaudosime sąlygoje pateiktais duomenimis ir visuotinės traukos dėsniu. Žemės paviršiuje pagreitis lygus

$$g_0 = G\frac{M}{R_0^2}, \qquad (2)$$

o atstumu R nuo Žemės centro –

$$g = G\frac{M}{R^2}. \qquad (3)$$

Panariui padalijame (3) lygybę iš (2):

$$\frac{g}{g_0} = \frac{R_0^2}{R^2};\ \text{iš čia } g = \frac{g_0 R_0^2}{R^2}. \qquad (4)$$

(4) įrašę į (1), gauname palydovo greičio išraišką:

$$\frac{g_0 R_0^2}{R^2} = \frac{v^2}{R},$$

$$v = R_0 \sqrt{\frac{g_0}{R}}.$$

Atsakymas: $v = R_0 \sqrt{\frac{g_0}{R}}$.

Užduotys savarankiškam darbui

1. Kiek pakis laisvojo kritimo pagreitis, palyginti su jo skaitine verte Žemės paviršiuje, pakilus į aukštį, lygų Žemės spinduliui?

2. Kokiame aukštyje reikėtų paleisti dirbtinį Žemės palydovą, kad jo sukimosi periodas būtų lygus 24 h? (36 000 km)

3. Dirbtinis Žemės palydovas skrieja apskrita orbita 200 km aukštyje virš Žemės paviršiaus. Apskaičiuokite palydovo sukimosi periodą. (5200 s)

4. Dirbtinis palydovas skrieja virš Žemės paviršiaus aukštyje, kuris lygus Žemės spinduliui. Laisvojo kritimo pagreitis Žemės paviršiuje lygus 9,81 m/s^2, Žemės spindulys 6400 km. Remdamiesi šiais duomenimis, atlikite tokias užduotis:

a) apskaičiuokite palydovo greitį; (5,6 km/s)

b) apskaičiuokite palydovo sukimosi periodą šiame aukštyje; ($1{,}43 \cdot 10^4$ s)

c) nustatykite, kokiu greičiu skrietų dirbtinis palydovas aplink planetą, kurios spindulys didesnis už Žemės spindulį 2 kartus, o masė – 8 kartus. (15,8 km/s)

5. Ar galima taip paleisti dirbtinį Žemės palydovą, kad jis visą laiką būtų virš to paties Žemės pusiaujo taško? Atsakymą pagrįskite.

6. Kokiu greičiu turi judėti oro molekulės, kad išlėktų iš Žemės atmosferos ir nuskrietų į kosminę erdvę?

7. Mėnulio skersmuo 3480 km, o laisvojo kritimo pagreitis prie paviršiaus 1,7 m/s^2. Apskaičiuokite antrąjį kosminį greitį Mėnulio paviršiuje. (2,43 km/s)

5.6. Kūno svoris. Nesvarumas

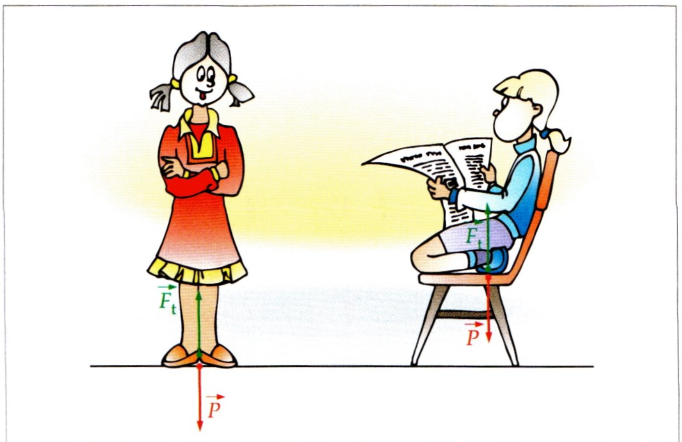
Mokantis fizikos, kūno svorio esmę suprasti trukdo netaisyklinga šios sąvokos vartosena buityje. Kasdieniame gyvenime svoriu įvardijama tai, ką fizikai vadina mase. Pavyzdžiui, teigiama: „Per keturis mėnesius numečiau 15 kg, paskui gana ilgai svoris nekito. Apskritai lieknėti man nesiseka: nors daug vaikštau, važinėju dviračiu, nepavyko atsikratyti nė vieno kilogramo. Tik nuo rugsėjo svarstyklių rodyklė vėl pajudėjo žemyn, ir per kelis mėnesius liko 76 kg.“ Čia minimas svoris, nors iš tikrųjų kalbama apie kūno masę. Fizikos moksle kūno svorį ir masę reikia skirti.

Pagrindinės sąvokos

Svõris,
nesvarùmas,
pérkrova.

Ant nejudančios atramos esančio kūno svoris

Kūno svoris – tai dar viena gravitacijos jėgos reiškimosi forma. Veikiamas sunkio, kūnas spaudžia atramą arba tempia pakabą. ***Jėga, kuria Žemės traukiamas kūnas veikia atramą arba pakabą, vadinama kūno svoriù.*** Kūno svoris žymimas raide $\vec{P}$. Jis veikia ne patį kūną, bet atramą arba pakabą. Taigi mūsų svoris veikia ne mus pačius, o grindis, kėdę (5.6.1 pav.) ir pan. Remiantis trečiuoju Niutono dėsniu, nesunku nustatyti, kaip apskaičiuojamas kūnų svoris.



5.6.1 pav.

Kūnui veikiant atramą (5.6.1 pav.), atsiranda tamprumo jėga $\vec{F}_t$, kuria atrama veikia kūną. Šių jėgų moduliai yra lygūs, o kryptys – priešingos:

$$\vec{P} = -\vec{F}_t. \quad (5.31)$$

Kadangi sunkio ir tamprumo jėgos veikiamas kūnas nejuda, tai tų jėgų vektorinė suma lygi nuliui. Vadinasi, abi jėgos yra vienodo didumo ir priešingų krypčių:

$$\vec{F}_s = -\vec{F}_t. \quad (5.32)$$

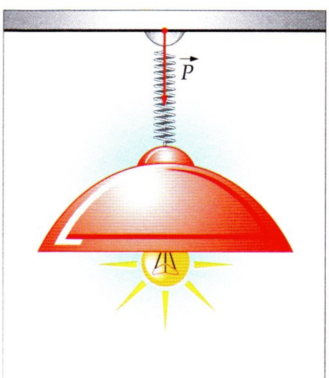
Iš (5.31) ir (5.32) formulės išplaukia, kad kūno svoris lygus tą kūną veikiančiam sunkiui:

$$\vec{P} = \vec{F}_s = m\vec{g}. \quad (5.33)$$

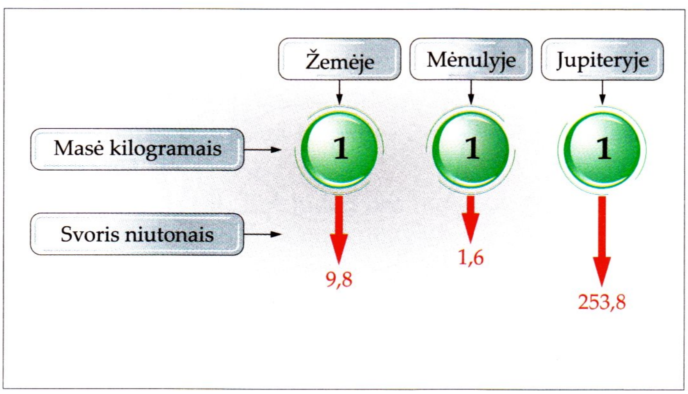
Gauta išraiška yra teisinga tada, kai kūnas padėtas ant nejudančios arba judančios tolygiai horizontalios atramos, pakabintas ant nejudančios (5.6.2 pav.) arba judančios tolygiai pakabos. Abi šios jėgos (sunkis ir svoris) veikia ta pačia kryptimi, tačiau skirtingus kūnus: sunkis – kūną, o svoris – atramą arba pakabą.

Išsiaiškinome, kad kūno svoris priklauso nuo kūno masės (5.33): kuo didesnė masė, tuo didesnis svoris. Pavyzdžiui, 5 kg masės dėžės svoris yra 49 N, o 10 kg masės dėžės – 98 N. Kūno svoris priklauso nuo laisvojo kritimo pagreičio. Antai 1 kg masės kūnas Žemėje sveria 9,8 N, Mėnulyje – 1,6 N, Jupiteryje – 253,8 N (5.6.3 pav.). Kokie dar veiksniai turi įtakos kūno svoriui?

5.6.2 pav.



5.6.3 pav.



Kūno svoris, kai atrama arba pakaba juda su pagreičiu

Kai atrama arba pakaba juda su pagreičiu, kūno svoris skiriasi nuo sunkio. Šį svorio pasikeitimą galima pajusti keliantis arba leidžiantis liftu. Liftui kylant[1] su pagreičiu, kūno svoris padidėja (5.6.4 pav., *c*), o leidžiantis – sumažėja (5.6.4 pav., *b*). Remdamiesi šiais pavyzdžiais, išsiaiškinkime, kaip kūno svoris priklauso nuo atramos judėjimo pagreičio.

Sakykime, kūnas, kurio masė m, veikiamas sunkio $\vec{F}_s$ ir tamprumo jėgos $\vec{F}_t$, juda pagreičiu $\vec{a}$. Tada pagal antrąjį Niutono dėsnį

$$\vec{F}_t + \vec{F}_s = m\vec{a}. \tag{5.34}$$

Iš (5.34) ir (5.31) formulės išplaukia, kad

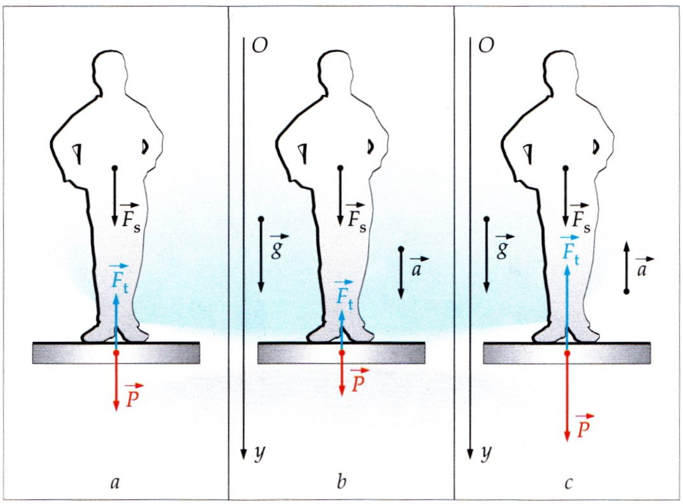
$$\vec{P} = \vec{F}_s - m\vec{a} = m\vec{g} - m\vec{a},$$

arba

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}). \tag{5.35}$$

Kai kūnas juda pagreičiu $\vec{a}$ žemyn, vektorių $\vec{a}$, $\vec{g}$ ir $\vec{P}$ kryptys sutampa su pasirinktos koordinačių ašies Oy kryptimi (5.6.4 pav., *b*), todėl jų projekcijos yra teigiamos. Tada iš (5.35) lygties gauname:

$$P = m(g - a). \tag{5.36}$$



5.6.4 pav.

[1] Čia nagrinėjama tik lifto kilimo ir nusileidimo pradžia.

Kai kūno pagreičio kryptis sutampa su laisvojo kritimo pagreičio kryptimi, judančio kūno svoris yra mažesnis negu nejudančio. Taigi (5.36) formulė patvirtina praktiškai patiriamą svorio sumažėjimą leidžiantis liftu.

Kūnų nesvarumas

Ar gali kūnas visiškai netekti svorio? Kadangi kūno svoris yra jėga, kuria jis veikia atramą arba pakabą, tai, netekęs atramos arba pakabos, kūnas praras ir svorį. Tokį kūną vadinsime nesvariu. Nesvarus yra iš rankų išslydęs laisvai krintantis puodelis, nuo šakos atitrūkęs obuolys, sportininkas, šokantis į tolį ar aukštį, taip pat iš lėktuvo iššokęs parašiutininkas su neišskleistu parašiutu (2.5.5 pav.).

Tačiau kūnas gali būti nesvarus ir turėdamas atramą arba pakabą. Taip būna tada, kai jis kartu su atrama ar pakaba laisvai krinta tuo pačiu pagreičiu $(\vec{a}=\vec{g})$. Pavyzdžiui, ant delno laikomos dvi knygos turi svorį, nes turi atramą. Apatinės knygos atrama yra delnas, viršutinės – apatinė knyga. Paleiskime abi knygas kristi. Jos bus nesvarios. Viršuje esanti knyga nespaus savo atramos – apatinės knygos, nes abi kris tuo pačiu pagreičiu $\vec{g}$. Kiekvienas kūnas, kuris juda veikiamas tik sunkio arba apskritai tik gravitacijos jėgos, patiria nesvarumo būseną. Tada iš (5.36) formu-

5.6.5 pav.



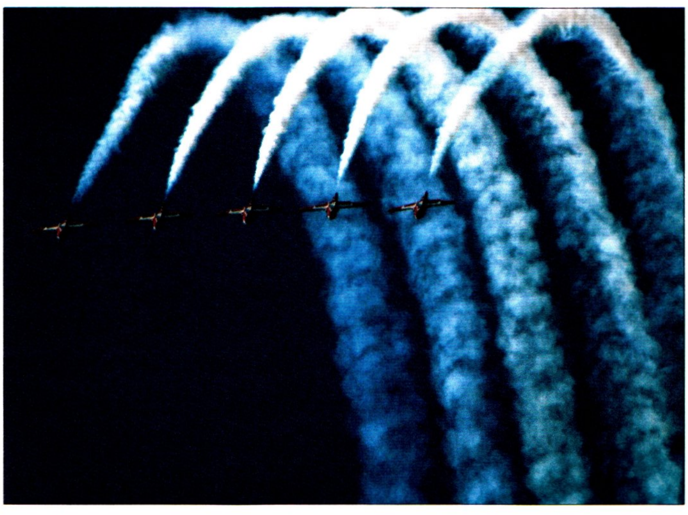
lės matyti, kad kūno svoris lygus nuliui. Už Žemės atmosferos ribų išjungtais varikliais skriejantį erdvėlaivį veikia tik gravitacijos jėga, todėl jame susidaro nesvarumo sąlyga (5.6.5 pav.).

Perkrova

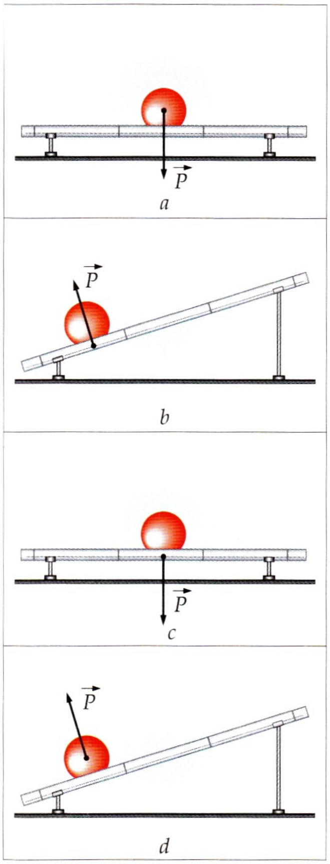
Kūno svoris gali būti ne tik mažesnis, bet ir didesnis už sunkį. Kūno svorio padidėjimas dėl judėjimo su pagreičiu vadinamas ***pérkrova***. Ji atsiranda, kai kūnas su atrama juda aukštyn (5.6.4 pav., *c*). Šiuo atveju kūno svorio $\vec{P}$ ir pagreičio $\vec{g}$ projekcijos yra teigiamos, o pagreičio $\vec{a}$ projekcija – neigiama, todėl, remdamiesi (5.35) formule, aukštyn judančio kūno svorį galime išreikšti taip:

$$P = m(g + a). \tag{5.37}$$

Perkrovas patiria kosmonautai, lakūnai, atlikdami aukštojo pilotažo figūras (5.6.6 pav.), karuselių mėgėjai. Esant perkrovai, padidėja lakūno vidaus organų svoris, taip pat jėga, kuria jie veikia vienas kitą ir griaučius. Lakūnai jaučia skausmą, o pernelyg didelė perkrova gali būti pavojinga sveikatai. Gėrintis šalies aukštojo pilotažo meistrų pasirodymais, derėtų nepamiršti, kad tuo metu jie atlieka nepaprastai sunkų darbą.



5.6.6 pav.



5.6.7 pav.

Klausimai ir užduotys

1. Ką vadiname kūno svoriu?

2. Kuo skiriasi sunkis ir kūno svoris?

3. Kuriuo atveju (5.6.7 pav.) kūno svoris pavaizduotas teisingai? Kodėl?

4. Kokia yra kūnų nesvarumo priežastis? Pateikite jo pavyzdžių.

5. Kaip kinta su pagreičiu judančio kūno svoris?

6. Važiuodamas motociklu horizontaliu kelio ruožu, Domantas staiga pradėjo didinti greitį. Motociklas įgijo tam tikrą pagreitį. Ar kito Domanto kūno svoris? Kodėl?

7. Kuriais atvejais kūno svoris lygus sunkiui:
a) kai ant atramos padėtas kūnas su pagreičiu kyla aukštyn;
b) kai ant atramos padėtas kūnas su pagreičiu leidžiasi žemyn;
c) kai kūnas ir jo atrama nejuda;
d) kai kūnas ir jo atrama kyla (arba leidžiasi) tolygiai;
e) kai kūnas ir jo atrama laisvai krinta?

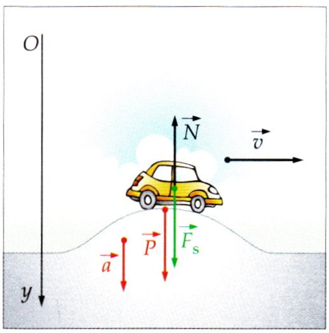
8. Žmogus, kurio masė 70 kg, važiuoja liftu aukštyn $1\ m/s^2$ pagreičiu. Apskaičiuokite jėgą, kuria žmogus veikia lifto grindis. (770 N)

Mokomės spręsti uždavinius

Kūno svorio pasikeitimas juntamas važiuojant ir iškilu tiltu ar kalvota vietove. Pateikiame tokios rūšies uždavinių sprendimo pavyzdžių.

1. 2 t masės automobilis važiuoja iškila kalva, kurios kreivumo spindulys 40 m. Automobilio greitis lygus 10 m/s. Koks yra automobilio svoris kalvos viduryje?

5.6.8 pav.



P – ?	$m = 2\ t = 2 \cdot 10^3\ kg$ $R = 40\ m$ $v = 10\ m/s$

Sprendimas

Automobilį veikia sunkis $\vec{F}_s$ ir atramos reakcijos jėga $\vec{N}$ (5.6.8 pav.). Automobilio judėjimui pritaikykime antrąjį Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

Koordinačių ašį nukreipkime vertikaliai žemyn ir į ją suprojektuokime automobilį veikiančias jėgas. Tada skaliarinė antrojo Niutono dėsnio išraiška bus tokia:

$$mg - N = ma.$$

Judėdamas iškila kalva, automobilis įgyja įcentrinį pagreitį, todėl

$$mg - N = m\frac{v^2}{R}.$$

Iš čia išreikškime atramos reakcijos jėgą:

$$N = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right).$$

Pagal trečiąjį Niutono dėsnį automobilio ir kalvos sąveika yra abipusė: jėga, kuria automobilis veikia kalvą, lygi jėgai, kuria kalva veikia automobilį, taigi

$$P = N,$$

$$P = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right),$$

$$P = 2\cdot 10^3\ \text{kg}\cdot\left(9{,}8\ \text{m/s}^2 - \frac{10\ \text{m}^2/\text{s}^2}{40\ \text{m}}\right) =$$

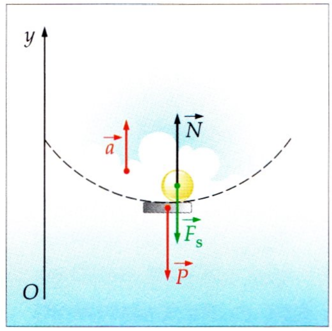
$$= 14600\ \text{N} = 14{,}6\,\text{kN}.$$

Atsakymas: 14,6 kN.

2. Lakūnas, kurio masė 80 kg, atlieka mirties kilpą. Lėktuvo greitis 166 m/s, kilpos spindulys 300 m. Apskaičiuokime jėgą, kuria lakūnas spaudžia sėdynę, kai lėktuvas yra apatiniame kilpos taške.

P – ?	m = 80 kg v = 166 m/s R = 300 m

5.6.9 pav.



Sprendimas

Jėga, kuria lakūnas spaudžia sėdynę, yra jo svoris $\vec{P}$ (5.6.9 pav.). Norėdami jį apskaičiuoti, pirma rasime jėgą, kuria lėktuvo sėdynė veikia lakūną, t. y. atramos reakcijos jėgą $\vec{N}$. Lakūno judėjimui taikome antrąjį Niutono dėsnį:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Jėgas suprojektuojame į pasirinktą koordinačių ašį ir antrąjį Niutono dėsnį užrašome skaliariškai:

$$N - mg = ma.$$

Iš čia išreiškiame atramos reakcijos jėgą, atsižvelgdami į tai, kad lėktuvą veikiančių jėgų atstojamoji suteikia jam įcentrinį pagreitį:

$$N = mg + ma = mg + m\frac{v^2}{R},$$

$$P = N = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right).$$

Iš trečiojo Niutono dėsnio išplaukia, kad

$$P = N = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right).$$

Įrašę dydžių vertes, gauname:

$$P = 80\ \text{kg} \cdot \left(9{,}8\ \text{m/s}^2 + \frac{(166\ \text{m/s})^2}{300\ \text{m}}\right) = 8132\ \text{N} \approx 8{,}1\ \text{kN}.$$

Atsakymas: 8,1 kN.

Užduotys savarankiškam darbui

1. Krovinys, kurio masė 500 kg, liftu leidžiamas žemyn. Liftas juda 5 m/s^2 pagreičiu.

a) Apskaičiuokite krovinio svorį. (2,5 kN)

b) Nustatykite, koks būtų krovinio svoris, jei liftas laisvai kristų.

2. Raketa startuoja 90 m/s^2 pagreičiu. Joje esančio kosmonauto masė lygi 70 kg.

a) Apskaičiuokite kosmonauto svorį iki starto pradžios. (700 N)

b) Apskaičiuokite kosmonauto svorį raketai startuojant. (7 kN)

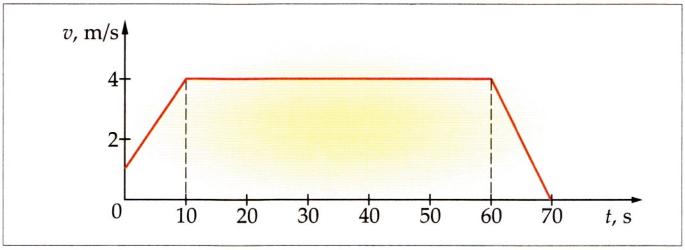
c) Nustatykite, kiek kartų pakito kosmonauto svoris. (10 kartų)

3. Nusileidžiančios raketos stabdymo pagreitis lygus 3*g*. Ar patiria perkrovą joje esantis kosmonautas? Kodėl?

4. 5.6.10 paveiksle pavaizduota, kaip kito lifto, kuriuo kilo Domantas, greitis. Domanto masė lygi 40 kg.

a) Nustatykite, kuriais laiko momentais liftas judėjo su pagreičiu ir koks buvo lifto pagreitis nurodytais laiko momentais.

b) Apskaičiuokite Domanto svorį liftui tolygiai greitėjant. (404 N)



5.6.10 pav.

c) Apskaičiuokite jo svorį liftui judant tolygiai. (400 N)

d) Apskaičiuokite Domanto svorį liftui tolygiai lėtėjant. (380 N)

5. 500 kg masės plokštę kranas kelia tolygiai: vertikaliai aukštyn, horizontaliai, vertikaliai žemyn. Remdamiesi šiais duomenimis, apskaičiuokite:

a) sunkį, veikiantį plokštę kiekvienu atveju;

b) plokštės svorį kiekvienu atveju.

6. Troleibuso keleivis laikė rankoje 20 kg masės lagaminą. Troleibusą staiga stabdant, lagaminas išsprūdo iš rankų ir nukrito ant troleibuso grindų. Remdamiesi šiais duomenimis, apskaičiuokite:

a) rankoje laikomo lagamino svorį;

b) krintančio lagamino svorį;

c) ant troleibuso grindų nukritusio lagamino svorį.

7. Mėnulio paviršiaus link krintantis meteoritas yra visiškai nesvarus. Ar galima tokį meteoritą laikyti visiškai nesvariu Veneros ir Žemės atmosferoje? Atsakymą pagrįskite.

8. 50 kg masės slidininkas šliuožia iškila kalva, kurios kreivumo spindulys 20 m. Slidininko greitis viduriniajame kalvos ruožo taške lygus 12 m/s. Kokia jėga slidininkas slegia slides? (130 N)

5.7. Trinties jėga

Pagrindinės sąvokos

Trintiẽs jėgà,
trintiẽs koeficieñtas,
rimtiẽs trintiẽs jėgà,
slydìmo trintiẽs jėgà,
riedė́jimo trintiẽs jėgà.

Su trinties jėga susipažinote nagrinėdami mechanikos pradmenis. Tada sužinojote, kad jėga, kuri atsiranda kūnų sąlyčio vietoje ir trukdo vienam iš jų pajudėti (rimties trinties jėga) ar judėti kito kūno paviršiumi (slydimo trinties jėga), vadinama ***trintiẽs jėgà***. Panagrinėkime ją plačiau.

Trinties jėgos prigimtis

Trinties jėga atsiranda dėl susiliečiančių kūnų molekulių ir atomų sąveikos. Pavyzdžiui, ji trukdo traukti stiklo lakštą, padėtą ant kito stiklo lakšto. Šį reiškinį sukelia atomus sudarančių elektringųjų dalelių sąveika. Molekulių sąveika yra elektromagnetinė, todėl ir trinties jėgos prigimtis elektromagnetinė.

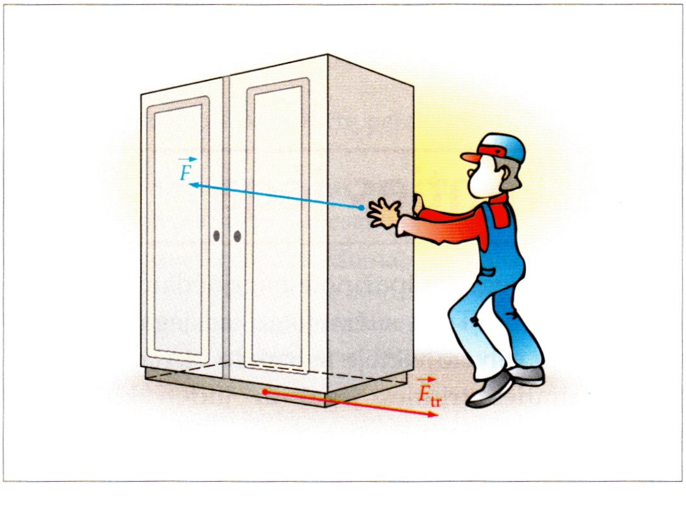
Aplinkoje dažniausiai reiškiasi trinties jėgos, kurių priežastis kita – kūnų paviršių nelygumai. Kūnams slystant, jie kliūva vienas už kito ir sukelia trintį. Tokia trintis atsiranda mašinų judančių dalių sąlyčio vietose: tarp stūmoklio ir cilindro, tarp vežimo ašies ir rato ir t. t.

Rimties trinties jėga

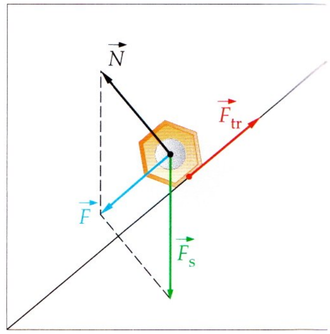
Trinties jėga gali reikštis ne tik tada, kai vienas kūnas juda kito paviršiumi, bet ir kai veikiamas kitos jėgos kūnas nejuda. ***Jėga, kuri atsiranda vienas kito atžvilgiu nejudančių kūnų sąlyčio vietoje, vadinama rimtiẽs trintiẽs jėgà.***

Rimties trinties jėga reiškiasi tada, kai išorinės jėgos veikiamas kūnas nepajuda iš vietos, pavyzdžiui, kai stumiama spinta lieka stovėti kaip stovėjusi (5.7.1 pav.). Būtent rimties trinties jėga trukdo pajudinti iš vietos sunkius daiktus. Rimties trinties jėgos nėra, jei spintos ar kurio nors kito kūno neveikia išorinė jėga.

5.7.1 pav.

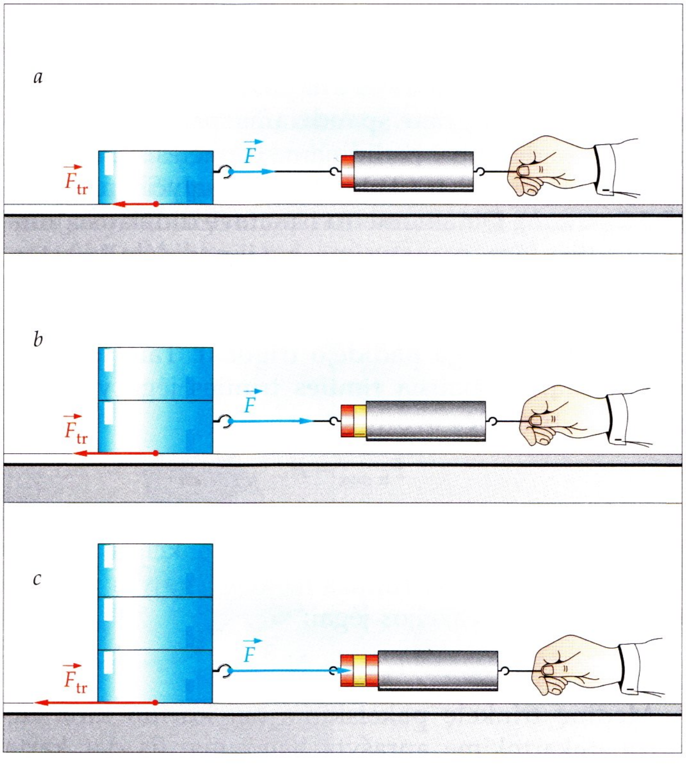


Dar kartą grįžkime prie rimties trinties jėgos pavyzdžio, nagrinėto VIII klasėje. Ant knygos padėjus briaunotą pieštuką ir vieną knygos galą keliant aukštyn, pieštukas nejuda. Jėgą, trukdančią pieštukui pajudėti, pavadinote rimties trinties jėga. Šiuo atveju išorinė jėga pieštuko neveikia, tad iš kur atsiranda rimties trinties jėga? Atsakysime remdamiesi 5.7.2 paveikslu. Jame parodytas briaunoto pieštuko vaizdas iš šono. Kadangi pieštukas nejuda, tai jį veikiančių jėgų atstojamoji lygi nuliui. Iš brėžinio matyti, kad pieštuką veikiančio sunkio $\vec{F}_s$ ir atramos reakcijos jėgos $\vec{N}$ atstojamąją $\vec{F}$ kompensuoja rimties trinties jėga $\vec{F}_{tr}$. Vadinasi, rimties trinties jėgos priežastis šiuo atveju yra pieštuką veikiančio sunkio ir atramos reakcijos jėgos atstojamoji.



5.7.2 pav.

Norėdami sužinoti rimties trinties jėgos didumą, atlikime bandymą. Prie medinės trinkelės prikabinkime cilindrinį dinamometrą ir, traukdami jį lygiagrečiai su stalo paviršiumi, pamėginkime išjudinti trinkelę (5.7.3 pav., *a*). Dinamometras rodys trinkelę veikiančios išorinės jėgos $\vec{F}$ didumą. Traukiant dina-



5.7.3 pav.

mometrą, jo spyruoklė išsitempia, vadinasi, trinkelę veikia tamprumo jėga. Tačiau trinkelė nejuda. Tai rodo, kad ją veikiančių jėgų atstojamoji lygi nuliui. Todėl lygiagrečiai su stalo paviršiumi trinkelę turi veikti ne tik išorinė jėga $\vec{F}$, bet ir dar viena jėga, kurios modulis toks pat, o kryptis priešinga. Ši jėga yra rimties trinties jėga $\vec{F}_{tr}$:

$$\vec{F}_{tr} = -\vec{F}. \tag{5.38}$$

Stipriau patraukime dinamometrą. Išorinė jėga padidėja. Tai patvirtina didesni dinamometro rodmenys. Tačiau trinkelė vis tiek nejuda. Vadinasi, didėjant išorinei jėgai, didėja ir rimties trinties jėga. Juk jų moduliai yra lygūs, o kryptys – priešingos.

Rimties trinties jėgos modulis visada lygus moduliui jėgos, veikiančios kūną lygiagrečiai su jo bei kito kūno sąlyčio paviršiumi, o kryptis priešinga tos jėgos krypčiai.

Didžiausia rimties trinties jėga

Kai trinties jėgos $\vec{F}_{tr}$ modulis įgyja didžiausią vertę $F_{tr\ max}$, kūnas pajuda iš vietos ir ima slysti. Išsiaiškinkime, nuo ko priklauso didžiausios rimties trinties jėgos modulis.

Uždėkime ant trinkelės kitą tokią pat trinkelę, kad pirmoji būtų stipriau spaudžiama prie stalo paviršiaus. Taip dvigubai padidiname trinkelės svorį P, nukreiptą statmenai trinkelės ir stalo sąlyčio paviršiui (5.7.3 pav., *b*). Dinamometru išmatavę didžiausią rimties trinties jėgą, pamatysime, jog ji padidėjo 2 kartus. Uždėję ant viršaus dar vieną tokią pat trinkelę ir vėl pakartoję bandymą (5.7.3 pav., *c*), įsitikinsime, kad rimties trinties jėga padidėjo trigubai. Taigi prieiname išvadą: didžiausia rimties trinties jėga yra proporcinga trinkelės svoriui, t. y.

$$F_{tr\ max} \sim P.$$

Iš trečiojo Niutono dėsnio išplaukia, kad, padidėjus svoriui P, padidėja ir atramos reakcijos jėga N. Vadinasi, didžiausia rimties trinties jėga yra proporcinga atramos reakcijos jėgai:

$$F_{tr\ max} \sim N.$$

Medinę trinkelę pakeiskime bet kuriuo kitu kūnu ir pakartokime aprašytą bandymą. Jis dar kartą

patvirtins išvadą, jog didžiausia rimties trinties jėga yra proporcinga kūno svoriui. Tačiau, atlikdami šį bandymą, pastebėsime, kad didžiausios rimties trinties jėgos skaitinė vertė skiriasi nuo gautos per pirmąjį bandymą. Taigi didžiausia rimties trinties jėga priklauso nuo susiliečiančių kūnų paviršiaus:

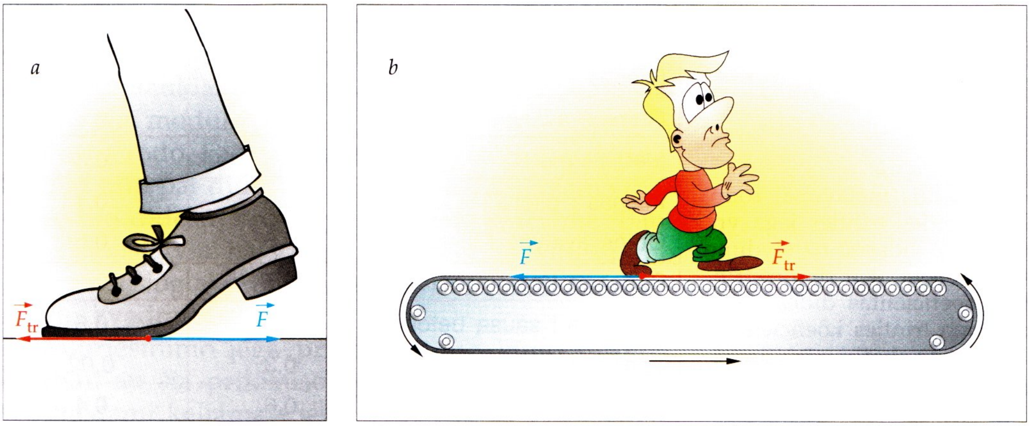
$$F_{\text{tr max}} \sim \mu_0.$$

Fizikinis dydis μ_0 (μ – graikų abėcėlės raidė, tariama „mi"), apibūdinantis trinties jėgos priklausomybę nuo susiliečiančių kūnų paviršių, vadinamas ***trintiẽs koeficientù***. Apibendrinę abi bandymo išvadas, gauname tokią rimties trinties jėgos išraišką:

$$F_{\text{tr max}} = \mu_0 N. \qquad (5.39)$$

Aptarti rimties trinties jėgos reiškimosi atvejai rodo, kad rimties trinties jėga trukdo kūnams pajudėti, susiliečiančius kūnus išlaiko rimties būsenos. Tačiau kai kada būtent ji yra judėjimo priežastis. Pavyzdžiui, kai žmogus eina (5.7.4 pav., *a*), jo kojos veikia Žemės paviršių jėga $\vec{F}$, kurios modulis lygus rimties trinties jėgos $\vec{F}_{\text{tr}}$ moduliui. Šiuo atveju rimties trinties jėga suteikia pagreitį žmogui, o jėga $\vec{F}$ – Žemei. Akivaizdžiai šio reiškinio esmę atskleidžia sporto klubuose naudojami bėgimo takeliai (5.7.4 pav., *b*). Toks takelis montuojamas ant besisukančių ratukų. Atsispirdamas į takelio paviršių, žmogus priverčia jį judėti priešinga kryptimi. Tokiu pat būdu automobilių ir kitų savaeigių vežimų ratai tarytum atsistumia nuo žemės, ir ši stumianti jėga yra rimties trinties jėga.

5.7.4 pav.



Slydimo trinties jėga

Grįžkime prie nagrinėto bandymo (5.7.3 pav.). Stipriau traukdami trinkelę, t. y. didindami išorinės jėgos modulį, pastebime, kad rimties trinties jėga didėja tol, kol įgyja didžiausią vertę. Trinkelei ėmus slysti stalo paviršiumi, trinties jėga šiek tiek sumažėja. Slystantį kūną taip pat veikia trinties jėga, tik ji vadinama kitaip. ***Trinties jėga, atsirandanti vienam kūnui slystant kito paviršiumi, vadinama slydìmo trintiẽs jėgà. Ji nukreipta priešingai greičiui, kuriuo kūnas juda liečiančio jį kūno atžvilgiu.*** Matavimai rodo, kad slydimo trinties jėgos ir didžiausios rimties trinties jėgos moduliai yra apytiksliai lygūs, todėl rimties trinties koeficientas μ_0 lygus slydimo trinties koeficientui μ[1]. Slydimo trinties jėga[2], kaip ir rimties trinties jėga, proporcinga atramos reakcijos jėgai ir priklauso nuo susiliečiančių kūnų medžiagos:

$$F_{tr} = \mu N. \quad (5.40)$$

Iš trinties jėgos formulės (5.40) matyti, kad trinties koeficientas lygus trinties jėgos ir atramos reakcijos jėgos modulių santykiui:

$$\mu = \frac{F_{tr}}{N}. \quad (5.41)$$

Paprastai jis yra mažesnis už vienetą. Vadinasi, trinties jėga mažesnė už kūno svorį. Lentelėje pateikiame kai kurių medžiagų rimties ir slydimo trinties koeficientų vertes (jos nurodytos tarp neteptų paviršių):

Medžiagos, kūnai	Rimties trinties koeficientas	Slydimo trinties koeficientas
Ledas į ledą	0,05–0,15	0,02
Odinė avalynė į ledą	0,1	0,05
Plienas į ledą	0,1	0,05
Guminė avalynė į medį	0,9	0,7
Medis į medį	0,5	0,5
Plienas į plieną	0,6	0,4
Odinė avalynė į kilimą	0,6	0,5
Padanga į šlapią betoną	0,7	0,5
Padanga į sausą betoną	1,0	0,8
Padanga į ledą	0,3	0,02
Guma į asfaltą	0,6	0,4

[1] Tikslūs matavimai rodo, kad rimties trinties jėga yra šiek tiek didesnė už slydimo trinties jėgą, mat rimties trinties koeficientas didesnis už slydimo trinties koeficientą.

[2] Toliau slydimo trinties jėgą vadinsime tiesiog trinties jėga.

Trinties koeficientas apibūdina ne vieną kūną, kurį veikia trinties jėga, bet besitrinančių kūnų porą. Jis priklauso nuo:

- medžiagos, iš kurios pagaminti susiliečiantys kūnai;
- paviršiaus apdorojimo;
- paviršiaus švarumo.

Trinties mažinimo būdai

Iš patirties žinote, kad sunkią dėžę geriau vežti vežimėliu, negu tempti grindimis. Dėl to vasarą kaimo gyventojai važinėja ne rogėmis, o ratiniais vežimais. Šie pavyzdžiai rodo, kad, norint sumažinti energijos sąnaudas, slydimo trintis pakeičiama riedėjimo trintimi. ***Trinties jėgą, atsirandančią vienam kūnui riedant kito paviršiumi, vadiname riedėjimo trinties jėga.*** Kai apkrova vienoda, riedėjimo trinties jėga yra daug mažesnė už slydimo trinties jėgą. Todėl trinties jėgai sumažinti technikoje naudojami ratai, rutuliniai bei ritininiai guoliai (5.7.5 pav.).



5.7.5 pav.

Trintis tarp neteptų kietųjų kūnų dar vadinama sausąja trintimi. Tepant kūnų paviršius, sumažėja tiek riedėjimo, tiek slydimo trinties jėga. Pavyzdžiui, pateptas plienas slysta plienu taip pat kaip ledu. Patepdami guolius, sumažiname riedėjimo trinties jėgą. Patepus besitrinančius paviršius, kūnai juda skysčio atžvilgiu, todėl trintis vadinama skystąja trintimi.

Skystoji trintis

Kietiesiems kūnams judant skystyje arba dujose, atsiranda jėga, lygiagreti su sąlyčio paviršiumi ir nukreipta priešinga kūno reliatyviajam greičiui kryptimi. Ši jėga vadinama skystosios trinties jėga, arba pasipriešinimo jėga. Jos poveikis juntamas važiuojant dviračiu, plaukiant upe ir pan. Kas lemia pasipriešinimo jėgos modulį?

Patirtis rodo, kad, didėjant kūno greičiui, pasipriešinimas taip pat didėja: kuo greičiau važiuojame dviračiu, tuo didesnį oro pasipriešinimą jaučiame. Bandymais nustatyta: kai greitis nedidelis, pasipriešinimo jėga yra tiesiogiai proporcinga greičiui, o kai didelis – greičio kvadratui.

Pasipriešinimo jėga priklauso nuo kūno formos. Detaliau su šia priklausomybe susipažinsite vėliau, nagrinėdami keliamąją jėgą.

Skystyje arba dujose judančio kietojo kūno neveikia rimties trinties jėga. Pakanka, pavyzdžiui, pūstelėti į kamščio nuolaužą, gulinčią ant vandens paviršiaus, ir ji pakeičia judėjimo kryptį bei greičio modulį. Vadinasi, net ir labai maža išorinė jėga suteikia nuolaužai pagreitį.

Klausimai ir užduotys ??

1. Ką vadiname rimties trinties jėga? Kokia yra jos kryptis? Kam lygus jos modulis?

2. Ką vadiname slydimo trinties jėga? Kokia yra jos kryptis?

3. Kaip priklauso trinties jėga nuo atramos reakcijos jėgos? Atsakymą pagrįskite.

4. Trinties jėgos modulis nepriklauso nuo kūnų sąlyčio paviršiaus ploto. Kaip paaiškinti šį reiškinį?

5. Kai plaustas yra vandenyje, ant jo stovintis žmogus kartimi nesunkiai atsistumia nuo kranto, tačiau to nepavyksta padaryti plaustą ištraukus ant kranto. Paaiškinkite šiuos reiškinius.

6. Dėžė tolygiai traukiama horizontaliu paviršiumi 300 N jėga. Nustatykite slydimo trinties jėgos didumą.

Mokomės spręsti uždavinius

Trinties jėga daro įtaką kūnų judėjimui. Kaip ir visos jėgos, ji suteikia kūnui pagreitį. Šis pagreitis visuomet nukreiptas į priešingą pusę nei kūno greitis[1]. Išnagrinėkime keletą uždavinių sprendimo pavyzdžių, kuriuose reiškiasi trinties jėga.

1. Krovininis automobilis, kurio masė 14 t, važiuoja tolygiai horizontaliu kelio ruožu. Trinties tarp automobilio ratų ir asfalto koeficientas lygus 0,02. Apskaičiuokime automobilio varos jėgą.

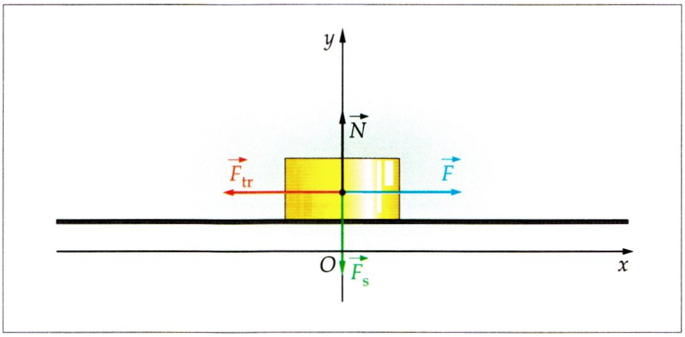
F – ?	$m = 14\ \text{t} = 1{,}4 \cdot 10^4\ \text{kg}$ $\mu = 0{,}02$

Sprendimas

Automobilis važiuoja tolygiai, todėl pagal antrąjį Niutono dėsnį jį veikiančių jėgų (5.7.6 pav.) atstojamoji lygi nuliui:

$$\vec{N} + \vec{F}_s + \vec{F}_{tr} + \vec{F} = 0. \qquad (1)$$

[1] Šis teiginys negalioja rimties trinties jėgai.



5.7.6 pav.

Užrašykime šią lygybę projekcijomis koordinačių ašyse.

Ox ašyje:

$$F - F_{tr} = 0, \quad (2)$$

Oy ašyje:

$$N - F_s = 0. \quad (3)$$

Iš (3) lygybės išplaukia, kad

$$N = F_s = mg. \quad (4)$$

Atsižvelgę į (4) formulę, gauname tokią trinties jėgos išraišką:

$$F_{tr} = \mu N = \mu mg. \quad (5)$$

Įrašome ją į (2) lygtį ir išreiškiame automobilio varos jėgą:

$$F = \mu mg. \quad (6)$$

Apskaičiuojame jos vertę:

$$F = 0{,}02 \cdot 1{,}4 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 2744 \text{ N} \approx 2{,}7 \text{ kN}.$$

Atsakymas: 2,7 kN.

2. Kai automobilis važiavo 72 km/h greičiu, vairuotojas ėmė staiga stabdyti.

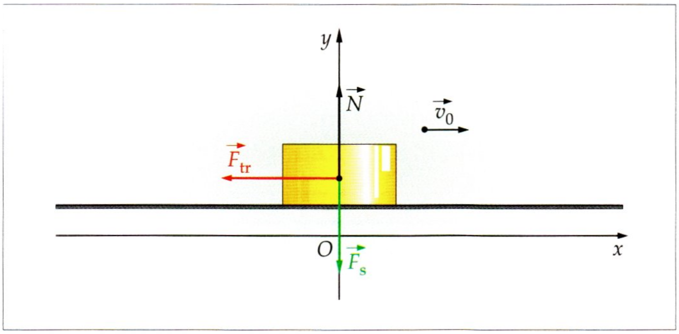
a) Nustatykime, kiek laiko važiuos automobilis, kol sustos, jeigu $\mu = 0{,}60$.

b) Apskaičiuokime per tą laiką automobilio įveiktą kelią.

t – ?	v_0 = 72 km/h = 20 m/s
l – ?	μ = 0,60

Sprendimas

a) Stabdomą automobilį (5.7.7 pav.) veikia tik viena jėga – trinties jėga $\vec{F}_{tr}$, nes sunkį $\vec{F}_s$ kompensuoja kelio dangos reakcijos jėga $\vec{N}$, o oro pasipriešinimo



5.7.7 pav.

jėga yra maža. Trinties jėgos veikiamas automobilis juda pagreičiu $\vec{a}$:

$$\vec{F}_{tr} = m\vec{a}. \qquad (1)$$

Koordinačių ašį Ox nukreipiame automobilio judėjimo kryptimi ir randame trinties jėgos bei pagreičio projekcijas. Tada (1) lygtis įgyja išraišką

$$-F_{tr} = -ma,$$

arba

$$F_{tr} = ma. \qquad (2)$$

Įrašę į ją trinties jėgos išraišką, gauname:

$$\mu mg = ma,$$

$$a = \mu g. \qquad (3)$$

Stabdomo automobilio pagreitis

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}.$$

Kadangi $a_x = -a$, $v_x = 0$, o $v_{0x} = v_0$, tai

$$a = \frac{v_{0x}}{t}. \qquad (4)$$

Sulyginę (3) ir (4) lygybės dešiniąsias puses, išreiškiame automobilio stabdymo trukmę:

$$\mu g = \frac{v_0}{t},$$

$$t = \frac{v_0}{\mu g}.$$

Įrašome dydžių vertes ir apskaičiuojame:

$$t = \frac{20 \text{ m/s}}{0{,}6 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2} = 3{,}4 \text{ s.}$$

b) Apskaičiuokime automobilio stabdymo kelią, kuris lygus poslinkio moduliui: $l = s$. Taikome kūno poslinkio formulę

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

Poslinkio projekcija $s_x = s$, o kitų fizikinių dydžių projekcijas jau nustatėme spręsdami pirmąją uždavinio dalį, todėl

$$l = s = \frac{v_0^2}{2\mu g}.$$

Įrašę dydžių vertes, gauname:

$$l = \frac{(20\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2} = 34\ \text{m}.$$

Atsakymas: a) 3,4 s; b) 34 m.

Užduotys savarankiškam darbui

1. Sandėlyje ant betoninių grindų stovi 600 kg masės plieninė dėžė. Trinties tarp dėžės ir grindų paviršiaus koeficientas lygus 0,3. Ar pajudės ši dėžė, veikiama horizontaliai nukreiptos 1 kN jėgos? Atsakymą pagrįskite.

2. Didžiausia jėga, kuria gali traukti arklys, lygi 300 N. Rogių masė 100 kg, trinties tarp rogių pavažų ir sniego koeficientas 0,05. Tarkime, kad rogių ienos lygiagrečios su keliu. Kokios didžiausios masės krovinį gebės pavežti arklys? (500 kg)

3. Automobilis važiavo 144 km/h greičiu. Staiga vairuotojas išjungė variklį ir ėmė stabdyti. Trinties tarp automobilio ratų ir kelio dangos koeficientas buvo lygus 0,6.

a) Nustatykite, per kiek laiko automobilis sustos. (Apytiksliai per 6,7 s)

b) Apskaičiuokite automobilio stabdymo kelią. (≈133,3 m)

c) Išsiaiškinkite, kiek kartų pakistų automobilio stabdymo trukmė, jei automobilio greitis stabdymo pradžioje būtų 20 m/s. (Sumažėtų 2 kartus)

d) Išsiaiškinkite, kiek kartų pakistų automobilio stabdymo kelias, jei automobilio greitis stabdymo pradžioje būtų 20 m/s. (Sumažėtų 4 kartus)

e) Parašykite, kokio dydžio trinties jėga atsirastų tarp automobilio ratų ir apledėjusios kelio dangos, jei trinties koeficientas būtų lygus nuliui.

f) Įvardykite tokį reiškinį: išjungus variklį, automobilis važiuoja neveikiamas jokios jėgos.

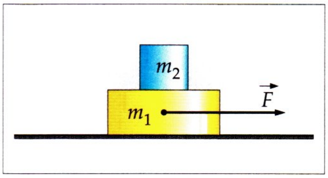
4. Automobilio masė 1000 kg, oro slėgis jo ratų padangose $3{,}4 \cdot 10^5$ Pa.

a) Apskaičiuokite vienos automobilio padangos sąlyčio su žeme plotą.

b) Palyginkite jį su vienos žmogaus plaštakos plotu (apytiksliai lygiu 72 cm²).

c) Nustatykite, ar pakistų automobilį veikianti trinties jėga, jei padangų sąlyčio su žeme plotą padidintume. Atsakymą pagrįskite.

5. Dvi dėžės padėtos ant stalo taip, kaip pavaizduota 5.7.8 paveiksle. Apatinės dėžės masė 1 kg, viršutinės 0,3 kg, trinties koeficientas tarp apatinės dėžės ir stalo paviršiaus 0,5, tarp viršutinės ir apatinės dėžės 0,75. Kokia didžiausia jėga galima traukti apatinę dėžę, kad viršutinė nepradėtų slysti apatinės atžvilgiu? (16,25 N)



5.7.8 pav.

5.8. Kelių jėgų veikiamo kūno judėjimas nuožulniąja plokštuma. Surištų kūnų judėjimas

Kelių jėgų veikiamo kūno judėjimo pavyzdžiai

Šiame vadovėlio skyriuje susipažinote su įvairių rūšių jėgomis: sunkio, tamprumo, trinties, taip pat kūno svoriu; aiškinotės, kaip juda vienos ar dviejų jėgų veikiamas kūnas; mokėtės spręsti uždavinius, kuriuose nagrinėjamas kelių jėgų veikiamo kūno judėjimas horizontalia plokštuma. Tačiau aplinkoje galime pamatyti ir sudėtingesnių judėjimo pavyzdžių. Antai kelių jėgų veikiamas slidininkas šliuožia nuokalne, garvežys tempia sukabintus traukinio vagonus, ūkininkas lynu kelia šieno spudulą. Nagrinėdami šią temą, mokysimės apskaičiuoti nuožulniąja plokštuma judančių kūnų (pavyzdžiui, slidininko), taip pat tarpusavy susijusių (surištų) kūnų (ūkininko ir spudulo) pagreitį.

Kūno judėjimas nuožulniąja plokštuma

Aptarkime slidininko judėjimą nuokalne (5.8.1 pav., *a*). Realią situaciją pakeiskime modeliu – kūnu, judančiu nuožulniąja plokštuma žemyn (5.8.1 pav., *b*). Ant nuožulniosios plokštumos padėtą kūną veikia trys jėgos: sunkis $\vec{F}_s = m\vec{g}$, atramos reakcijos jėga $\vec{N}$ (tamprumo jėga) ir trinties jėga $\vec{F}_{tr}$. Šios jėgos brėžinyje (5.8.1 pav., *b*) atidėtos iš vieno taško – kūno centro[1]. Veikiamas minėtų jėgų, kūnas slysta nuožulniąja plokštuma pagreičiu $\vec{a}$.

Norėdami jį apskaičiuoti, pasirenkame dvi koordinačių ašis: *Ox* ašį nukreipiame išilgai nuožulniosios plokštumos, *Oy* ašį – statmenai tai plokštumai. Judančiam kūnui pritaikome antrąjį Niutono dėsnį. Vektorinė jo išraiška šiuo atveju yra tokia:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{tr}. \qquad (1)^2$$

Kad šią lygtį galėtume užrašyti skaliariškai, turime rasti vektorių projekcijas pasirinktose koordinačių ašyse.

Ieškome vektorių projekcijų *Ox* ašyje.

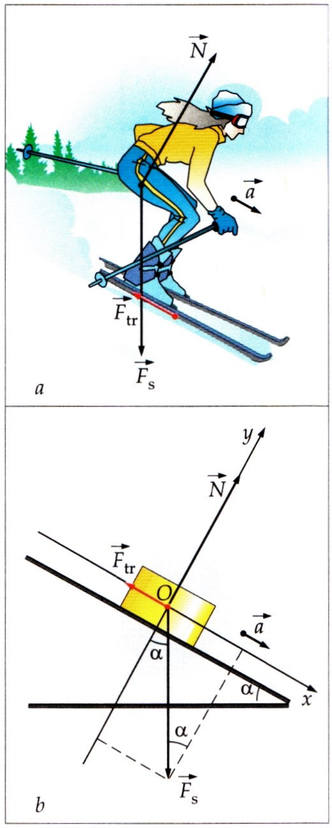
- Pagreičio vektoriaus $\vec{a}$ projekcija a_x yra teigiama ir lygi vektoriaus $\vec{a}$ moduliui: $a_x = a$.
- Sunkio vektoriaus $\vec{F}_s$ projekcija yra teigiama, tačiau nelygi sunkio moduliui; ji išreiškiama taip: $(F_s)_x = mg \sin \alpha$.
- Atramos reakcijos jėgos vektoriaus $\vec{N}$ projekcija N_x lygi nuliui, nes vektorius $\vec{N}$ yra statmenas *Ox* ašiai: $N_x = 0$.
- Trinties jėgos vektoriaus $\vec{F}_{tr}$ projekcija $(F_{tr})_x$ yra neigiama ir lygi trinties jėgos moduliui: $(F_{tr})_x = -F_{tr}$.

Atsižvelgę į vektorių projekcijas *Ox* ašyje, galime užrašyti antrojo Niutono dėsnio skaliarinę išraišką:

$$ma = mg \sin \alpha - F_{tr}. \qquad (2)$$

Raskime kūną veikiančių jėgų ir pagreičio vektorių projekcijas *Oy* ašyje.

- Pagreičio vektoriaus $\vec{a}$ projekcija a_y lygi nuliui, nes vektorius $\vec{a}$ yra statmenas *Oy* ašiai: $a_y = 0$.
- Sunkio vektoriaus $\vec{F}_s$ projekcija $(F_s)_y$ yra neigiama ir lygi $-mg \cos \alpha$.



5.8.1 pav.

[1] Iš tikrųjų jėgos $\vec{F}_{tr}$ ir $\vec{N}$ veikia kūno pagrindą.

[2] Šios temos formulių numeracija nesusijusi su ankstesnių temų formulių numeracija.

• Atramos reakcijos jėgos vektoriaus $\vec{N}$ projekcija N_y yra teigiama ir lygi jo moduliui: $N_y = N$.

• Trinties jėgos vektoriaus $\vec{F}_{tr}$ projekcija $(F_{tr})_y$ lygi nuliui, nes šis vektorius statmenas Oy ašiai: $(F_{tr})_y = 0$.

Antrojo Niutono dėsnio skaliarinė lygtis šiuo atveju yra tokia:

$$0 = N - mg \cos \alpha. \tag{3}$$

Iš čia

$$N = mg \cos \alpha. \tag{4}$$

Gautą atramos reakcijos jėgos išraišką įrašome į trinties jėgos formulę:

$$F_{tr} = \mu N = \mu mg \cos \alpha, \tag{5}$$

o trinties jėgos išraišką – į (2) formulę:

$$ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha. \tag{6}$$

Abi lygybės puses padaliję iš masės m, gauname:

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \tag{7}$$

Ši pagreičio išraiška tinka tiek slidininko (5.8.1 pav., *a*) pagreičiui apskaičiuoti, tiek kitais judėjimo nuožulniąja plokštuma atvejais.

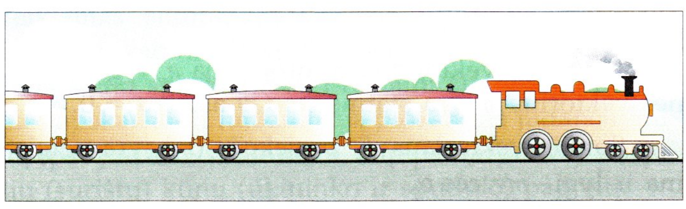
Iš (7) formulės matyti, kad nuožulniąja plokštuma slystančio kūno pagreitis yra mažesnis už laisvojo kritimo pagreitį. Be to, jis priklauso nuo trinties koeficiento ir nuožulniosios plokštumos nuolydžio kampo. Kai trinties tarp slystančio kūno ir plokštumos paviršiaus nėra, kūno pagreitį lemia tik nuožulniosios plokštumos nuolydžio kampas. Kuo jis didesnis, tuo didesnį pagreitį įgyja kūnas.

Surištų kūnų judėjimas

Dviejų arba daugiau surištų kūnų (5.8.2 pav., 5.8.3 pav., *a*, 5.7.3 pav.) pagreitis ir kiti kinematiniai dydžiai apskaičiuojami tuo pačiu nuoseklumu.

Aptarkime, kaip reikėtų ieškoti tokių kūnų pagreičio.

5.8.2 pav.



Sakykime, du masės m_1 ir m_2 kūnai surišti siūlu, permestu per nekilnojamąjį skridinį (5.8.3 pav., *b*). Apskaičiuokime šių kūnų pagreitį a.

Leidus surištų kūnų sistemai judėti pačiai, didesnės masės m_1 kūnas leisis žemyn, o mažesnės masės m_2 kūnas kils į viršų. Jei neatsižvelgsime į siūlo ilgio kitimą, abiejų pasvarų pagreičiai bus vienodi: $a_1 = a_2 = a$. Tarkime, kad siūlas yra nesvarus. Tada abu kūnus veikia vienodos siūlo tamprumo jėgos: $F_{t1} = F_{t2} = F_t$.

Ieškodami kūnų pagreičio a, antrąjį Niutono dėsnį taikysime kiekvienam kūnui. Koordinačių ašį Oy nukreipkime vertikaliai aukštyn.

Pradėkime nuo kairiojo kūno. Jį veikia dvi jėgos: sunkis $\vec{F}_{s1}$, nukreiptas žemyn, ir siūlo tamprumo jėga $\vec{F}_t$, nukreipta aukštyn. Kūnas leidžiasi žemyn pagreičiu $\vec{a}$. Pagal antrąjį Niutono dėsnį

$$m_1\vec{a} = \vec{F}_{s1} + \vec{F}_t. \quad (1)^1$$

Raskime kūną veikiančių jėgų ir jo pagreičio projekcijas pasirinktoje koordinačių ašyje Oy.

- Sunkio $\vec{F}_{s1}$ projekcija yra neigiama ir lygi sunkio moduliui: $(F_{s1})_y = -F_{s1}$.
- Siūlo tampumo jėgos vektoriaus $\vec{F}_t$ projekcija yra teigiama ir lygi jo moduliui: $F_{ty} = F_t$.
- Pagreičio vektoriaus $\vec{a}_1$ projekcija yra neigiama ir lygi vektoriaus $\vec{a}_1$ moduliui: $a_{1y} = -a_1 = -a$.

Tada skaliarinė antrojo Niutono dėsnio lygtis, pritaikyta kairiajam kūnui, yra tokia:

$$-m_1a = -m_1g + F_t. \quad (2)$$

Suprojektavę dešinįjį kūną veikiančias jėgas į pasirinktą koordinačių ašį, gausime tokią antrojo Niutono dėsnio lygtį:

$$m_2a = -m_2g + F_t. \quad (3)$$

Iš (3) lygties panariui atimkime (2) lygtį:

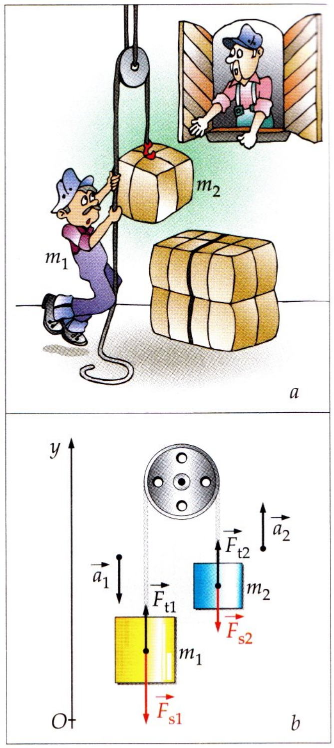
$$m_2a - (-m_1a) = -m_2g + F_t - (-m_1g) - F_t. \quad (4)$$

Gausime:

$$(m_1 + m_2)a = (m_1 - m_2)g. \quad (5)$$

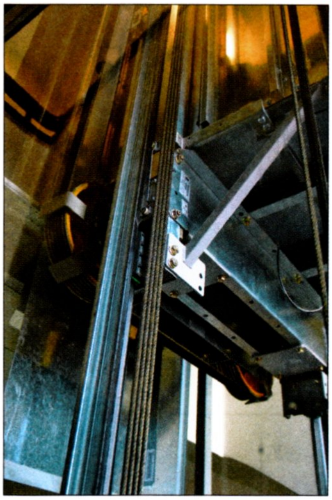
Iš čia išreikškime surištų kūnų judėjimo pagreitį:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g. \quad (6)$$



5.8.3 pav.

[1] Aprašydami antrąjį kūnų judėjimo pavyzdį, formules pradedame numeruoti iš naujo, t. y. nuo vieneto.



5.8.4 pav.

(6) formulės skaitiklis mažesnis už vardiklį, todėl surištų kūnų sistemos pagreitis a mažesnis už laisvojo kritimo pagreitį g. Ši išvada plačiai taikoma praktikoje. Panašiu principu veikia liftuose (5.8.4 pav.) ir keltuvuose įtaisyti atsvarai.

Klausimai ir užduotys

1. Ant nuožulniosios plokštumos padėta medinė dėžutė (5.8.5 pav.). Persibraižykite šį brėžinį savo sąsiuvinyje ir pažymėkite dėžutę veikiančias jėgas. Raskite šių jėgų atstojamąją.

2. Tašelis[1] juda žemyn nuožulniąja plokštuma, kurios nuolydžio kampas 45°. Trinties tarp tašelio ir plokštumos koeficientas lygus 0,04. Apskaičiuokite tašelio pagreitį.

3. Nuo 45 cm aukščio nuožulniosios plokštumos viršaus žemyn slysta tašelis. Kokį greitį jis įgyja nuožulniosios plokštumos apačioje? Į trinties jėgą neatsižvelkite. (3 m/s)

4. Linutė per 2 s rogutėmis nusileido nuo 10 m ilgio kalnelio. Apskaičiuokite kalnelio nuolydžio kampą. Į trinties jėgą neatsižvelkite. (30°)

5. Kokia jėga gali pakelti 0,5 t masės vagonėlį nuožulnia estakada, kurios nuolydžio kampas 30°? Pasipriešinimo judėjimui koeficientas lygus 0,05. ($\approx 2{,}66 \cdot 10^3$ N)

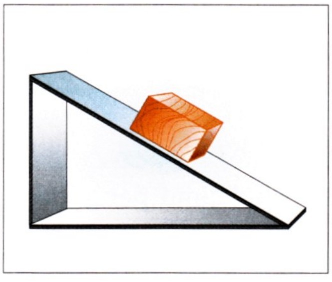
6. Mikroautobusas, kurio masė 5 t, 0,3 m/s^2 pagreičiu važiuoja į kalną. Kalno nuolydis[2] lygus 0,02, o pasipriešinimo koeficientas 0,03. Apskaičiuokite mikroautobuso variklio varos jėgą. ($\approx 4 \cdot 10^3$ N)

7. 0,3 kg ir 0,2 kg masės pasvarai surišti virve, o ši permesta per nekilnojamąjį skridinį. Apskaičiuokite:

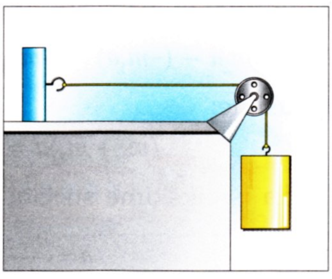
a) pasvarų sistemos pagreitį; (2 m/s^2)

b) virvės tamprumo jėgą, veikiančią judant pasvarams. (2,4 N)

5.8.5 pav.



5.8.6 pav.



[1] Tašelis – medinė trinkelė.

[2] Nuožulniosios plokštumos nuolydis matuojamas aukščio h bei ilgio l santykiu ir yra lygus tos plokštumos nuolydžio kampo sinusui: $\frac{h}{l} = \sin\alpha$.

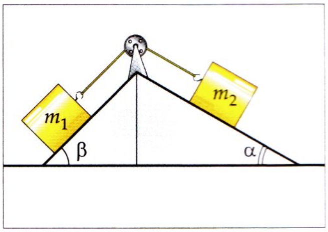
8. 50 g masės tašelis, tempiamas 100 g masės pasvarėlio (5.8.6 pav.), pajudėjo iš vietos ir per 2 s pasislinko 50 cm. Apskaičiuokite tašelio trinties į paviršių koeficientą. (1,92)

9*. Du vienodos masės kūnai ($m_1 = m_2 = 3$ kg) surišti nesvariu siūlu, permestu per nesvarų skridinį (5.8.7 pav.). Nuožulnioji plokštuma su horizontalia plokštuma sudaro kampus $\alpha = 30°$ ir $\beta = 45°$.

a) Apskaičiuokite kūnų sistemos pagreitį. (1,01 m/s²)

b) Apskaičiuokite tamprumo jėgą. (17,7 N)

c) Įrodykite, kad sistemos pagreitis nepriklauso nuo kūnų masės.



5.8.7 pav.

5.9. Įcentrinė jėga

Įcentrinės jėgos samprata

Pagrindinės sąvokos

Įcentrìnė jėgà, išcentrìnė jėgà.

Nagrinėdami kreivaeigį judėjimą, sužinojote, kad apskritimu judantis kūnas turi įcentrinį pagreitį. Tačiau tada dar negalėjote atskleisti jo priežasties. Dabar, aptarę pagrindinius dinamikos dėsnius ir susipažinę su jėgomis gamtoje, galime tai padaryti visiškai nesunkiai.

Pagal antrąjį Niutono dėsnį jėga yra kūno pagreičio priežastis. Vadinasi, apskritimu judančiam kūnui įcentrinį pagreitį suteikia jėga, pavyzdžiui, ratu čiuožiančiai sportininkei – jos partnerio ranka (5.9.1 pav.). Ją atitraukus, jėga nustoja veikti sportininkę ir ši dėl to ima judėti tiesiai be įcentrinio pagreičio.



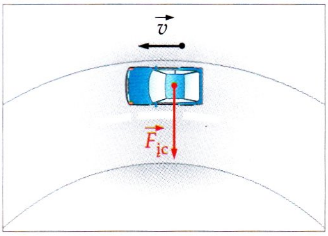
5.9.1 pav.

Jėga, sukelianti įcentrinį kūno pagreitį, vadinama įcentrinė jėgà. Jos kryptis sutampa su įcentrinio pagreičio kryptimi. Pritaikę antrąjį Niutono dėsnį, gauname įcentrinės jėgos skaičiavimo formulę:

$$\vec{F}_{\text{įc}} = m\vec{a}_{\text{įc}}. \quad (5.42)$$

Į ją įrašę įcentrinio pagreičio išraišką $a_{\text{įc}} = \frac{v^2}{R}$, turime:

$$F_{\text{įc}} = \frac{mv^2}{R}. \quad (5.43)$$



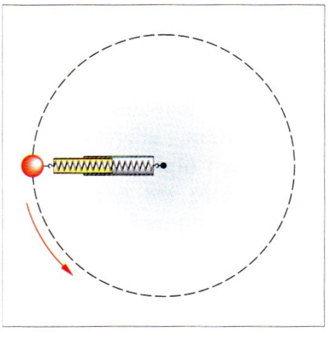
5.9.2 pav.

Įcentrinė jėga lygi kūno masės ir linijinio greičio kvadrato sandaugai, padalytai iš trajektorijos spindulio. Iš (5.43) formulės matyti, kad įcentrinė jėga priklauso nuo kūno masės, greičio ir apskritimo, kuriuo juda kūnas, spindulio.

Kuo mažesnis apskritimo spindulys, esant tam pačiam greičiui, tuo didesnė įcentrinė jėga. Pavyzdžiui, kuo staigesnis kelio posūkis (t. y. kuo mažesnis spindulys), tuo didesnė jėga turi veikti transporto priemonę posūkio centro kryptimi. Įcentrinės jėgos vaidmenį posūkyje atlieka trinties jėga (5.9.2 pav.). Jeigu ji per maža, transporto priemonė nulekia nuo kelio. Todėl posūkyje vairuotojai sumažina greitį.

Įcentrinės jėgos priklausomybė nuo kūno greičio yra kvadratinė: greičiui padidėjus dvigubai, įcentrinė jėga padidėja 4 kartus, greičiui šoktelėjus 3 kartus, įcentrinė jėga padidėja 9 kartus. Tai gerai žino transporto priemonių vairuotojai: traukinių mašinistai, automobilių vairuotojai, dviratininkai, motociklininkai. Greitkelyje, važiuojant dideliu greičiu, labai pavojinga staiga sukti.

5.9.3 pav.



Kaip įcentrinė jėga priklauso nuo kūno greičio ir masės, galima ištirti atliekant bandymą. Pritvirtinkime prie dinamometro pasvarą ir sukime jį horizontalioje plokštumoje, laikydami už dinamometro žiedo (5.9.3 pav.). Keiskime pasvaro greitį ir stebėkime dinamometro rodmenį. Matysime, kad, greičiui kintant, kinta ir įcentrinės jėgos didumas. Prie dinamometro prikabindami vis didesnės masės pasvarą ir kaskart matuodami jį veikiančią jėgą, matytume, kad įcentrinė jėga didėja.

Šiame skyriuje sužinojote apie tamprumo, trinties ir traukos jėgas. Peršasi klausimas: kas yra įcentrinė jėga? Žodis „įcentrinė“ rodo ne tos jėgos prigimtį, o tik veikimo rezultatą. Įcentrinė gali būti bet kuri

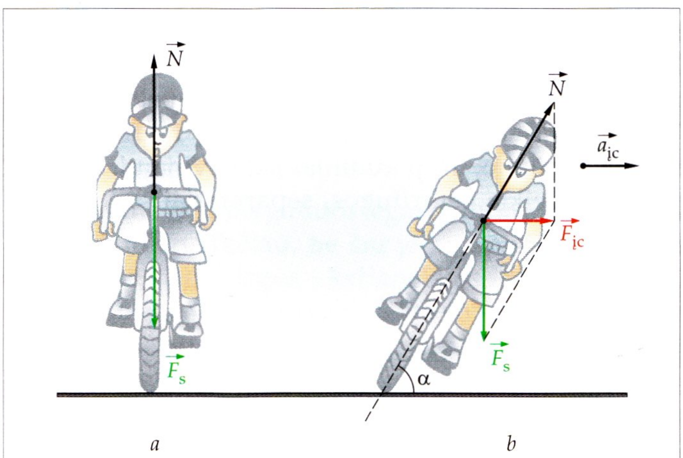
gamtoje pasireiškianti jėga: trinties, tamprumo, traukos, elektrinė, magnetinė. Jau minėjome, kad įcentrinė yra trinties jėga, veikianti kelio posūkiu važiuojantį automobilį, taip pat traukos jėga, kuria Žemė veikia Mėnulį, versdama jį skrieti aplink Žemę. Jei staiga išnyktų Žemės trauka, Mėnulis iš inercijos nulėktų tiesia trajektorija orbitos liestinės kryptimi. Jo sukimasis apie Žemę yra dviejų judesių – judėjimo tiesia linija iš inercijos ir kritimo į Žemę – suma.

Įcentrinės jėgos veikimo pavyzdžiai

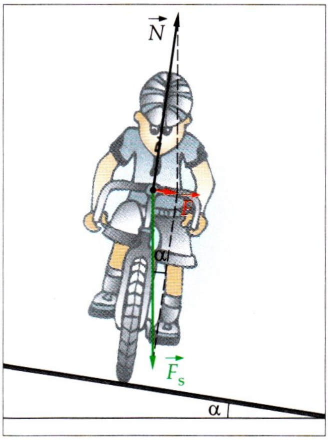
Aplinkoje nesunku rasti pavyzdžių, iliustruojančių, kad įcentrinė jėga yra kūną veikiančių jėgų atstojamoji. Dviratininko, bėgiko ar čiuožėjo judėjimas kelio posūkiu yra judėjimas apskritimu.

Tiesiu kelio ruožu tolygiai važiuojantį dviratininką veikia dvi jėgos: sunkis $\vec{F}_s$ ir kelio reakcijos jėga $\vec{N}$ (5.9.4 pav., *a*). Jos kompensuoja viena kitą. Važiuodamas kelio posūkiu, dviratininkas pasvyra į apskritimo centrą (5.9.4 pav., *b*). Tada jį veikiančios jėgos $\vec{F}$ ir $\vec{N}$ jau nebeatsveria viena kitos. Šių jėgų atstojamoji $\vec{F}_{įc}$ yra įcentrinė jėga, veikianti apskritimo centro kryptimi ir sukelianti įcentrinį pagreitį $\vec{a}_{įc}$.

Kampas α, kuriuo dviratininkas pasvyra į Žemės paviršių, priklauso nuo greičio $\vec{v}$ modulio ir kelio posūkio spindulio *R*. Dviratininkai, motociklininkai ir čiuožėjai žino: kuo didesnis greitis ir mažesnis posūkio spindulys, tuo daugiau reikia pasvirti į apskritimo centrą.



5.9.4 pav.



5.9.5 pav.

Kūnui įcentrinį pagreitį galima suteikti ir kitu būdu. Tam tikslui lenktynių trasose ties posūkiais daromos sankasos – išorinis lenktynių trasos kraštas šiek tiek pakeliamas, taigi posūkyje kelias sudaro nuožulniąją plokštumą (5.9.5 pav.). Jos nuolydžio kampą galima parinkti tokį, kad lenktynininką veikiančio sunkio $\vec{F}_s$ ir kelio reakcijos jėgos $\vec{N}$ atstojamoji $\vec{F}$ būtų nukreipta horizontaliai į posūkio centrą.

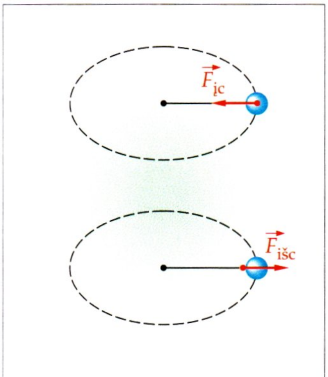
Kelio sankasos daromos ir geležinkelio posūkiuose. Dėl to atsiranda įcentrinė jėga, suteikianti traukiniui įcentrinį pagreitį. Geležinkelio nuolydis numatomas tam tikram vidutiniam greičiui. Važiuojant didesniu greičiu, sukeliamas didelis šoninis slėgis į bėgius ir traukinys gali patirti avariją.

Išcentrinė jėga

Kūnui sukantis, reiškiasi dar viena jėga – ***išcentrìnė jėgà***. Kokia tai jėga?

Automobiliu važiuodami staigiu posūkiu, sukdamiesi karusele, juntame jėgą, kuri stumia mus tolyn nuo sukimosi centro. Tačiau tai ne išcentrinė jėga. Tolyn mus verčia judėti kūno inercija.

Kas yra išcentrinė jėga, padės atsakyti trečiasis Niutono dėsnis. Išcentrinė jėga yra atsakas (atoveikis) į įcentrinės jėgos poveikį. Horizontalioje plokštumoje sukamą pasvarą veikia įcentrinė jėga, o pasvaras veikia virvutę išcentrine jėga (5.9.6 pav.). Abi šios jėgos veikia skirtingus kūnus, taigi viena kitos neatsveria. Įcentrinė ir išcentrinė jėga visuomet atsiranda kartu.



5.9.6 pav.

Išcentrinė jėga taikoma skalbimo mašinoje, džiovinant skalbinius. Būgnui sukantis dideliu greičiu, traukos jėgų, kurios veikia tarp vandens lašų ir audinių, nebepakanka tiems lašams išlaikyti apskritimuose. Vandens lašai atsiskiria nuo audinių ir pro tinklelį išlekia iš būgno. Taip audiniai išdžiovinami. Panašiu principu veikia centrifugos, separatoriai.

Klausimai ir užduotys

1. Kas yra įcentrinė jėga? Kokia gali būti jos prigimtis?

2. Horizontalus diskas sukasi apie vertikalią ašį. Ant jo atstumu R nuo sukimosi ašies padėta moneta, kurios

masė m (5.9.7 pav.). Linijinis disko greitis toje vietoje, kur yra moneta, lygus v.

a) Persibraižykite brėžinį į savo sąsiuvinį ir pavaizduokite jėgą, kuri suteikia monetai įcentrinį pagreitį.

b) Pažymėkite įcentrinio pagreičio kryptį.

c) Nurodykite, kokia jėga suteikia monetai įcentrinį pagreitį.

d) Apskaičiuokite jėgą, suteikiančią monetai įcentrinį pagreitį.

3. Kelio posūkio spindulys 100 m, o trinties tarp kelio paviršiaus ir automobilio ratų koeficientas 0,4. Kokiu didžiausiu greičiu automobilis gali važiuoti posūkiu, kad nenuslystų nuo kelio? (72 km/h)

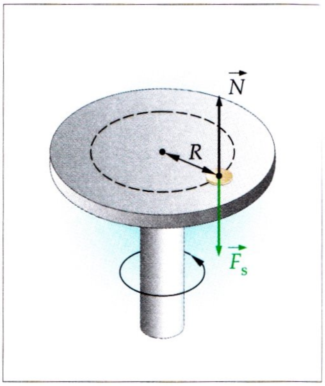
4. Virvute pririštą mažą kibirėlį su vandeniu galima sukti ratu. Vanduo iš kibirėlio neišsilies. Pabandykite atlikti tokį bandymą. Paaiškinkite jo rezultatus.

5. Koks turi būti dviračių treko nuolydžio kampas posūkyje, kad dviratininkas juo važiuotų nepatirdamas trinties jėgos poveikio? Tarkime, kad posūkio spindulys yra R, o dviratininko greitis lygus v.

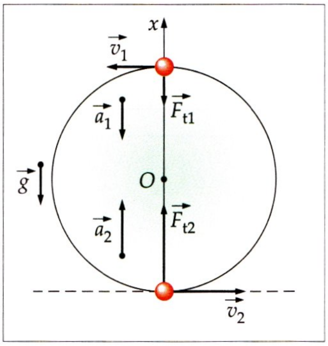
$$\left(\operatorname{tg}\alpha = \frac{v^2}{gr}\right)$$

6. Čiuožėjas juda 20 m spindulio apskritimu 15 m/s greičiu. Kokiu kampu į horizontą jis turi palinkti, kad išlaikytų pusiausvyrą? (33°)

7*. Kamuoliukas, kurio masė 0,4 kg, pritvirtintas prie 0,8 m ilgio siūlo ir juda apskritimu vertikalioje plokštumoje (5.9.8 pav.). Apskaičiuokite, kiek skiriasi siūlo tamprumo jėga žemiausiame ir aukščiausiame trajektorijos taške. (23,5 N)



5.9.7 pav.



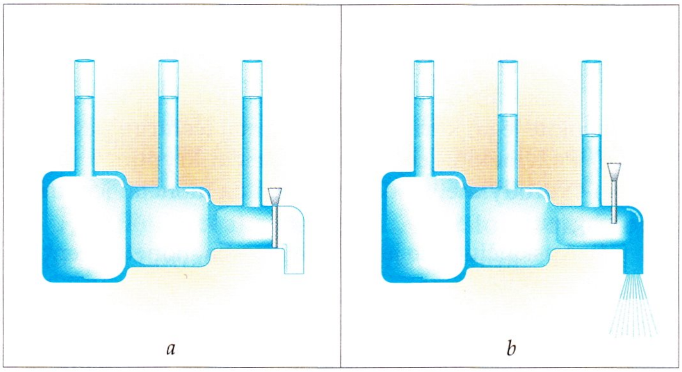
5.9.8 pav.

5.10. Keliamoji jėga

Aptarėme įvairias gamtos jėgas: trinties, tamprumo, svorio, sunkio. Tačiau, be šių jėgų, aplinkoje galima pajusti dar vienos jėgos – ***keliamõsios jėgõs*** – poveikį. Keliamoji jėga veikia aitvarą, lėktuvo sparną, per audrą kelia pastatų stogus. Kaip ji atsiranda? Norėdami atsakyti į šį klausimą, pirma turime susipažinti su slėgiu judančiame skystyje, sužinoti, kaip skystis arba dujos apteka kūną.

Pagrindinės sąvokos

Keliamóji jėgà, nuostovùsis judė́jimas.



5.10.1 pav.



5.10.2 pav.

5.10.3 pav.



Slėgis judančiame skystyje

Skysčiai ir dujos, veikiami įvairių jėgų, gali būti pusiausviri arba judėti. Skysčių ir dujų pusiausvyros dėsnius nagrinėjote VIII klasėje, mokydamiesi mechanikos pradmenų. Tada sužinojote, kad susisiekiančiuosiuose induose nejudančio vienalyčio skysčio lygis yra vienodas (5.10.1 pav., *a*). Taip yra dėl to, kad visuose susisiekiančiųjų indų pjūviuose nusistovi toks pat skysčio slėgis.

Kai skystis teka vamzdžiu nenutrūkstama srove, bet kuriuo jo skerspjūviu kiekvienu laiko momentu pereina vienodas skysčio kiekis. Toks skysčio judėjimas vadinamas ***nuostoviúoju***, arba ***stacionãriniu***. Taip teka kraujas kraujagyslėmis, vanduo vandentiekio vamzdžiais bei upėse. Kadangi bet kuria vamzdžio dalimi prateka tas pats skysčio kiekis, tai, vamzdžiui susiaurėjus, skysčio greitis turi padidėti. Kai tėkmė stacionari, skysčio dalelių judėjimo greitis yra atvirkščiai proporcingas vamzdžio skerspjūvio plotui:

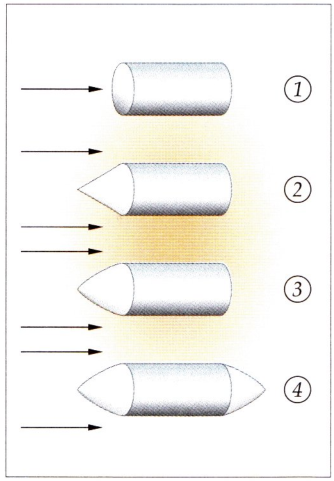
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}. \tag{5.44}$$

Kaip susijęs skysčio tekėjimo greitis su slėgiu? Bandymas rodo, kad, atsukus čiaupą, skysčio lygis manometriniuose vamzdeliuose pasidaro nevienodas: platesnėje vamzdžio dalyje aukštesnis (5.10.1 pav., *b*), siauresnėje – žemesnis. Rezultatas netikėtas: siauresnėje vamzdžio dalyje skysčio slėgis yra mažesnis negu platesnėje. Šį reiškinį XVIII a. apibūdino Peterburgo akademikas Danielius Bernulis (*Daniel Bernoulli*), suformulavęs pagrindinį skysčių tekėjimo dėsnį:

tekančio skysčio slėgis didesnis tuose vamzdžio pjūviuose, kuriuose jo greitis mažesnis ir, atvirkščiai, mažesnis tuose pjūviuose, kuriuose greitis didesnis. Šį dėsnį nesunku paaiškinti remiantis antruoju Niutono dėsniu. Tekėdamos iš platesnės vamzdžio dalies į siauresnę, skysčio dalelės padidina greitį, t. y. juda su pagreičiu. Vadinasi, skystį turi veikti jėga. Ji gali būti tik slėgimo jėgų platesnėje ir siauresnėje vamzdžio dalyje skirtumas.

Skysčio tekėjimo dėsningumai tinka ir dujoms. Tuo lengva įsitikinti atliekant paprastą bandymą. Popieriaus juostelė, pučiant į ją, ima kilti aukštyn (5.10.2 pav.), nes oro greitis virš jos padidėja, o slėgis sumažėja, tuo tarpu slėgis juostelės apačioje lieka nepakitęs ir didesnis už slėgį virš jos. Dėl tos pačios priežasties smarki audra nuplėšia namų stogus.

Dujų slėgio priklausomybė nuo jų tekėjimo greičio taikoma praktikoje. Purkštuve kvapūs skysčiai sumaišomi su oru (5.10.3 pav.). Paspaudus kriaušę, oras ima judėti vamzdeliu, kuriame yra susiaurėjimas. Siaurąja dalimi oras veržiasi greičiau ir slėgis čia sumažėja. Dėl to skystis vertikaliu vamzdeliu siurbiamas į viršų. Patekęs į oro srautą, jis išsiskaido į lašelius ir rūko pavidalu yra išpučiamas per purkštuvo snapelį.



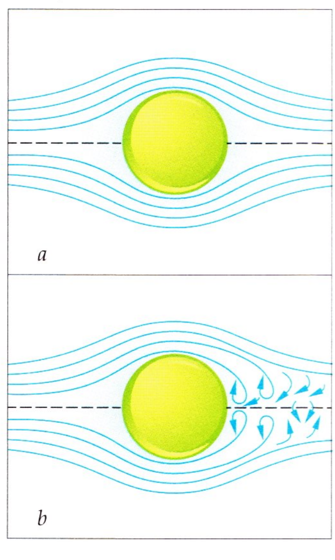
5.10.4 pav.

Kūnų judėjimas dujose ir skystyje

Lygus, be iškilimų kūnas apvaliu priekiu ir smailiu galu yra aptakiausias. Jo forma primena lašą. Mažiausiai aptakus 5.10.4 paveiksle yra *1* kūnas, aptakiausias – *4* kūnas. Aptakios (lašo) formos gaminami dirižabliai, povandeniniai laivai, torpedos, lenktyniniai automobiliai, lėktuvų korpusai, sparnai. Aptakios formos yra žuvys, delfinai, banginiai, rykliai, paukščiai.

Išsiaiškinkime, kodėl aptakus kūnas patiria mažesnį skysčio arba oro pasipriešinimą. Kai skystis teka nedideliu greičiu, ritinį aptekėjusio srauto linijos už jo pasiskirsto taip pat kaip ir prieš jį (5.10.5 pav., *a*). Greičiui didėjant, skystis už ritinio ima sūkuriuoti (5.10.5 pav., *b*) ir teka greičiau. Dėl to jo slėgis mažėja: prieš judantį kūną jis yra didesnis nei už jo. Atsiranda pasipriešinimas kūno judėjimui. Tie patys dėsningumai galioja ir dujoms. Norint sumažinti oro

5.10.5 pav.



pasipriešinimą, kai kurių automobilių užpakalinėje dalyje tvirtinami aptakai (5.10.6 pav., *a*), lenktyniaujantys dviratininkai bei slidininkai dėvi šalmus, mažinančius oro sūkurių susidarymą, o kartu ir oro pasipriešinimą (5.10.6 pav., *b*). Aptakios formos kūnas patiria mažą pasipriešinimą, nes skystis (dujos) priglunda prie jo paviršiaus ir nesusidaro sūkurių.

Keliamosios jėgos prigimtis

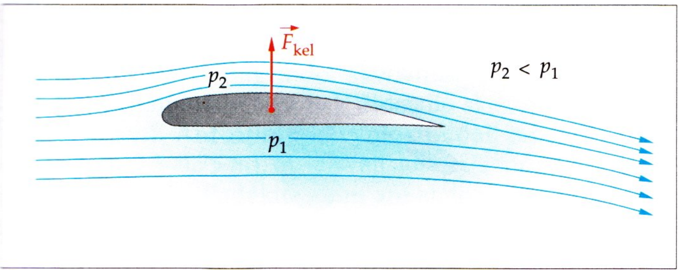
Minėjome, kad ore judančius kūnus, be pasipriešinimo jėgos, dar veikia keliamoji jėga. Ši jėga nuo seno domino žmones. Jie svajojo turėti dirbtinius sparnus, kad kaip paukščiai galėtų per trumpą laiką laisvai nuskristi didelius atstumus. Kretos saloje gimė mitai apie Dedalą ir Ikarą, kurie, pasak legendos, iš plunksnų bei vaško pasigamino sparnus ir skrido į Saulę. Ikaras skrido labai aukštai. Saulės spinduliai ištirpino vašką, ir Ikaras žuvo jūros bangose. Nuo to laiko ši jūra vadinama Ikaro jūra. Praėjo daug laiko, kol ši svajonė buvo įkūnyta lėktuvo sparne.

Lėktuvo sparnas yra aptakios formos. Viršutinė jo dalis iškila, todėl skrydžio metu oras viršutinę lėktuvo dalį apteka didesniu greičiu negu apatinę. Mat oro

5.10.6 pav.



a, *b*



5.10.7 pav.

srautas, aptekantis lėktuvą iš viršaus, per tą patį laiką turi nueiti ilgesnį kelią. Dėl to viršutinė dalis slegiama mažiau negu apatinė ir sparną veikia aukštyn nukreipta jėga, vadinama keliamąja jėga (5.8.7 pav.).

Sparnas dažniausiai būna pakreiptas kuriuo nors kampu į judėjimo kryptį (atakos kampu), todėl slegia priekyje esantį orą. Tai sukelia papildomą keliamąją jėgą, veikiančią kartu su dedamąja jėga.

Sparno keliamosios jėgos didumas priklauso nuo sparno formos, lėktuvo greičio, oro tankio ir atakos kampo. Lėktuvo sparnų formą lemia jo paskirtis. Transportiniai lėktuvai yra lėtaeigiai, todėl jų sparnai stori, dideli. Naikintuvų sparnai, atvirkščiai, yra plonesni ir mažesni.

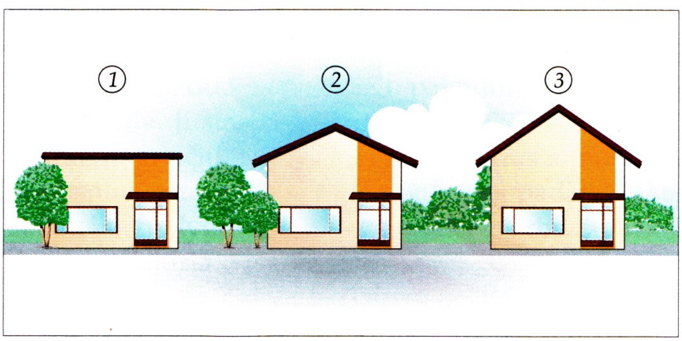
Klausimai ir užduotys

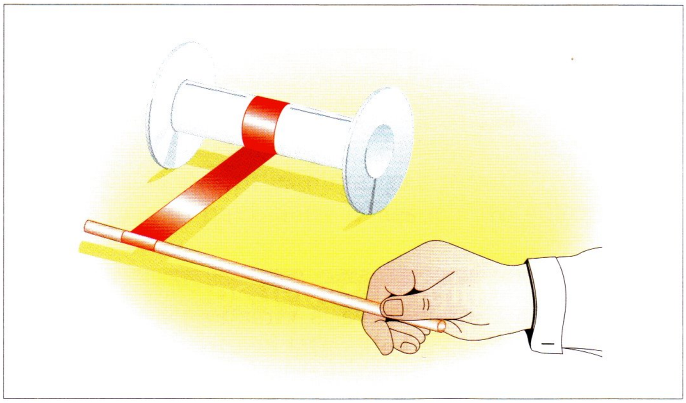
1. Kur greičiau teka upė: siauroje ar plačioje vagos dalyje? Kodėl?

2. Siaurąja vamzdžio dalimi vanduo teka 1,6 m/s greičiu. Kokiu greičiu jis teka plačiąja dalimi, kurios skersmuo 4 kartus didesnis? (0,1 m/s)

3. 5.10.8 paveiksle pavaizduoti trys skirtingos formos namų stogai. Kurį stogą audra nuplėštų lengviausiai? Kodėl?

5.10.8 pav.



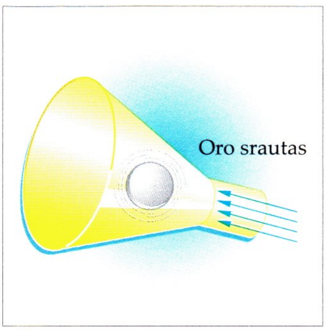


5.10.9 pav.

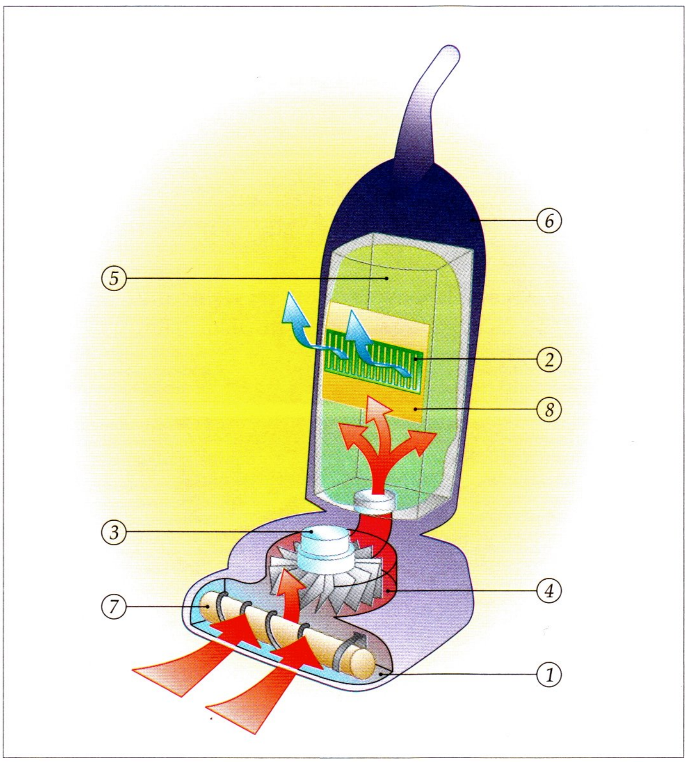
4. Atidarius automobilio langus, suvartojama 3 % daugiau degalų. Paaiškinkite kodėl.

5. Įjungus kondicionierių, kelias, kurį automobilis nuvažiuoja sudegindamas 1 l degalų, sumažėja apie 12 %. Kas ekonomiškiau: karštą vasaros dieną įjungti kondicionierių ar atidaryti automoblio langus? Atsakymą pagrįskite.

5.10.10 pav.



5.10.11 pav.



6. Iš popieriaus pasidarykite nedidelį ritinį (kurio aukštis 15–20 cm, o pagrindo skersmuo 4–5 cm) ir prie jo galų priklijuokite šiek tiek didesnio skersmens diskus (5.10.9 pav.). Ant ritinio užvyniokite dalį juostelės (kurios ilgis 0,5–0,75 m), o laisvąjį jos galą pririškite prie pagaliuko galo. Padėkite ritinį ant stalo ir greitai trūktelėkite pagaliuko galą iš kairės į dešinę. Ritinys iš pradžių pariedės stalu, paskui pakils į viršų ir nukris. Paaiškinkite, kodėl ritinys pakilo.

7. 6 užduotyje aprašytą ritinį padėkite ant stalo taip, kad, jį trūktelėjus horizontalia kryptimi, juostelė nusivyniotų ne iš apačios, bet iš viršaus. Kaip tada judės ritinys? Atsakymą pagrįskite.

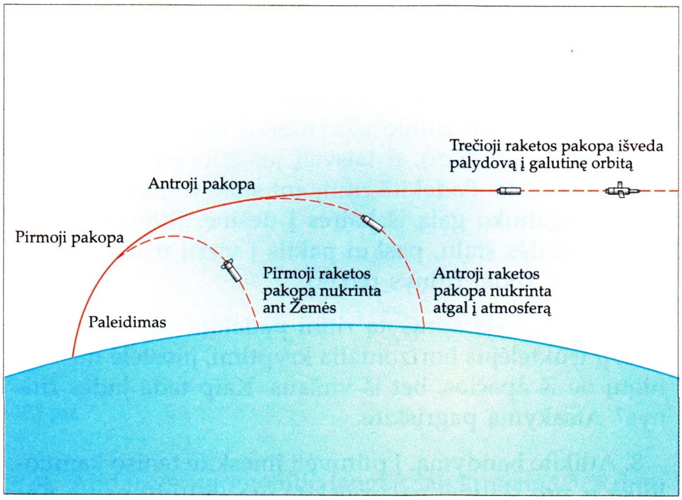
8. Atlikite bandymą. Į piltuvėlį įmeskite teniso kamuoliuką ir pro siaurąjį galą pūskite orą (5.10.10 pav.). Kamuoliukas neišlėks iš piltuvėlio, o laikysis oro sraute. Kuo stipriau pūsite orą, tuo geriau laikysis kamuoliukas. Paaiškinkite šį reiškinį.

9. Šiandien sunku rasti namus, kuriuose nebūtų dulkių siurblio. 5.10.11 paveiksle pavaizduota dulkių siurblio sandara; čia skaičiumi *1* pažymėta įsiurbimo anga, turinti įvairių priedų, *2* – išmetimo anga, *3* – elektros variklis, *4* – variklio mentės, *5* – akytas maišelis, *6* – korpusas, *7* – besisukantis šepetėlis, *8* – filtras. Remdamiesi paveikslu, paaiškinkite, kodėl siurblys traukia dulkes.

5.11. Kosminių skrydžių pradmenys

Į orbitas palydovai gali būti paleidžiami vienkartinio arba daugkartinio naudojimo raketomis. 5.11.1 paveiksle pavaizduotas palydovo paleidimas daugiapakope raketa. Ji startuoja vertikaliai aukštyn palyginti nedideliu greičiu ir, pralėkusi pro tankius atmosferos sluoksnius, pamažėle įgyja horizontalią padėtį. Raketa suteikia palydovui reikiamą greitį ir orbitą, paskui nuo jo atsiskiria.

Paprasčiausia Žemės palydovo orbita yra apskritoji. Jos centras sutampa su Žemės centru. Palydovai,

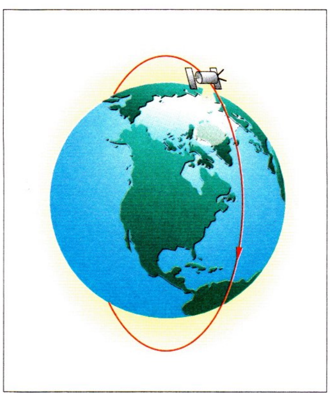


5.11.1 pav.

žvalgantys Žemės paviršių, dažniausiai skrieja viršpoline orbita. Palydovas skrieja savo orbita, o po juo savo ruožtu sukasi Žemė. Aplink ją palydovas apskrieja per 2 h. Visą Žemę jis išžvalgo apskriedamas ją 12 kartų (5.11.2 pav.).

Ryšių palydovai skrieja nuostoviosiomis orbitomis. Palydovas išlieka šioje orbitoje, jeigu jo skrydžio orbita yra tiksliai virš pusiaujo ir ja jis apskrieja per tiek pat laiko, per kiek Žemės paviršiaus taškas po palydovu apsisuka savo orbita, t. y. per 24 h. Skriedami nuostoviąja orbita, palydovai nejuda Žemės paviršiaus atžvilgiu. Jie tarsi kabo virš to paties Žemės pusiaujo taško. Dėl to antžemines raketas, siunčiančias ir priimančias duomenis iš palydovo, pakanka nukreipti viena kryptimi. Jų nereikia sukti, kad galėtų sekti palydovą. Palydovo padėčiai nuostoviojoje orbitoje turi įtakos Žemės gravitacijos lauko pokyčiai. Palydovą į nuostoviąją orbitą grąžina nedideli korekciniai varikliai.

5.11.2 pav.



Palydovų naudojimas televizijos ryšiui išplėtė televizijos galimybes. Televizijos laidoms perduoti tinka tik ultratrumposios ir decimetrinės bangos, kurios neatsispindi nuo atmosferos ir sklinda tiesiai. Žemė yra apvali, todėl televizijos laidų perdavimo atstumas priklauso nuo retransliatoriaus aukščio. Kartu su televizija retransliatorių tinklas apėmė beveik visą Eurògą, JAV, Japòniją. Kadangi retransliatorių statyba yra la-

bai brangi, tai juos šiuo metu pakeičia palydovai. Jie sudaro galimybę televizorių ekranuose matyti įvykius, vykstančius tolimiausiose Žemės vietose. Televizijos reporteriui tereikia turėti mažą veidrodinę anteną ir nešiojamą energijos šaltinį.

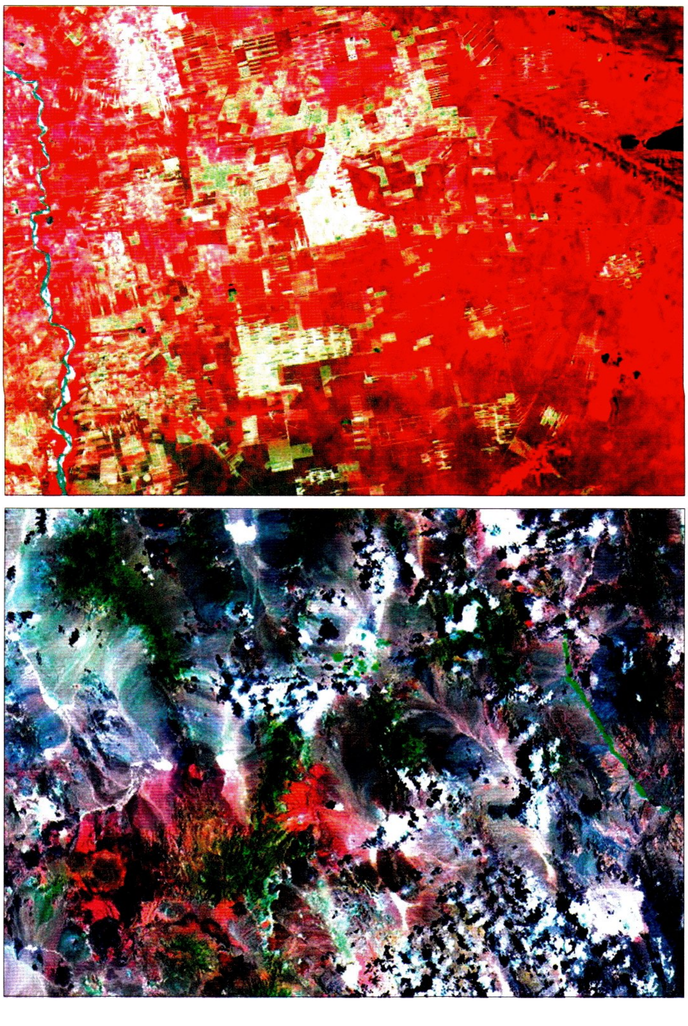
Dirbtiniai Žemės palydovai šiuo metu plačiai naudojami meteorologijoje. Orų nustatymas – sudėtingas procesas. Anksčiau duomenis apie orus sinoptikai gaudavo tik iš antžeminių stebėjimo stočių ir laivų. Tačiau pakankamai tankiai hidrometeorologinės stotys išdėstytos tik penktadalyje planetos. Vienas iš pagrindinių rodiklių, pagal kuriuos vertinama meteorologinė situacija ir sudarinėjamos orų prognozės, yra debesuotumas. Meteorologas, stebintis debesis iš Žemės, yra tarytum milžiniško oro ir debesų vandenyno dugne ir mato mažą debesų sluoksnio dalį. Surinkęs duomenis iš gretimų stočių, specialistas susidaro apytikslį debesų pasiskirstymo virš stebimos vietovės vaizdą.

Dirbtinių Žemės palydovų naudojimas pagerino meteorologinių stebėjimų sąlygas. Šie palydovai skrieja viršpolinėmis orbitomis ir daug arčiau Žemės paviršiaus nei nuostovieji palydovai. Palydove įrengta televizijos kamera vienu metu aprėpia dešimtis tūkstančių kvadratinių kilometrų. Pagal debesų paviršiaus nuotraukas aptinkami besiformuojantys ciklonai, prognozuojama, kuria kryptimi jie judės, kur kaupiasi audros ir perkūnijos debesys. Dirbtiniai Žemės palydovai surenka duomenis apie vandenyno paviršiaus temperatūrą, vėjo kryptį, greitį, kritulių gausumą. Iš britų palydovo, rinkusio duomenis virš Antarktìdos, buvo gauti įrodymai, kad ozono sluoksnyje atsirado „skylė“.

Dirbtiniai Žemės palydovai naudojami kosminėje okeanologijoje. Iš kosmoso stebimos jūrų srovės, nustatomos vandenynų srovių ribos, naftos dėmės, gerai matomos vidinės bangos, susidarančios kelių dešimčių metrų gylyje tarp skirtingo tankio vandens sluoksnių. Vidinės bangos aptiktos prie Kolùmbijos ir Kamčiãtkos krantų, Kanãrų salų. Pastebėti jas iš laivų arba lėktuvų praktiškai neįmanoma, apie jų egzistavimą anksčiau buvo tik spėjama.

Pagal kosmines nuotraukas gana tiksliai kartografuojami šiuolaikiniai ledynai, buvusių apledėjimų pėdsakai. Sunkiai prieinamus, mažai ištirtus rajonus kartografuoti tikslingiausia fotografuojant iš kosmoso. Naudojant dirbtinių Žemės palydovų surinktą medžiagą, galima tiksliai nustatyti kraštovaizdžio savybes.

Infraraudonieji palydoviniai jutikliai leidžia nustatyti grunto ir vandens temperatūrą, stebėti javų augimą, tirti, ar javai sveiki (5.11.3 pav.). Saulės elektromagnetinės spinduliuotės sugertis, atspindys, sklaida, savasis elektromagnetinis augalų spinduliavimas įvairiuose spektro ruožuose yra specifinis – priklauso nuo kultūrų būklės, vegetacijos periodo fazės. Nau-



5.11.3 pav.

dojant daugiadiagnostinę aparatūrą, pagal spektrines charakteristikas galima atpažinti ir įvertinti kiekvieną kultūrą ir jos būklę. Remiantis distanciniais stebėjimais, pavyksta laiku nustatyti ligų ir kenkėjų paveiktų kultūrų židinius, įvertinti kultūrų būklę įvairiais vegetacijos periodo laikotarpiais, ištirti dirvų sudėtį.

Iš kosmoso galima tikrinti melioracijos sistemas ir vandens telkinius, stebėti, kaip naudojama žemė, inventorizuoti ganyklas, sekti įvairių žemės darbų eigą. Europos Sąjungoje stebimos žemės ūkio naudmenos ir tikrinama, ar žemdirbiai, kuriems valstybė moka už tai, kad palieka nedirbamus žemės plotus, iš tikrųjų juose neplėtoja žemdirbystės.

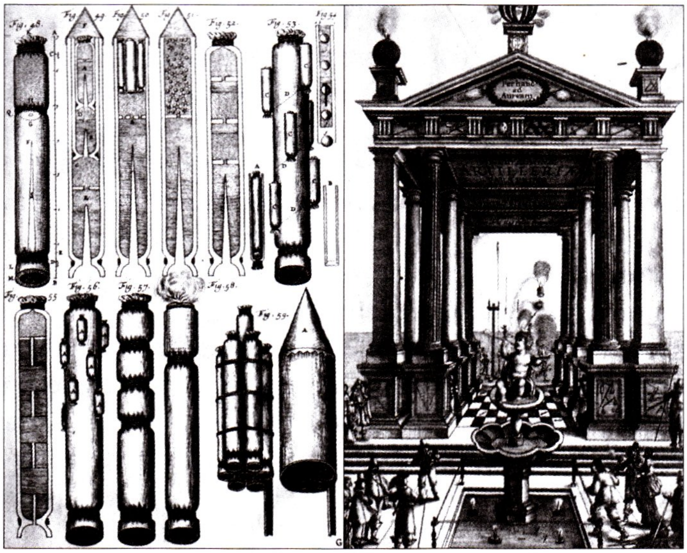
Palydovai padeda nustatyti įvairių objektų, esančių Žemės paviršiuje, padėtį. Antai navigacijos palydovais nustatoma laivų ir lėktuvų padėtis. Jie siunčia radijo signalus, pagal kuriuos laivai, lėktuvai ar automobiliai gali sužinoti savo padėtį. Kuriamos navigacijos palydovų duomenis apdorojančios sistemos. Jas bus galima naudoti praktinėms reikmėms. Jos padės automobilių vairuotojams pasirinkti maršrutus, kad keliuose būtų išvengta grūsties.

Palydovai naudojami karo reikmėms: stebi kariuomenių judėjimą, susišaudymų eigą, fiksuoja pokalbius, kurie vyksta naudojantis elektroninėmis ryšių priemonėmis.

Sudėtingus mokslinius tyrimus atlieka erdvėlaiviai su astronautų įgulomis. Kosmose gaunamos labai grynos medžiagos, naudojamos vaistų gamybai, auginami kristalai, lydomos nevienodo tankio medžiagos.

Kosminiai skrydžiai ir Lietuva

Daugiapakopės raketos idėją Lietuvojè pirmą kartą iškėlė inžinierius artileristas Kazimieras Semenavičius (1600–1651). Jis gimė Raséinių apskrityje, studijavo Vìlniaus universitete, tarnavo Žečpospolìtos kariuomenėje. 1647 m. Semenavičius buvo paskirtas Žečpospolitos artilerijos inžinieriumi, vėliau – artilerijos vyriausiojo vado pavaduotoju. 1649 m. išvyko į Olán-



5.11.4 pav.

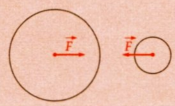
diją. Ten baigė rašyti savo veikalą „Didysis artilerijos menas“ (5.11.4 pav.). Jame pirmą kartą pasaulyje keliama daugiapakopės raketos ir raketinės artilerijos idėja, pateikiami trijų pakopų raketos brėžiniai, apžvelgiama raketų gamybos technologija. „Didysis artilerijos menas“ buvo parašytas lotynų kalba ir 1650 m. išleistas Ámsterdame. Vėliau pasirodė šio veikalo vertimai į prancūzų, vokiečių, anglų, olandų, danų kalbas. Pusantro šimto metų jis buvo svarbiausias artilerijos mokslo veikalas Europoje.

Skyriaus „Jėgos gamtoje“ apibendrinimas

Visuotinės traukos dėsnis

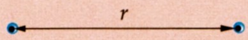
Visi kūnai veikia vienas kitą jėga, kurios modulis yra tiesiogiai proporcingas jų masių sandaugai ir atvirkščiai proporcingas atstumo tarp jų kvadratui:

$$F = G\frac{Mm}{r^2}.$$

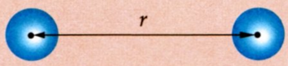


Atstumas tarp sąveikaujančių kūnų nustatomas taip:

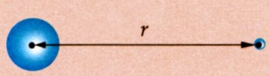
- kai jis yra labai didelis, palyginti su kūnų matmenimis, sąveikaujančius kūnus galima laikyti materialiaisiais taškais;



- kai atstumas tarp sąveikaujančių rutulių nedaug skiriasi nuo jų matmenų, tai atstumas matuojamas tarp rutulių centrų;



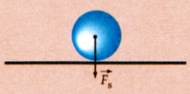
- nustatant atstumą tarp didelio spindulio (R) kūno ir mažų matmenų kūno, esančio netoli didelio kūno paviršiaus, į mažo kūno matmenis galima neatsižvelgti.

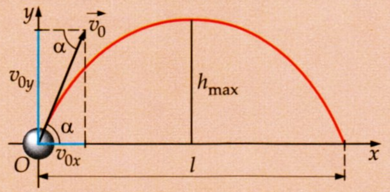
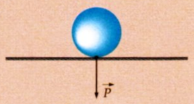
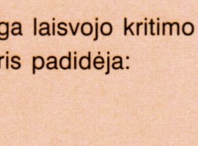


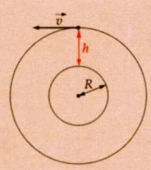
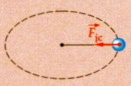
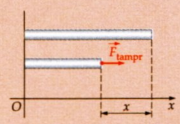
Sunkis

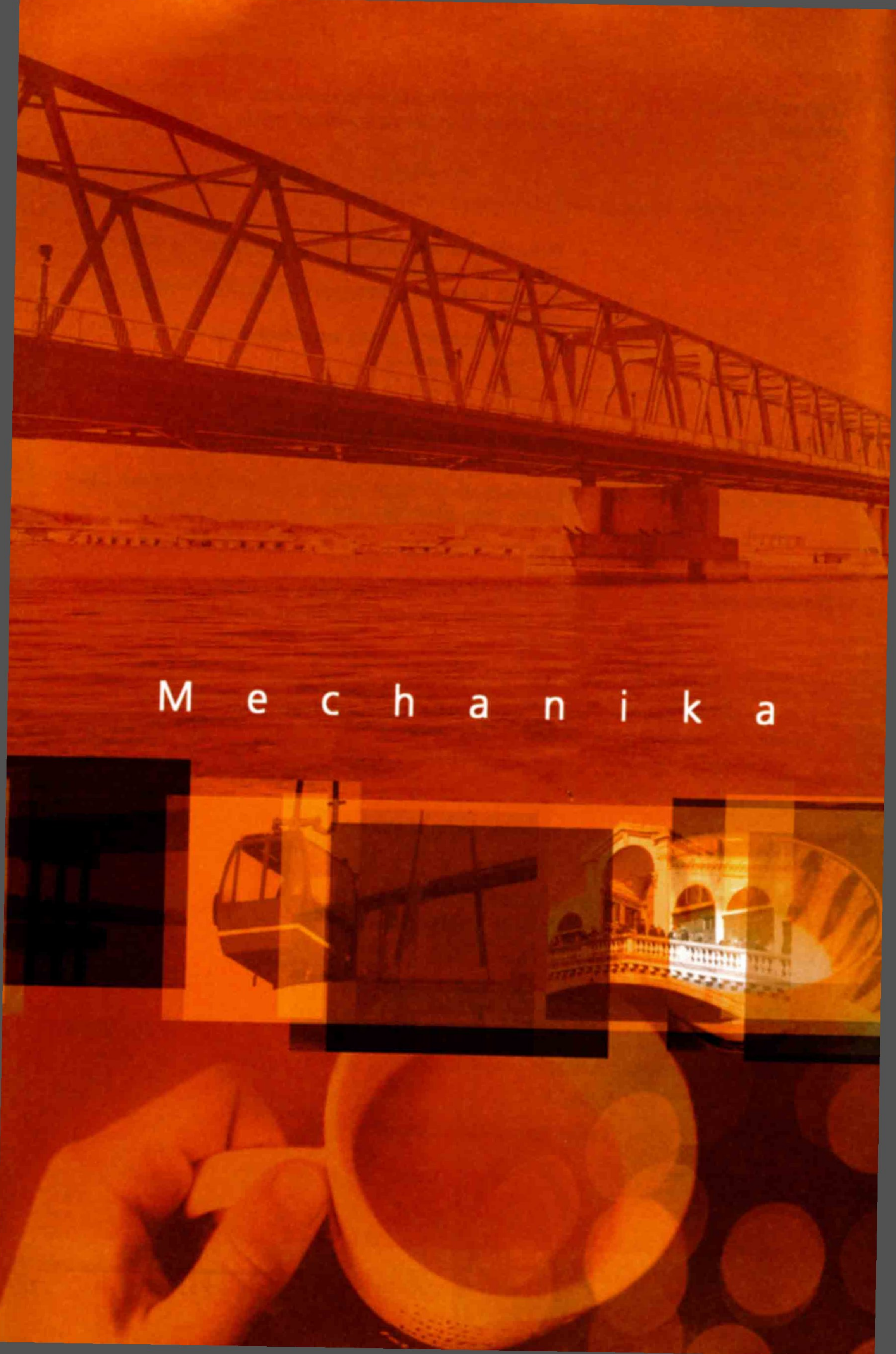
Jėga, kuria Žemė traukia kūną, vadinama sunkiu:

$$\vec{F}_s = m\vec{g}.$$



Kampu į horizontą mesto kūno judėjimas	Kampu į horizontą mesto kūno pradinio greičio projekcijos horizontaliojoje ir vertikaliojoje ašyje: $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$. Kampu į horizontą mesto kūno judėjimo lygtys: $x = v_{0x}t$, $y = v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$. 
Kūno svoris	Jėga, kuria Žemės traukiamas kūnas veikia atramą arba pakabą, vadinama kūno svoriu: $\vec{P} = m\vec{g}$. 
Su pagreičiu judančio kūno svoris	• Kai kūno pagreičio kryptis sutampa su laisvojo kritimo pagreičio kryptimi $(\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{g})$, kūno svoris sumažėja: $P = m(g - a)$. • Kai kūnas laisvai krinta $(\vec{a} = \vec{g})$, jis yra nesvarus: $P = 0$. • Kai kūno pagreičio kryptis yra priešinga laisvojo kritimo pagreičio krypčiai $(\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{g})$, kūno svoris padidėja: $P = m(a + g)$.
Trinties jėga	Jėga, atsirandanti vienam kūnui judant kito paviršiumi ir nukreipta priešinga judėjimui kryptimi, vadinama trinties jėga: $F_{tr} = \mu N$; čia μ – slydimo trinties koeficientas. 

Dirbtiniai Žemės palydovai	Aukštyje h tolygiai apskritimu skriejančio masės m dirbtinio Žemės palydovo greitis $$v = \sqrt{G\frac{M}{R+h}}.$$  • Pirmasis kosminis greitis Žemės paviršiuje v = 7,9 km/s. Trajektorija – apskritimas. • Antrasis kosminis greitis lygus 11,2 km/s. Trajektorija – parabolė. • Trečiasis kosminis greitis yra didesnis už 11,2 km/s. Trajektorija – hiperbolė.
Įcentrinė jėga	Jėga, suteikianti kūnui įcentrinį pagreitį, vadinama įcentrine jėga: $$F_{\text{įc}} = \frac{mv^2}{R}.$$ 
Tamprumo jėga	Deformuoto kūno tamprumo jėga yra tiesiogiai proporcinga kūno matmenų pokyčiui ir nukreipta priešingai kūno dalelių poslinkiui: $$(F_{\text{tampr}})_x = -kx;$$ čia k – spyruoklės standumo koeficientas; $$[k] = 1 \text{ N/m}.$$ 


Mechanika

6 Statika

Šiame skyriuje prisiminsite, kas yra kūno masės centras, ką tiria mechanikos dalis, vadinama statika. Nagrinėsite nesisukančių kūnų ir kūnų, kurie gali suktis apie įtvirtintą ašį, pusiausvyrą, aptarsite tris pusiausvyros rūšis: pastoviąją, nepastoviąją ir beskirtę.

6.1. Statikos samprata. Masės centras

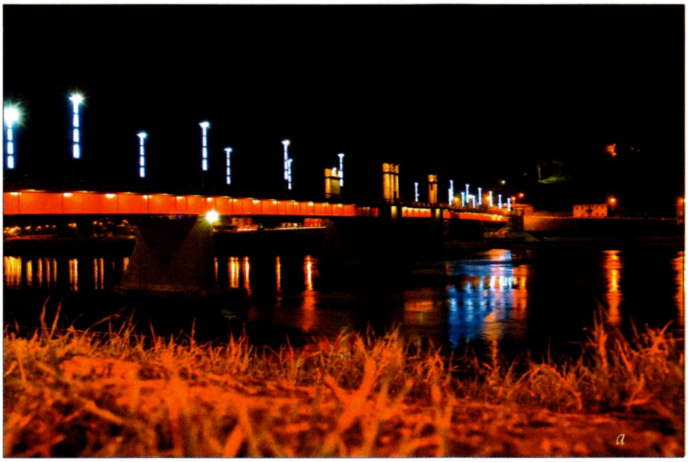
Pagrindinės sąvokos

Pusiausviràsis kū́nas, stā̃tika, mā̃sės ceñtras, jėgõs veikìmo lìnija.

Statikos samprata

Ankstesniuose skyriuose gvildenote dinãmiką, kuri yra mechãnikos dalis, tirianti kūnų judėjimo priežastis. Nagrinėdami pagrindinius dinamikos dėsnius (Niutono dėsnius), sužinojote, kokiomis sąlygomis kūnai juda su pagreičiu. Ne mažiau svarbu žinoti, kada jėgų veikiami kūnai jo neįgyja. Į tai reikia atsižvelgti konstruojant pastatus, tiltus, televizijos bokštus, arkas, atramas (6.1.1 pav.) ir kitus įrenginius bei prietaisus.

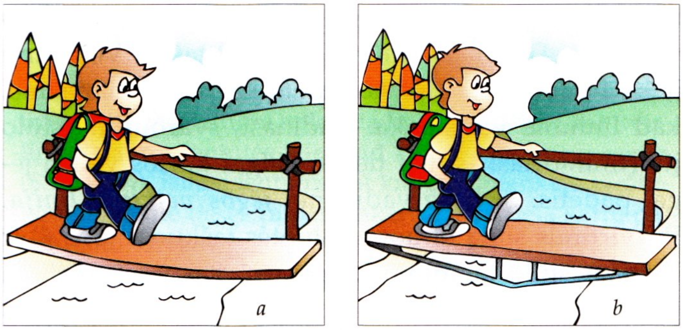
6.1.1 pav.



a

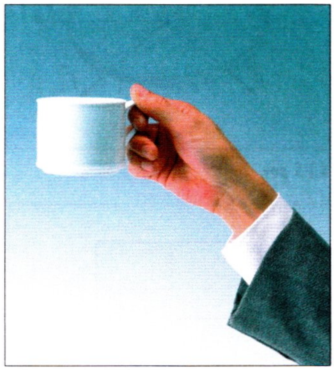


b



6.1.2 pav.

Tai užtikrina jų stabilumą, o kartais lemia fizinį žmonių saugumą. Pavyzdžiui, tiesiant paprasčiausią lieptą per upelį, pravartu žinoti, kada jis bus stabiliausias (6.1.2 pav., *a*, *b*). Dėsningumai, nuo kurių priklauso didelių statinių (6.1.1 pav.) tvirtumas ir atsparumas, būdingi ir mažiems objektams (6.1.3 pav.).



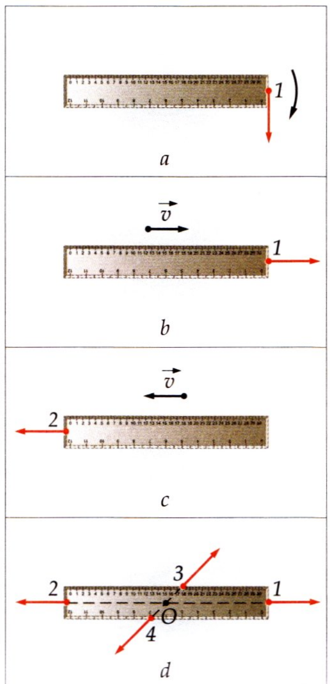
6.1.3 pav.

Tiltai, televizijos bokštai ir kiti statiniai nejuda arba, pučiant vėjui, tik šiek tiek svyruoja. Tačiau, nepaisant to, juos veikia labai didelės jėgos, kurias sukelia Žemės trauka bei grunto ir kitų tvirtinimo elementų poveikis. Kūnai, kurie veikiami jėgų neįgyja pagreičio, vadinami ***pusiausviraĩsiais kū̃nais***. ***Mechanikos dalis, nagrinėjanti kietųjų kūnų pusiausvyrą, vadinama stãtika.*** Šis fizikos skyrius remiasi Niutono dėsniais, nes būtent jie leidžia nustatyti kūnų pusiausvyros, visų pirma rimties, sąlygas.

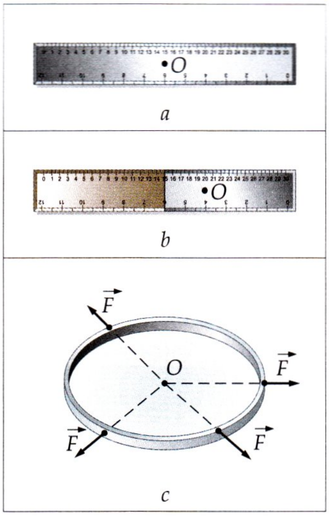
Einant šį skyrių, teks prisiminti, kad jėgos yra vektoriniai dydžiai, apibūdinami tiek moduliu, tiek kryptimi. Norint išsiaiškinti, kokiomis sąlygomis kūnas nejuda, reikia atsižvelgti į visas jį veikiančias jėgas, t. y. rasti jų atstojamąją. Be to, nagrinėjant šį skyrių, ypač svarbu suprasti, kas yra kūno masės centras.

Kūno masės centras

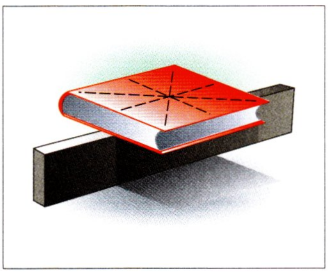
6.1.4 pav.



Su kūno masės centro sąvoka jau susipažinote žemesnėse klasėse. Prisiminkime ją atlikdami nesudėtingą bandymą. Prie liniuotės *1* taške (6.1.4 pav., *a*) pritvirtinkime siūlą. Liniuotę padėkime ant stalo ir patraukime už siūlo statmenai jos ašiai. Liniuotė pasisuks. Įvairūs jos taškai nueis nevienodą kelią ir judės skirtingu greičiu. Pakeiskime jėgos veikimo kryptį – tempkime liniuotę į dešinę (6.1.4 pav., *b*). Šiuo

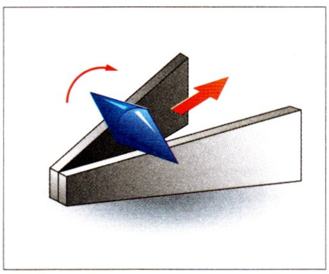


6.1.5 pav.



6.1.6 pav.

6.1.7 pav.



atveju liniuotė slinks, taigi visų jos taškų greitis bus vienodas. Dabar įtvirtinkime siūlą *2* taške. Veikdami jį 6.1.4 paveiksle, *c*, pavaizduota kryptimi, matysime, kad liniuotė vėl slenka. Vadinasi, svarbus ne siūlo įtvirtinimo taškas, bet tiesės, išilgai kurios veikia jėga, padėtis. Ši tiesė vadinama ***jėgõs veikìmo lìnija***. Pritvirtinus siūlą kituose liniuotės taškuose (*3* ir *4*) ir keičiant siūlo tempimo kryptį (6.1.4 pav., *d*), galima priversti liniuotę slinkti. Šios kryptys paveiksle taip pat pažymėtos raudona spalva. Apibendrindami bandymo rezultatus, galime teigti, kad liniuotėje yra toks taškas (*O*), kuriame susikerta jėgų, verčiančių ją slinkti, veikimo tiesės. Šis taškas vadinamas liniuotės masės centru. Atliekant bandymus, galima nustatyti ir kitų kūnų masės centrus. ***Kū́no mãsės centrù vadinamas taškas, per kurį turi eiti verčiančios kūną slinkti jėgos veikimo kryptis.***

Kai jėgos veikimo linija neina per kūno masės centrą, kūnas pasisuka (žr. 6.1.4 pav., *a*). Kiekviename taške tik viena kryptimi veikianti jėga priverčia kūną slinkti. Jos veikimo linija turi eiti per tą tašką ir kūno masės centrą.

Liniuotės, pagamintos iš vienos rūšies medžiagos (vienalytės liniuotės), masės centras sutampa su jos įstrižainių sankirtos tašku (6.1.5 pav., *a*). Jei viena liniuotės pusė padaryta iš medžio, o kita – iš metalo (6.1.5 pav., *b*), jos masės centras yra plieninėje dalyje. Žiedo masės centras yra žiedo išorėje (6.1.5 pav., *c*).

Aptarėme, kaip kūno masės centro padėtis nustatoma atliekant bandymus. Tačiau tai galima padaryti ir algebriniu būdu, apskaičiuojant masės centro koordinates. Su šiuo būdu galbūt susipažinsite mokydamiesi fizikos aukštojoje mokykloje.

Kūno masės centrą svarbu žinoti sprendžiant kinematikos uždavinius. Kai vienos ar kelių jėgų veikiamas kūnas slenka, jėga arba jėgų atstojamoji eina per jo masės centrą. Kūno masės centras juda taip, tarsi jame būtų sutelkta visa kūno masė ir jį veiktų visos kūną veikiančios jėgos. Todėl vietoj kūno judėjimo galima nagrinėti materialiojo taško – kūno masės centro – judėjimą. Kūno masės centras svarbus ir tiriant kūno pusiausvyros sąlygas.

Klausimai ir užduotys

1. Atlikdami bandymą, nustatykite knygos masės centro padėtį. Popieriumi aplenktą knygą padėkite ant įtvirtintos siauros lentutės taip, kad knyga būtų pusiausvira (6.1.6 pav.). Išilgai lentutės ant knygos aplankalo pieštuku nubrėžkite tiesę. Tą patį pakartokite, keletą kartų pakeisdami knygos padėtį.

a) Kaip vadinamas taškas, kuriame susikerta nubrėžtos tiesės?

b) Kitos spalvos pieštuku ant knygos aplankalo nubrėžkite knygos viršelio įstrižaines. Ką pastebėjote? Rezultatą paaiškinkite.

2. Bandymais nustatykite pieštuko ir liniuotės masės centrą.

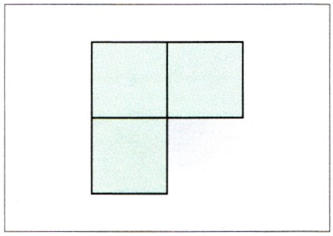
3. Atliekant bandymą, pastebėta, kad kūnas, sudarytas iš dviejų kūgių, pats ritasi įkalnėn (6.1.7 pav.). Kokia šio reiškinio priežastis?

4. Kuriuo numeriu teisingai pažymėtas akrobato, važiuojančio lynu, masės centras (6.1.8 pav.)? Atsakymą pagrįskite.

5*. Kur yra vienalytės geometrinės figūros (6.1.9 pav.) masės centras? Persibraižykite šią figūrą į savo sąsiuvinį ir brėždami raskite jos masės centrą.



6.1.8 pav.


6.1.9 pav.

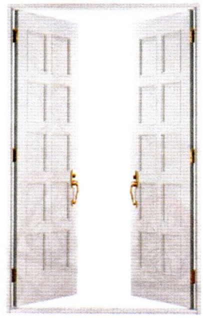
6.2. Nesisukančių kūnų pusiausvyra

Nesisukantys ir besisukantys kūnai

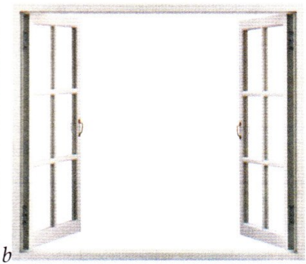
Pagrindinės sąvokos

Nesìsukančių kū́nų pusiáusvyra.

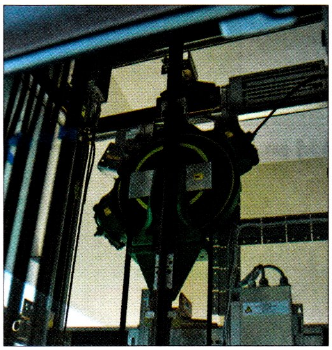
Mokydamiesi kinematikos, dažniausiai nagrinėjome nesisukančių (neturinčių sukimosi ašies) kūnų judėjimą arba rimtį: lietaus lašo kritimą, traukinio judėjimą, erdvėlaivio skrydį ir pan. Kitaip tariant, kalbėjome apie slenkančius kūnus. Tačiau mus supančioje aplinkoje yra kūnų, kurie negali slinkti. Tai – durys, langai, skridiniai ir kt. (6.2.1 pav.). Jie yra įtvirtinti, tačiau turi sukimosi ašį ir gali tik suktis. Nesisukančių ir galinčių suktis apie ašį kūnų pusiausvyros sąlygos yra skirtingos. Todėl jas aptarsime atskirai.



a



b



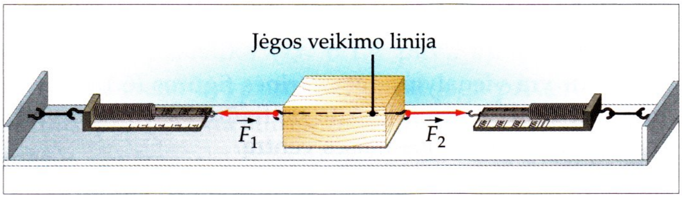
c

6.2.1 pav.

Nejudančių kūnų, kurie neturi sukimosi ašies, pusiausvyra

Negalinčių suktis kūnų pusiausvyrą pradėsime nagrinėti nuo paprasto bandymo. Prie dviejų dinamometrų pritvirtinkime medinį tašelį (6.2.2 pav.). Jis bus pusiausviras, nes išilgai vienos tiesės jį veikia dvi jėgos, kurių moduliai vienodi, o kryptys priešingos. Jėgų atstojamoji šiuo atveju lygi nuliui. Be to, veikiančių jėgų projekcijų pasirinktoje koordinačių ašyje *Ox* suma lygi nuliui. Iš šio pavyzdžio išplaukia ***negalinčių suktis kūnų pusiausvyros sąlygos:***

- ***nesisukantis kūnas yra pusiausviras, jeigu visų jį veikiančių jėgų geometrinė suma lygi nuliui;***
- ***nesisukantis kūnas yra pusiausviras, jeigu visų jį veikiančių jėgų projekcijų bet kurioje ašyje suma lygi nuliui.***

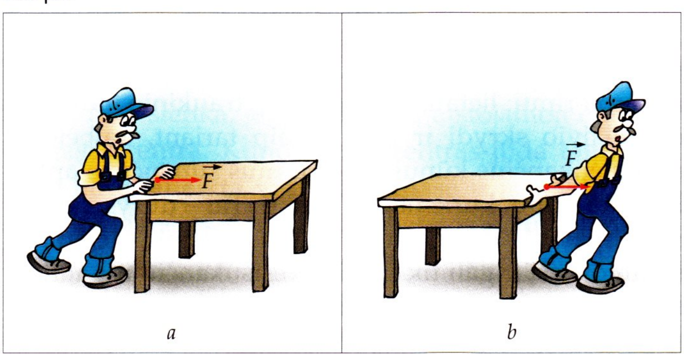


6.2.2 pav.

Aptartu atveju (6.2.2 pav.) jėgos veikė kūną ne viename taške. Tačiau svarbu ne pats jėgos veikimo taškas, o tiesė, išilgai kurios veikia jėga. Perkėlus jėgos veikimo tašką išilgai jos veikimo linijos, nepasikeičia nei stalo judėjimas, nei pusiausvyra (6.2.3 pav.).

Pusiausvyros sąlygos yra tokios pačios ir tada, kai kūną veikia daugiau jėgų. Aptarkime tai remda-

6.2.3 pav.

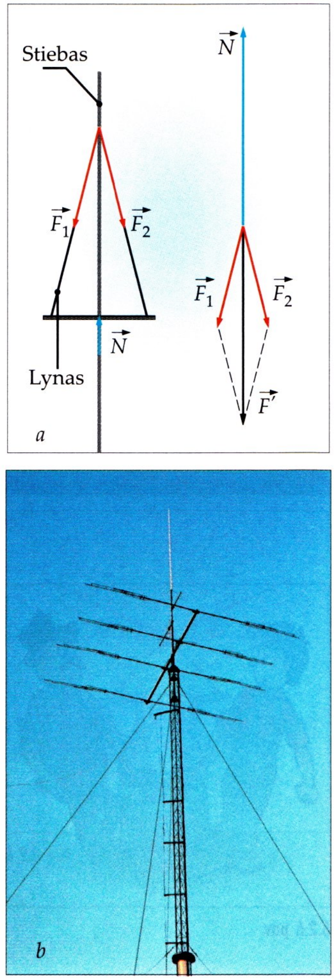


a b

miesi konkrečiu pavyzdžiu. Radijo antenos stiebas (6.2.4 pav., *a*) įtvirtintas dviem lynais. Tarkime, kad jie yra vienoje plokštumoje. Stiebą veikia lynų tamprumo jėgos $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$, tempiančios jį žemyn, ir atramos redakcijos jėga $\vec{N}$, nukreipta į viršų. Ieškodami šių jėgų geometrinės sumos (žr. 6.2.4 paveikslą, *a*, dešinėje), pirma randame jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ atstojamąją $\vec{F}$ (pagal vektorių sudėties lygiagretainio taisyklę), paskui – jėgų $\vec{N}$ ir $\vec{F}$ atstojamąją. Kadangi jėgų $\vec{N}$ ir $\vec{F}$ moduliai lygūs, o kryptys priešingos, jų atstojamoji lygi nuliui. Dėl to radijo antena yra pusiausvira.

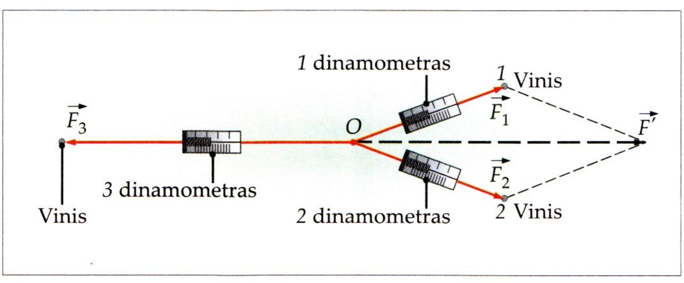
Nagrinėjome supaprastintą radijo antenos pusiausvyros atvejį. Iš tiesų anteną laiko daugiau lynų – dar du lynai kitoje plokštumoje (6.2.4 pav., *b*), todėl atramos reakcijos jėga turi kompensuoti keturių lynų tamprumo jėgų vertikaliuosius sandus.

Panašią situaciją galima sumodeliuoti klasėje, atliekant nesudėtingą bandymą. Trijų dinamometrų galus suriškime virvutėmis (taškas *O* 6.2.5 pav.). Dviejų iš tų dinamometrų laisvuosius galus įtvirtinkime skirtinguose taškuose *1* ir *2*, o trečiojo – veikime jėga, kuri kompensuoja jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ atstojamosios $\vec{F}'$ poveikį. Atstojamąją jėgą $\vec{F}'$ vaizduoja lygiagretainio įstrižainė. Taikydami lygiagretainio taisyklę, poromis galime sudėti ir kitas jėgas, pavyzdžiui, $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_3$ arba $\vec{F}_2$ ir $\vec{F}_3$. Vadinasi, jei nesisukantį kūną veikia keletas jėgų, ieškant jų geometrinės sumos, jėgas patariama suporuoti, nubraižyti kiekvienos poros jėgų lygiagretainį ir taip rasti poros geometrinę sumą – jėgų atstojamąją. Paskui reikia sudaryti jėgų atstojamųjų poras ir ieškoti jų atstojamosios. Procesas turi būti tęsiamas tol, kol lieka viena jėgų atstojamoji.



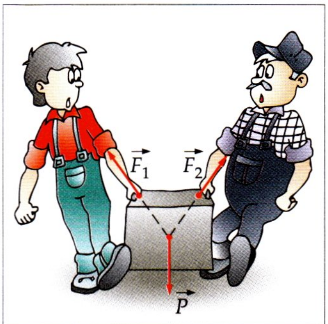
6.2.4 pav.

6.2.5 pav.



Judančių kūnų, neturinčių sukimosi ašies, pusiausvyra

Įprasta manyti, kad pusiausviri gali būti tik tie negalintys suktis kūnai, kurie nejuda: statiniai, radijo antenos, ant medžio šakos kabantis obuolys. Iš tiesų pusiausviri yra ir tiesiai bei tolygiai judantys kūnai. Pagal antrąjį Niutono dėsnį kūnas juda tiesiai ir tolygiai, kai jį veikiančių jėgų atstojamoji lygi nuliui. Taigi *neturinčių sukimosi ašies judančių kūnų* pusiausvyros sąlygos tokios pačios kaip ir *negalinčių suktis nejudančių kūnų*. Pusiausviras yra tiesiai ir tolygiai stalo paviršiumi riedantis kamuoliukas, tiesiu kelio ruožu tolygiai važiuojantis automobilis, upe pastoviu greičiu plaukianti valtis ir daugelis kitų kūnų.



6.2.6 pav.

Klausimai ir užduotys

1. Kurie šių kūnų yra pusiausviri: krintantis kamuolys, pakelėje gulintis akmuo, kabantis šviestuvas, ant stalo padėtas kompiuteris, sportininkas, bėgantis finišo tiesiąja, iš stoties pajudėjęs traukinys, į mokyklą 0,7 m/s greičiu einantis Jonukas, spintoje kabantis paltas? Atsakymą pagrįskite.

2. Persibraižykite 6.2.5 paveikslą ir, remdamiesi juo, atlikite tokias užduotis:

a) taikydami vektorių sudėties lygiagretainio taisyklę, raskite jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_3$ bei $\vec{F}_3$ ir $\vec{F}_2$ geometrinę sumą;

b) paaiškinkite, kodėl visų jėgų atstojamoji lygi nuliui;

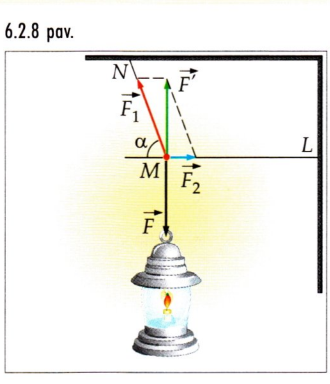
c) pasirinkite horizontalią koordinačių ašį, vienakryptę su jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ atstojamąja, ir raskite jėgų $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ bei $\vec{F}_3$ projekcijas joje;

d) nustatykite, kam lygi šių jėgų projekcijų pasirinktoje koordinačių ašyje algebrinė suma.

6.2.7 pav.



6.2.8 pav.



3. Dviem lynais krovinys tolygiai traukiamas horizontaliu paviršiumi. Lynai sudaro vienas su kitu 60° kampą, o kiekvieną lyną veikia 500 N jėga.

a) Apskaičiuokite krovinio trinties į paviršių jėgą.

b) Kokia būtų trinties jėga, jeigu lynai sudarytų 0°; 90°; 120° kampą? (866 N; 1000 N; 707 N; 500 N)

4. 6.2.6 paveiksle pavaizduota dažnai pasitaikanti situacija – du žmonės neša sunkų krovinį. Remdamiesi paveikslu, palyginkite jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ atstojamosios ir krovinio svorio $\vec{P}$ modulius. Suformuluokite išvadą.

5. 6.2.7 paveiksle schemiškai pavaizduotas hamãkas ir jame gulintis žmogus. Hamako pagrindo dalys *AB* ir *CD* sudaro su horizontalia linija 30° kampą, žmogaus masė 60 kg. Apskaičiuokite hamako tamprumo jėgą. (600 N)

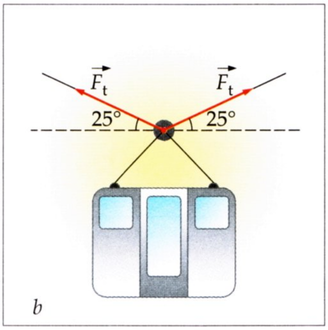
6. 1,5 kg masės žibintas prikabintas prie laido ir horizontalia atótampa patrauktas arčiau stulpo (6.2.8 pav.). Apskaičiuokite laido *ML* ir atotampos *MN* tamprumo jėgas, kai $\alpha = 60°$. (8,7 N; 17,3 N)

7. Keltuvo kabina, kurios svoris 20 kN, kabo ant lyno (6.2.9 pav.). Jo dalys su horizontu sudaro 25° kampus.

a) Apskaičiuokite lyno tamprumo jėgą F_t. (23,7 kN)

b) Palyginkite šią jėgą su kabinos svoriu. Padarykite išvadą.





6.2.9 pav.

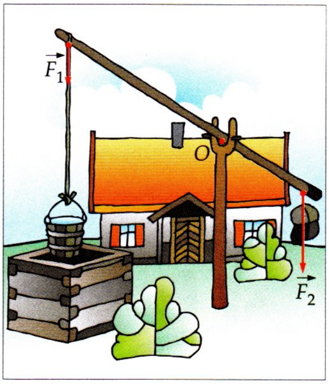
6.3. Kūnų, galinčių suktis apie ašį, pusiausvyra

Jėgos petys

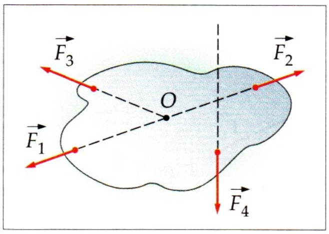
Nagrinėjant negalinčių suktis kūnų pusiausvyrą, jėgos veikdavo tą patį tašką (žr. 6.2.2, 6.2.5, 6.2.6 pav.). Tačiau galima rasti pavyzdžių (6.3.1 pav.), kai kūną veikiančios jėgos yra lygiagrečios. Tokio kūno pusiausvyrai paaiškinti reikia jėgos peties ir jėgos momento sąvokų. Apie jas jau esate girdėję pagrindinėje mokykloje. Dabar šias sąvokas prisiminsime ir mokysimės taikyti gvildendami sudėtingesnius galinčių suktis kūnų pusiausvyros atvejus.

Pagrindinės sąvokos

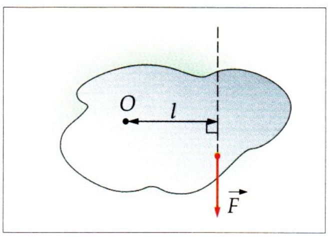
Jėgõs petiẽs il̃gis, jėgõs momeñtas, sukìmo momeñtas, niutonmètras, momeñtų taisỹklė, bendróji kū́nų pusiáusvyros sá̄lyga.



6.3.1 pav.



6.3.2 pav.



6.3.3 pav.



6.3.4 pav.

Pirmiausia svarbu išsiaiškinti, kokios jėgos gali pasukti kūną. Jėgos $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ ir $\vec{F}_3$ (6.3.2 pav.), kurių veikimo linijos eina per kūno sukimosi ašį, kūno nepasuka, nes bet kurią tų jėgų atsveria įtvirtintos ašies reakcijos jėga. Pasisukti jį priverčia tik ta jėga, kurios veikimo linija neina per sukimosi ašį. 6.3.2 paveiksle tai yra jėga $\vec{F}_4$.

Trumpiausias atstumas nuo kūno sukimosi ašies (atramos taško) iki jėgos veikimo linijos vadinamas ***jėgõs petiẽs ilgiù***. Iš geometrijos žinome, kad trumpiausias atstumas nuo taško iki tiesės yra statmuo. Todėl, norint rasti jėgos peties ilgį, reikia iš sukimosi ašies nubrėžti statmenį jėgos veikimo linijai (6.3.3 pav.). Jėgos peties ilgis paprastai žymimas raide l arba d ir matuojamas metrais:

$$[l] = 1 \text{ m}.$$

Jėgos momentas

Nuo jėgos peties ilgio priklauso jos sukamasis poveikis[1] kūnui. Kai pečiai nevienodi, to paties modulio jėga skirtingai veikia kūną, turintį sukimosi ašį. Pavyzdžiui, nešti kuprinę yra lengviau pirmuoju atveju negu antruoju (6.3.4 pav.), mat antruoju atveju jėgos petys yra ilgesnis.

Jėgos poveikis galinčiam suktis kūnui priklauso ir nuo jėgos didumo. Kai dviejų jėgų pečiai yra lygūs, didesnio modulio jėga sukelia didesnį poveikį. Pavyzdžiui, pasemti pusę kibiro vandens iš senovinio svirtinio šulinio yra lengviau nei pilną, nes pilną kibirą veikia didesnis sunkis. Apibendrinant galima teigti, kad jėgos poveikis galinčiam suktis kūnui priklauso nuo tos jėgos didumo ir jos peties ilgio.

Dydis, lygus jėgos ($\vec{F}$) modulio ir jos peties ilgio (l) sandaugai, vadinamas ***sukìmo momentù***, arba ***jėgõs momentù*** (M) sukimosi ašies atžvilgiu:

$$M = Fl. \tag{6.1}$$

Iš (6.1) formulės matyti, kad tą patį jėgos momentą gali sukelti maža jėga, kurios petys ilgas, ir didelė jėga, kurios petys trumpas. Pavyzdžiui, jei suaugęs žmogus bandys atidaryti duris, stumdamas jas arti vyrių, tai jam gali sutrukdyti mažas vaikas, kitapus durų stumdamas jas prie pat krašto (6.3.5 pav.).

[1] Toliau – poveikis.

Jėgos momento matavimo vienetas išplaukia iš (6.1) formulės:

$$[M] = 1\ \text{N} \cdot 1\ \text{m} = 1\ \text{N} \cdot \text{m}.$$

SI sistemoje jėgos momento matavimo vienetas lygus jėgos momentui, kurį sukuria 1 N jėga, kai jos veikimo linija nutolusi nuo sukimosi ašies 1 m atstumu. Šis vienetas vadinamas *niutonmetrù*.



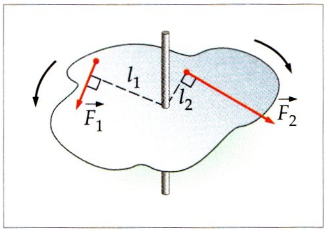
6.3.5 pav.

Momentų taisyklė

Jẽgos kūną gali pasukti prieš laikrodžio rodyklę ($\vec{F}_1$) arba pagal laikrodžio rodyklę ($\vec{F}_2$) (6.3.6 pav.). Momentus jėgų, sukančių kūną prieš laikrodžio rodyklę (M_1), įprasta laikyti teigiamais, o sukančių pagal laikrodžio rodyklę (M_2) – neigiamais. Jeigu jėgų momentų moduliai yra lygūs, o ženklai priešingi, tai algebrinė jų suma lygi nuliui:

$$F_1 l_1 - F_2 l_2 = 0 \qquad (6.2)$$

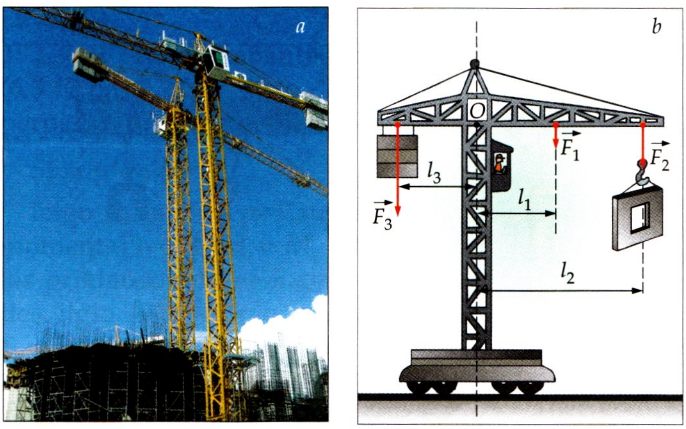
ir kūnas yra pusiausviras. Ši kūno, galinčio suktis apie įtvirtintą ašį, pusiausvyros sąlyga apibūdinama ***momeñtų taisyklè***. Momentų taisyklę suformulavome tuo atveju, kai kūną veikia dvi jėgos. Tačiau ji galioja ir tada, kai veikiančių jėgų yra daugiau. ***Kūnas yra pusiausviras, jeigu jį veikiančių jėgų momentų sukimosi ašies atžvilgiu algebrinė suma lygi nuliui:***



6.3.6 pav.

$$M_1 + M_2 + M_3 + \ldots + M_n = 0. \qquad (6.3)$$

Išnagrinėkime bokštinio krano (6.3.7 pav., *a*) pusiausvyrą. Atramos tašku pasirinkime krano tašką *O*, kuriame strėlė pritvirtinta prie bokšto (6.3.7 pav., *b*).



6.3.7 pav.

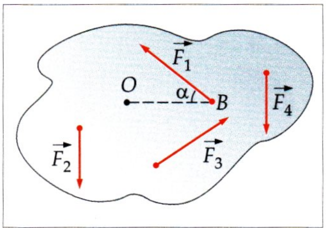
Horizontali strėlė išsikišusi nuo bokšto į abi puses, tačiau ta jos dalis, prie kurios prikabintas keliamas krovinys, yra ilgesnė. Strėlės masės centro atstumą iki atramos taško O pažymėkime l_1, o krovinio – l_2. Strėlę veikia sunkis $\vec{F}_1$ (pažymėkime jį iš masės centro), krovinį – sunkis $\vec{F}_2$. Kranas yra pusiausviras, nes jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ momentus atsveria betono bloką veikiančio sunkio $\vec{F}_3$ momentas. Šios jėgos peties ilgį pažymėkime l_3 ir užrašykime krano pusiausvyros sąlygą[1]:

$$-F_1l_1 - F_2l_2 + F_3l_3 = 0. \qquad (6.4)$$

Prieš pradedant naudoti bokštinius kranus, jų stabilumas išbandomas su įvairiais kroviniais.

Apibendrindami šiame ir ankstesniame skyrelyje nagrinėtą medžiagą, galime suformuluoti ***beñdrąją kūnų pusiáusvyros sąlygą: kūnas yra pusiausviras tada, kai jį veikiančių jėgų geometrinė suma ir tų jėgų momentų sukimosi ašies atžvilgiu algebrinė suma lygi nuliui.***

Klausimai ir užduotys



6.3.8 pav.

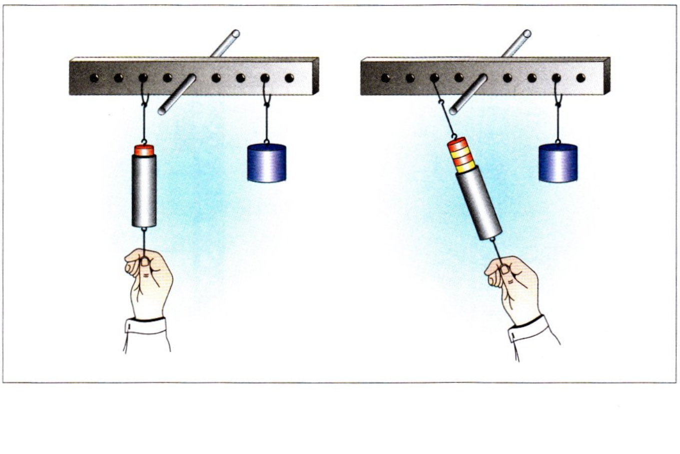
1. Kada jėgos negali pasukti kūno, turinčio sukimosi ašį?

2. 6.3.8 paveiksle pavaizduotas kūnas su įtvirtinta sukimosi ašimi O.

a) Persibraižykite brėžinį į savo sąsiuvinį ir pažymėkite jėgų pečius.

b) Nurodykite, kuria kryptimi (prieš ar pagal laikrodžio rodyklę) kiekviena jėga pasuktų kūną, jeigu neveiktų kitos jėgos.

6.3.9 pav.



[1] Iš tikrųjų viskas yra sudėtingiau. Perkeliant krovinį, sukamas ne tik kranas, bet ir krovinys stumdomas artyn arba tolyn nuo atramos taško. Kai krovinys atsiduria padėtyje, neatitinkančioje pusiausvyros sąlygos, svarbų vaidmenį atlieka lynai. Keliant krovinį, lynų įtempimas kinta ir persiskirsto taip, kad sukamieji momentai atsvertų vieni kitus.

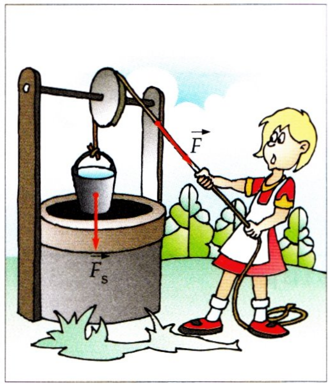
c) Užrašykite kiekvienos jėgos momento išraišką ir nurodykite to momento ženklą.

d) Apskaičiuokite jėgos $\vec{F}_1$ momentą, kai $F_1 = 50$ N, $\alpha = 45°$, $OB = 1$ m. (35,3 N · m)

3. Remdamiesi 6.3.9 paveikslu, palyginkite:
a) jėgų, kurias rodo dinamometrai, pečių ilgius;
b) dinamometrų rodmenis;
c) jėgų momentus M_1 ir M_2.
d) Paaiškinkite, kodėl abiem atvejais svertas yra pusiausviras.

4. Įrodykite, kad iš momentų taisyklės išplaukia sverto taisyklė: svertas yra pusiausviras, kai jį veikiančios jėgos atvirkščiai proporcingos jų pečiams.

5. Remdamiesi 6.3.10 paveikslu, įrodykite, kad jėga $\vec{F}$, kuria mergaitė traukia virvę, yra tokio pat dydžio kaip kibirą su vandeniu veikiantis sunkis $\vec{F}_s$.



6.3.10 pav.

Mokomės spręsti uždavinius

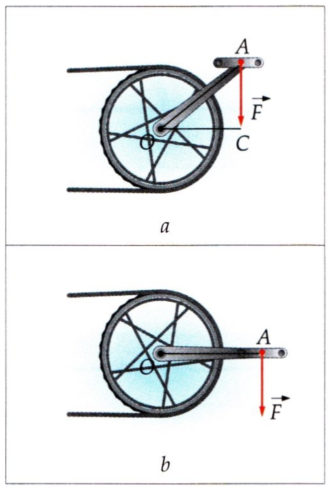
Šiame skyrelyje pateikti uždavinių sprendimo pavyzdžiai padės įtvirtinti žinias apie jėgos momentą ir momentų taisyklę.

1. Kuriuo atveju dviračio pedalą (6.3.11 pav.) veikia didesnis jėgos momentas? Atsakymą pagrįskite.

Sprendimas

Abiem atvejais dviračio pedalą veikiančios jėgos didumas yra vienodas. Vadinasi, jėgos momentas priklauso tik nuo jos peties ilgio. Antruoju atveju (*b*) jėgos petys yra ilgesnis ($OA > OC$), todėl jėgos momentas didesnis.

Atsakymas: *b* atveju.



6.3.11 pav.

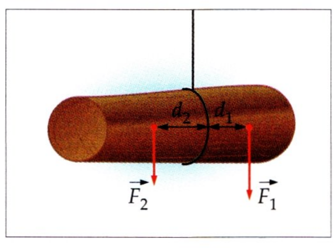
2. Ant lyno kabantis rąstas yra pusiausviras (6.3.12 pav.). Kuri rąsto dalis bus sunkesnė, kai rąstą perpjausime ties pakabinimo vieta?

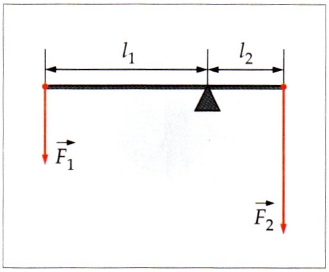
Sprendimas

Jeigu rąstas yra pusiausviras, tai jį veikiančių jėgų momentai lygūs: $M_1 = M_2$. Žinome, kad jėgos momentas priklauso nuo veikiančios jėgos didumo ir jos peties ilgio. Iš brėžinio matyti, kad $d_2 > d_1$. Vadinasi, $F_2 < F_1$. Kadangi $F_1 = m_1g$, o $F_2 = m_2g$, tai akivaizdu, kad storesnė rąsto dalis yra sunkesnė.

Atsakymas: storesnė dalis.

6.3.12 pav.





6.3.13 pav.

3. Ilgesnį sverto petį veikia jėga F_1 = 20 N, trumpesnį – jėga F_2 = 80 N (6.3.13 pav.). Kokiu atstumu nuo ilgesnio peties galo yra pusiausviro sverto atramos taškas, kai trumpesnio peties ilgis l_2 = 20 cm?

l_1	F_1 = 20 N F_2 = 80 N l_2 = 20 cm = 0,2 m

Sprendimas

Svertui taikome momentų taisyklę:

$$F_1 l_1 - F_2 l_2 = 0.$$

Iš čia išreiškiame ieškomą jėgos peties ilgį:

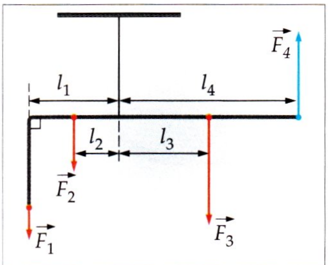
$$l_1 = \frac{F_2}{F_1} l_2.$$

Įrašę dydžių vertes, gauname:

$$l_1 = \frac{80\,\text{N}}{20\,\text{N}} \cdot 0{,}2\ \text{m} = 0{,}8\ \text{m}.$$

Atsakymas: atramos taškas yra 80 cm atstumu nuo ilgesnio peties galo.

Spręsdami trečiąjį uždavinį, momentų taisyklę taikėme neatsižvelgdami į sverto masę. Jei uždavinio sąlygoje kūno masė minima, reikia atsižvelgti į papildomą jėgos momentą, veikiantį patį kūną arba atskiras jo dalis. Pateikiame pavyzdį, kaip reikia spręsti tokio pobūdžio uždavinius.



6.3.14 pav.

4. Vienalytis tiesus 200 g masės vielos gabalas siūlu pririšamas prie stovo ir sureguliuojama jo pusiausvyra. Tada kairioji vielos dalis sulenkiama pusiau, kad sudarytų statųjį kampą (6.3.14 pav.). Kokia jėga (F_4) reikia veikti dešinįjį vielos galą, kad viela vėl būtų pusiausvira?

F_4	m = 200 g = 0,2 kg g = 10 m/s^2

Sprendimas

Siūlu pririštam vielos gabalui taikome momentų taisyklę:

$$F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_4 l_4 - F_3 l_3 = 0. \quad (1)$$

Pertvarkę gauname:

$$F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_4 l_4 = F_3 l_3. \quad (2)$$

Vielos gabalo ilgį pažymėkime l, o svorį – P. Tada (2) lygtį galėsime perrašyti taip:

$$\frac{P}{4}\cdot\frac{l}{4}+\frac{P}{4}\cdot\frac{l}{8}+F_4\cdot\frac{l}{2}=\frac{P}{2}\cdot\frac{l}{4}.$$

Išsprendę ją, gauname:

$$F_4=\frac{1}{16}P.$$

Vielos svoris $P = mg$, todėl

$$F_4=\frac{1}{16}mg.$$

Įrašome dydžių vertes:

$$F_4=\frac{1}{16}\cdot 0{,}2\ \text{kg}\cdot 10\ \text{m/s}^2,$$

$$F_4 = 0{,}125\ \text{N}.$$

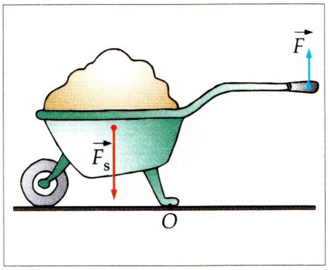
Atsakymas: 0,125 N.

Užduotys savarankiškam darbui

1. Sunkio, veikiančio į vežimėlį supiltą smėlį, petys yra 30 cm ilgio, o keliančios rankeną jėgos – 1,2 m ilgio (6.3.15 pav.).

a) Persibraižykite brėžinį į savo sąsiuvinį ir jame pažymėkite jėgų pečius.

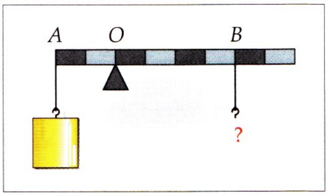
b) Apskaičiuokite, kokia jėga reikia kelti vežimėlio rankeną, kad kojelė pakiltų nuo žemės.



6.3.15 pav.

2. Dešinėje svirtinių svarstyklių lėkštelėje padėtas 100 g masės svarstis, kairėje – 101 g. Svarstyklės pusiausviros. Dešinysis jų petys yra 15,00 cm ilgio. Apskaičiuokite kairiojo peties ilgį. (14,85 cm)

3. Prie vienalyčio strypo, galinčio suktis apie ašį O, taške A prikabintas 0,8 kg masės pasvaras (6.3.16 pav.). Strypo masė 400 g. Kokios masės pasvarą reikia prikabinti taške B, kad strypas būtų pusiausviras? (0,2 kg)

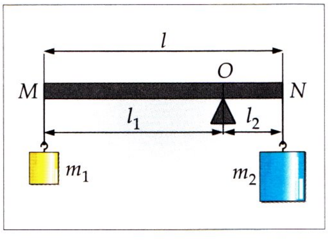


6.3.16 pav.

4. Prie 1 m ilgio sverto galų prikabinti du pasvarai. Vieno jų masė m_1 = 50 g, kito m_2 = 150 g (6.3.17 pav.). Kurioje vietoje turi būti atramos taškas O, kad svertas būtų pusiausviras?

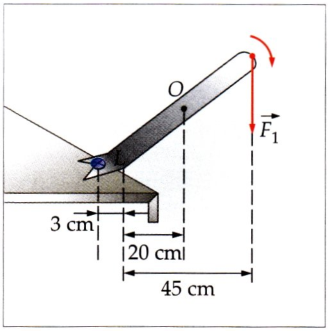
(0,75 m atstumu nuo galo, pažymėto raide M)

6.3.17 pav.

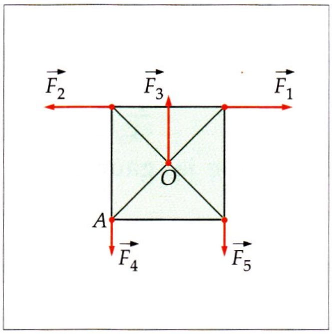


5*. Du darbininkai ant pečių neša 6 m ilgio vandentiekio vamzdį, sveriantį 120 kg. Pirmasis darbininkas į savo petį atrėmė patį vamzdžio galą, o antrasis petį pakišo 1 m atstumu nuo kito vamzdžio galo. Apskaičiuokite jėgas, kurios spaudė kiekvieno darbininko petį.

(480 N; 720 N)



6.3.18 pav.



6.3.19 pav.

6*. Vinis iš dėžės traukiama viniatraukiu, kurio masė 1 kg (6.3.18 pav.). Jis remiasi į dėžės paviršių taške *L*. Viniatraukio rankeną spaudžiant jėga F_1 = 50 N, vinis pajuda iš vietos. Kokia jėga tuo metu viniatraukis veikia vinį? Spręsdami uždavinį, pasinaudokite brėžinio duomenimis. (816,7 N)

7. Kvadrato formos plokštelę, kurios kraštinės ilgis 2 m, veikia tokios jėgos: $F_1 = 2$ N, $F_2 = 2$ N, $F_3 = 2$ N, $F_4 = 1$ N ir $F_5 = 1$ N (6.3.19 pav.). Apskaičiuokite jų momentų taškų *A* ir *O* atžvilgiu sumą. Paaiškinkite, kaip judės plokštelė. ($M_A = 0$; $M_O = 0$)

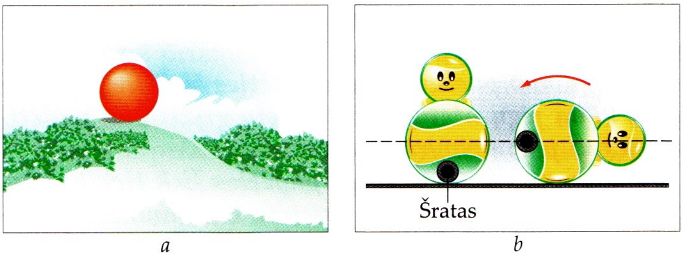
6.4. Kūnų pusiausvyros pastovumas

Pagrindinės sąvokos

Pastovióji pusiáusvyra,
nepastovióji pusiáusvyra,
beskir̃tė pusiáusvyra.

Pusiausvyros rūšys

Aptardami nesisukančių ir galinčių suktis kūnų pusiausvyrą, neįvardijome, kokia ji – pastovi ar nepastovi. Nepastovi yra, pavyzdžiui, ant kalvelės padėto kamuolio (6.4.1 pav., *a*) pusiausvyra. Vos stumtelėtas kamuolys ima riedėti žemyn ir nebegrįžta į pradinę padėtį. Tuo tarpu stovukas, paverstas ant šono ir paleistas, netrukus vėl atsistoja (6.4.1 pav., *b*). Taigi jo pusiausvyra yra pastovi. Žemesnėse klasėse, mokydamiesi fizikos, sužinojote, kad kūno pusiausvyra dar gali būti beskirtė. Toks kūnas išlieka pusiausviras, kad ir kaip keistume jo padėtį. Beskirtė yra ant ly-



6.4.1 pav.

gaus stalo paviršiaus padėto kamuoliuko, dviračio ar automobilio subalansuoto rato pusiausvyra. Vadinasi, pusiausvyra esti trejopa: ***pastovióji, nepastovióji*** ir ***beskir̃tė***.

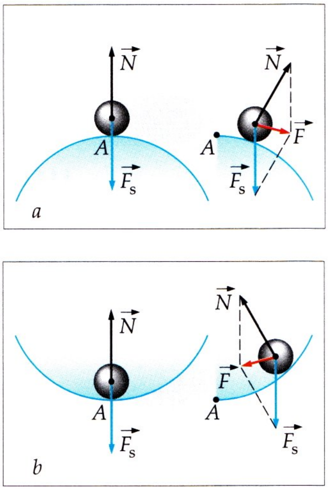
Ant atramos esančių kūnų pusiausvyros pastovumas

Įvairūs kūnai su atrama gali liestis nevienodai. Pavyzdžiui, rutuliukas liečiasi tik tašku, o kiti kūnai (pastatas, dėžė, ant stalo stovinti vaza ir pan.) – pagrindu (paviršiumi). Kada šių kūnų pusiausvyra yra pastovi ir kada – nepastovi? Atsakant į šį klausimą, teks remtis dinamikos ir statikos žiniomis.

Pradėkime nuo kūnų, kurie su atrama liečiasi viename taške. Ant iškilos atramos padėtą rutuliuką veikia dvi jėgos: sunkis $\vec{F}_s$ ir tamprumo (atramos reakcijos) jėga $\vec{N}$ (žr. 6.4.2 pav., *a*, kairėje). Jų moduliai lygūs, o kryptys priešingos, todėl atstojamoji lygi nuliui. Rutuliukas yra pusiausviras. Stumtelėtas iš pusiausvyros padėties (taško *A*), jis pasislenka. Atramos reakcijos jėga $\vec{N}$ dabar jau nebeatsveria sunkio $\vec{F}_s$ (žr. 6.4.2 pav., *a*, dešinėje). (Primename, kad atramos reakcijos jėga $\vec{N}$ visada statmena sąlyčio paviršiui.) Šių dviejų jėgų atstojamoji $\vec{F}$ vis labiau tolina rutuliuką nuo pusiausvyros padėties. Taigi taške *A* esančio rutuliuko pusiausvyra yra nepastovi.

Kai atrama įgaubta (6.4.2 pav., *b*), patraukto į šoną rutuliuko pusiausvyra taip pat sutrinka, nes atramos reakcijos jėga $\vec{N}$ neatsveria sunkio $\vec{F}_s$. Tačiau šį kartą jėgų atstojamoji grąžina rutuliuką į pusiausvyros padėtį (tašką *A*). Vadinasi, rutuliuko pusiausvyra taške *A* yra pastovi. Remdamiesi nagrinėtais pavyzdžiais,

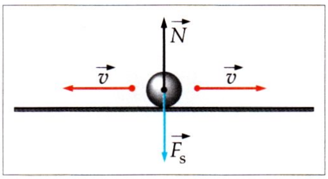
6.4.2 pav.



galime suformuluoti pastoviosios ir nepastoviosios pusiausvyros sąlygas:

- ***jeigu nuo pusiausvyros padėties šiek tiek nukrypusį kūną jėgų atstojamoji verčia grįžti į tą padėtį, tai kūno pusiausvyra yra pastovi;***
- ***jeigu nuo pusiausvyros padėties šiek tiek nukrypusį kūną jėgų atstojamoji verčia tolti nuo tos padėties, tai kūno pusiausvyra yra nepastovi.***

Nustatyti, ar kūno, kuris remiasi tašku, pusiausvyra yra pastovi, ar nepastovi, galima ir pagal kūno masės centro padėtį. Kai pusiausviro rutuliuko masės centras yra aukščiau negu esančio bet kurioje kitoje gretimoje padėtyje (6.4.2 pav., *a*), pusiausvyra nepastovi. Priešingai, kai jo masės centras yra žemiausioje iš visų galimų padėčių (6.4.2 pav., *b*), pusiausvyra pastovi. Atsižvelgiant į tai, sukonstruotas stovukas (6.4.1 pav., *b*). Apatinėje žaislo dalyje įtaisytas sunkus metalinis šratas, kad žaislo masės centras būtų kuo žemiau. Pavertus stovuką, šratas, o kartu ir žaislo masės centras pakyla. Taigi jis yra aukščiau, negu buvo pradinėje padėtyje. Dėl to stovukas pats grįžta į pradinę stabilią padėtį. Cirko akrobatai savo masės centro padėtį pažemina laikydami rankose stangrią lazdą, kurios galuose įtvirtinti masyvūs rutuliai (6.1.8 pav.).



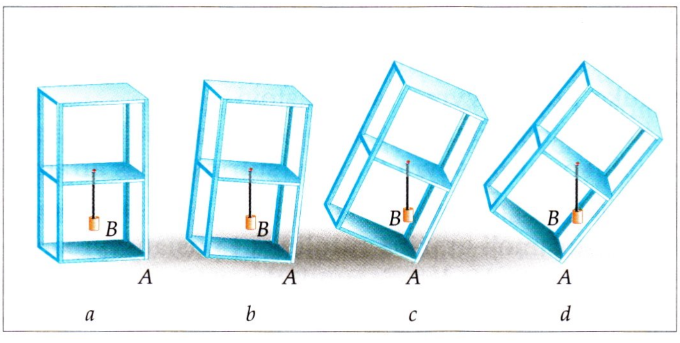
6.4.3 pav.

Atramos tašką turinčių kūnų pusiausvyra gali būti ir beskirtė. Pavyzdžiui, tokia yra ant horizontalios plokštumos (6.4.3 pav.) esančio rutuliuko pusiausvyra.

Kada kūno, kuris remiasi paviršiumi, pusiausvyra pastovi, o kada – nepastovi, nesunku paaiškinti naudojant prizmę su svambalu (6.4.4 pav.). Svambalas rodo sunkio veikimo linijos padėtį.

Prizmę, padėtą ant horizontalios atramos, veikia sunkis $\vec{F}_s$ ir atramos reakcijos jėga $\vec{N}$. Vertikali prizmė (6.4.4 pav., *a*) yra pusiausvira. Pavertus ją mažu kampu, sunkio veikimo linija kerta prizmės pagrindą

6.4.4 pav.

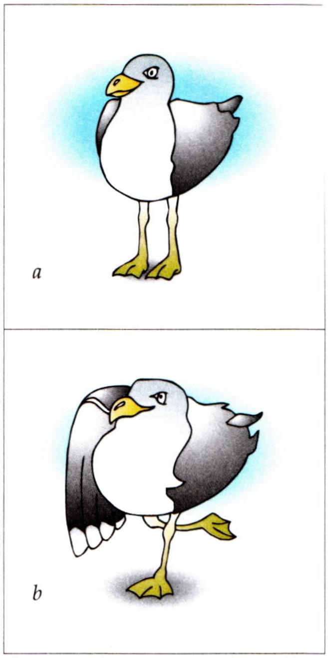


kairiau nuo atramos linijos *AB* (6.4.4 pav., *b*), todėl neišeina už prizmės pagrindo ribų. Šiuo atveju prizmės pusiausvyra yra pastovi, nes paleista prizmė grįžta į pradinę padėtį.

Pavertus prizmę didesniu kampu (6.4.4 pav., *c*), sunkio veikimo linija eina per briauną *AB*. Šiuo atveju prizmės pusiausvyra yra ribinė. Paleista prizmė gali grįžti į pradinę padėtį, bet gali ir apvirsti. Pavertus ją dar labiau (6.4.4 pav., *d*), sunkio veikimo linija atsiduria dešiniau nuo atramos linijos *AB* ir nebekerta prizmės pagrindo – paleista prizmė apvirsta.

Apibendrindami galime teigti, kad kūno, kuris remiasi paviršiumi, pusiausvyra yra pastovi, kai sunkio veikimo linija kerta tą paviršių.

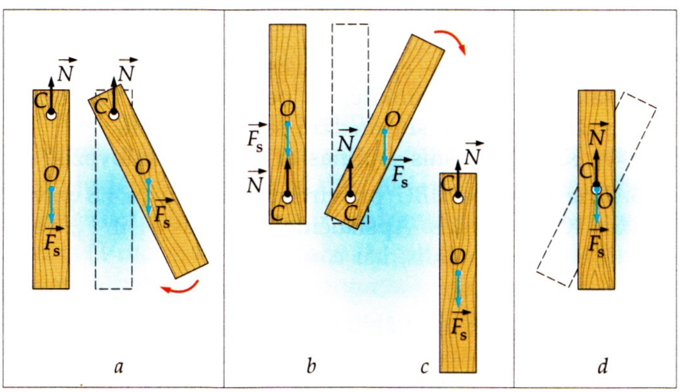
Paviršius, lemiantis kūno pusiausvyrą, ne visada sutampa su kūno paviršiaus dalimi, kuria kūnas iš tikrųjų liečiasi su atrama. Pavyzdžiui, paukštis žemę liečia tik kojomis, tačiau jo atramos paviršius, lemiantis pusiausvyros pastovumą, yra visa rusvu kontūru pažymėta dalis (6.4.5 pav., *a*). Stovinčio ant vienos kojos paukščio atramos paviršius sutampa su jo pėdos plotu (6.4.5 pav., *b*).



6.4.5 pav.

Kūnų, galinčių suktis apie ašį, pusiausvyros pastovumas

Kaip pavyzdį nagrinėkime liniuotę, pakabintą ant strypo (6.4.6 pav.). Pirmuoju atveju (6.4.6 pav., *a*) liniuotės masės centras *O* yra žemiau jos pakabinimo taško *C*. Patraukus liniuotės apatinį galą į šoną, sunkio $\vec{F}_s$ momentas grąžina liniuotę į pusiausvyros padėtį. Taigi liniuotės pusiausvyra yra pastovi. Remdamiesi šiuo pavyzdžiu, galime suformuluoti pasto-

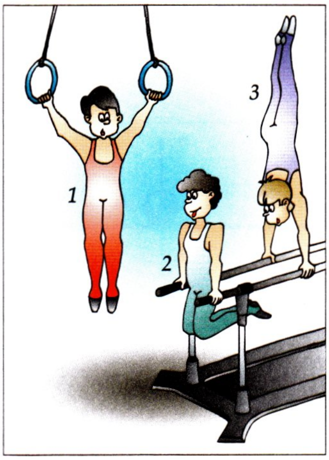


6.4.6 pav.

viosios pusiausvyros sąlygą: ***kūno, galinčio suktis apie ašį, pusiausvyra pastovi, kai jo masės centras yra žemiau sukimosi ašies.***

Tą pačią liniuotę pakabinti ant strypo taip, kaip parodyta 6.4.6 paveiksle, *b*, nepavyks. Šiek tiek pakreipta į šoną, ji užims padėtį, pavaizduotą 6.4.6 paveiksle, *c*. Liniuotę nuo pradinės padėties nutolins sunkio $\vec{F}_s$ momentas. Taigi *b* atveju liniuotės pusiausvyra yra nepastovi. Darome išvadą: ***kūno, galinčio suktis apie ašį, pusiausvyra nepastovi, kai jo masės centras yra aukščiau sukimosi ašies.***

Liniuotę galima pakabinti taip (6.4.6 pav., *d*), kad maži jos nuokrypiai nuo pusiausvyros padėties nepakeis pusiausvyros. Šiuo atveju liniuotės pusiausvyra yra beskirtė. Taigi ***kūno, galinčio suktis apie ašį, pusiausvyra beskirtė, kai jo masės centras yra sukimosi ašyje.***



6.4.7 pav.

Klausimai ir užduotys

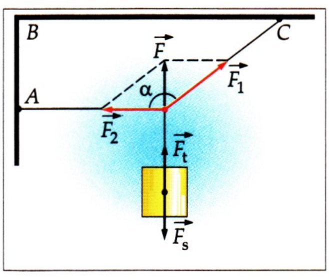
1. 6.4.7 paveiksle pavaizduotos trys skirtingos gimnastų padėtys. Nurodykite kiekvienu atveju pusiausvyros rūšį.

2. Paaiškinkite, kodėl šių kūnų pusiausvyra yra pastovi:
a) stalinės lempos;
b) bokštinio krano;
c) laboratorinio stovo.

3. 6.4.5 paveiksle, *a* ir *b*, paukščio kūno padėtis yra nevienoda. Paaiškinkite, kodėl atsistojęs ant vienos kojos paukštis pakeičia savo kūno padėtį.

4. Atsakykite į klausimus:
a) Kodėl antys ir žąsys krypuoja?
b) Kodėl, nešdamas sunkų krovinį, žmogus palinksta į priekį?
c) Kodėl, leisdamasis nuo kalno, slidininkas pritūpia?
d) Kuris medis – eglė ar pušis – yra stabilesnis? Atsakydami prisiminkite, ką per biologijos pamokas sužinojote apie šių medžių šaknų sandarą.
e) Kas stabilesnis – pilnas ar tuščias pienovežis?

6.4.8 pav.



5. Prie atramos *ABC* pritvirtintą krovinį (6.4.8 pav.) veikia 100 N sunkis. Apskaičiuokite jėgas F_1 ir F_2, veikiančias atramos dalis, kai $\alpha = 150°$.

(F_1 = 200 N; F_2 = 170 N)

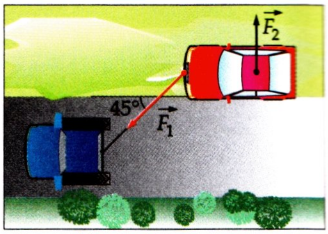
6. Šlapioje pievoje užklimpusį automobilį traktorius bando ištraukti lynu, kuris su kelkraščiu sudaro 45°

kampą (6.4.9 pav.). Lyno tamprumo jėga F_1 = 1000 N. Traktoriui pajudėjus, kelkraščio atrama neleidžia automobiliui iš karto užvažiuoti ant kelio, todėl jis ima judėti tiesiai išilgai kelkraščio. Tada automobilį dar veikia kelkraščio atramos jėga $\vec{F}_2$.

a) Nustatykite, kuria kryptimi veikia jėgų $\vec{F}_1$ ir $\vec{F}_2$ atstojamoji $\vec{F}$, kol automobilis važiuoja išilgai kelkraščio.

b) Apskaičiuokite jėgų atstojamosios $\vec{F}$ didumą.

(≈22,4 N)



6.4.9 pav.

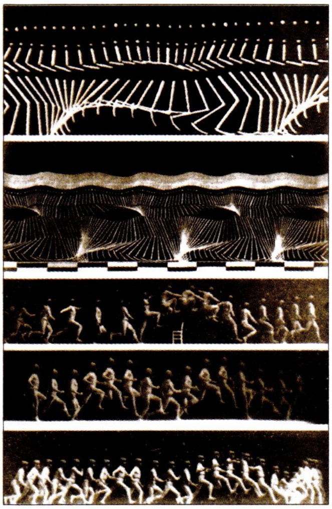
6.5. Statikos taikymas biomechanikoje

Nuolatinė ir sparti mokslo ir technikos pažanga skatina įvairių mokslų sąveiką, integracinius jų procesus. Tai patvirtina susiformavę nauji mokslai: biochèmija, biofìzika, bioinformãtika ir kt. Su ką tik nagrinėtu statikos skyriumi glaudžiai siejasi biofizikos mokslo šaka, vadinama biomechãnika (gr. *bios* – gyvybė, gyvenimas, *mechanike(techne)* – mašinų išradimo menas). Ji jungia biologiją ir mechaniką. Remdamiesi mechanikos dėsniais ir gyvųjų organizmų anatomijos bei fiziologijos ypatumais, biomechnanika tiria gyvūnų ir žmogaus organų mechanines savybes bei aktyvius judesius. Ši mokslo šaka remiasi ne tik statikos, bet ir dinamikos bei kinematikos žiniomis.

Biomechanikos mokslo užuomazgų galime aptikti jau antikoje. Mechaniniu žmogaus ir gyvūnų judėjimu domėjosi dar senovės graikų filosofas Aristotelis (384–322 pr. Kr.). Savo samprotavimus apie judėjimą jis grindė gyvenimo patirtimi ir stebėjimais. Vėliau prie biomechanikos plėtotės prisidėjo įvairių sričių mokslininkai, netgi menininkai.

Renesanso laikotarpiu žmogaus ir gyvūnų mechaniniu judėjimu domėtasi dar labiau. Italų menininkas, mechanikas, inžinierius ir matematikas Leonardas da Vinčis (*Vinci*, 1452–1519) anatomijos ir mechanikos žinias taikė aiškindamas žmogaus pozas, judėjimą. Leonardas da Vinčis yra pirmojo skraidymo aparato (sklandytuvo) projekto autorius. Šis projektas gimė inžinieriui stebint paukščių skridimą.

Pirmąją biomechanikos knygą, pavadintą „Apie gyvūnų judėjimą", parašė italų gydytojas ir matematikas Džiovanis Alfonsas Borelis (*Borelli*, 1608–1679). Joje autorius išskyrė tris judėjimo būdus: 1) atsispiriant nuo atramos (prie jo priskiriamas ėjimas, bėgimas, šuoliai); 2) atsispiriant nuo skystos arba dujinės terpės (plaukimą, skrydžius); 3) prisitraukiant (pavyzdžiui, lipimą virve).

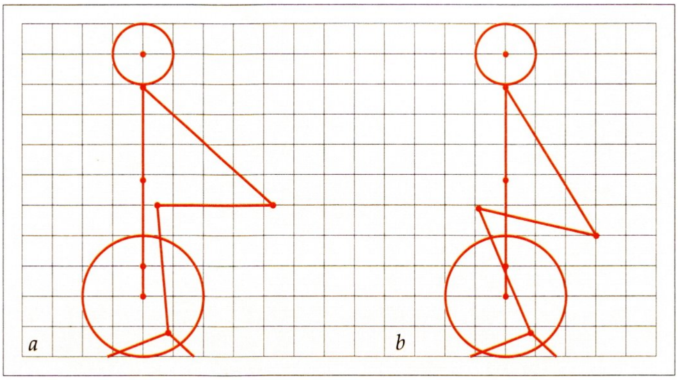


6.5.1 pav.

Žmogaus judėjimo tyrimus tęsė prancūzų fiziologas Etjenas Marė (*Marey*, 1830–1904). Jis pasiūlė tyrimo metodą – chronofotografiją (gr. *chronos* – laikas, *phos* – šviesa, *grapho* – rašau). Taikant jį, visas žmogaus judesys fiksuojamas ne keliuose fotografinio filmo kadruose (viename kadre – vienas judėjimo momentas), o vienoje fotografinėje plokštelėje (6.5.1 pav.). Vėliau šį metodą autorius šiek tiek patobulino. Plokštelėje buvo fiksuojamas ne visas tiriamojo atvaizdas, o tik būdingi kūno taškai, dažniausiai – sąnarių ašys.

XIX a. pabaigoje vokiečių mokslininkai chronofotografijos metodą patobulino dar daugiau – kartu su judesio fazėmis jie pasiūlė matuoti veikiančias jėgas. Buvo nustatytas santykinis atskirų žmogaus kūno dalių svoris ir tų dalių masės centro padėtis.

Šių dienų biomechanika – labai platus mokslas, skirstomas į atskiras šakas: bendrąją biomechaniką, žmogaus biomechaniką, sporto ir fizinių pratimų biomechaniką. Bendroji biomechanika, atsižvelgdama į gyvųjų organizmų judėjimo tyrimo rezultatus, nagrinėja įvairių gyvūnų aktyvius judesius, jų vidaus organų mechaninę veiklą, kuria atitinkamus prietaisus ir mašinas. Žmogaus biomechanika, remdamasi statikos dėsniais, tiria žmogaus judėjimą, modeliuoja širdies mechaninį darbą bei kraujotaką ir pagal tai kuria dirbtinės kraujo apytakos aparatus bei dirbtines mechanines širdis. Be to, statikos, kaip biomechanikos dalies, žinios taikomos traumotologijoje (įtvirtinant lūžusias galūnes, odontologijoje (protezuojant dantis), ortopedijoje (kuriant galūnių protezus). Sporto ir fizinių pratimų biomechanika yra žmogaus biomechanikos dalis. Remdamasi statika, ji nagrinėja žmogaus, atliekančio fizinius pratimus, judėjimo ypatybes, tiria sportininkų tiesiogiai tarpusavy susijusius judesius, aiškinasi biologines ir mechanines judėjimo priežastis, jų įtaką judesių atlikimui.

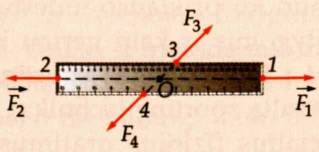
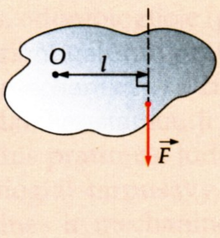


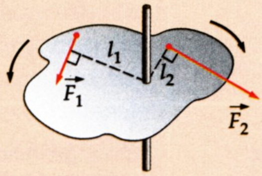
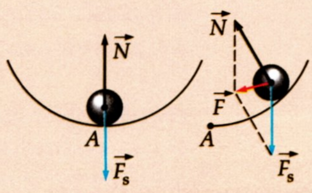
6.5.2 pav.

Tiriant sportininko judesius, siekiama atsakyti į tokius klausimus: nuo ko priklauso judesių efektyvumas; kokiomis sąlygomis ir kaip geriau juos atlikti; kaip, atsižvelgiant į individualias sportininko savybes, parinkti racionalią sportinę techniką; kaip tinkamai parinkti specialius fizinius pratimus bei treniruoklius, padedančius greičiau tobulėti fiziškai ir techniškai. Šiems uždaviniams spręsti taikomi statinės analizės metodai, pagrįsti statikos ir dinamikos žiniomis.

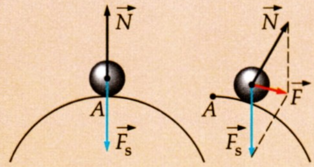
Statinės analizės metu gauti duomenys leidžia įvertinti sportininkų sąnarių apkrovas, raumenų jėgas, sportinės technikos racionalumą. Pavyzdžiui, sprendžiamas uždavinys, kuri startinė sportininko padėtis (6.5.2 pav., *a* ar *b*) yra geresnė. Norint surasti sąnarius veikiančias jėgas ir jėgų momentus, reikia žinoti bent vienos jėgos veikimo tašką, kryptį ir didumą. Šiuo atveju tai yra sunkis, einantis per sistemos masės centrą. Vadinasi, pirma reikia nustatyti sunkio didumą ir sistemos „sportininkas ir štanga" masės centro padėtį. Su kūno masės centro apskaičiavimo ir grafinio radimo metodais susipažinsite, jei mokysitės fizikos aukštosiose mokyklose.

Skyriaus „Statika“ apibendrinimas

Statika	Mechanikos dalis, nagrinėjanti kietųjų kūnų pusiausvyrą, vadinama statika.
Masės centras	Kūno masės centru vadinamas taškas (*O*), per kurį turi eiti verčiančios kūną slinkti jėgos veikimo linija. 
Pusiausvirieji kūnai	Kūnai, kurie veikiami jėgų neįgyja pagreičio, vadinami pusiausviraisiais.
Negalinčių suktis kūnų pusiausvyros sąlygos	• Nesisukantis kūnas yra pusiausviras, jeigu visų jį veikiančių jėgų geometrinė suma lygi nuliui. • Nesisukantis kūnas yra pusiausviras, jeigu visų jį veikiančių jėgų projekcijų bet kurioje ašyje suma lygi nuliui.
Jėgos peties ilgis	Trumpiausias atstumas nuo kūno sukimosi ašies (atramos taško) iki jėgos veikimo linijos vadinamas jėgos peties ilgiu. Jis žymimas raide *l* arba *d*. SI sistemoje jėgos peties ilgio matavimo vienetas yra metras: $[l] = 1$ m. 

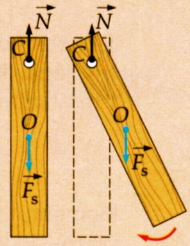
Jėgos momentas	Dydis, lygus jėgos ($\vec{F}$) modulio ir jos peties ilgio (l) sandaugai, vadinamas sukimo momentu, arba jėgos momentu (M) sukimosi ašies atžvilgiu: $$M = Fl.$$ $$[M] = 1\ N \cdot m.$$ 
Niutonmetras	1 niutonmetras (1 N · m) lygus jėgos momentui, kurį sukuria 1 N jėga, kai jos veikimo linija nutolusi nuo sukimosi ašies 1 m atstumu.
Momentų taisyklė	Momentų taisyklė nurodo, kada galintis suktis apie ašį kūnas yra pusiausviras. Ji teigia, kad toks kūnas yra pusiausviras, jeigu jį veikiančių jėgų momentų sukimosi ašies atžvilgiu algebrinė suma lygi nuliui: $$F_1l_1 + F_2l_2 + ... + F_nl_n = 0.$$ Momentus jėgų, sukančių kūną prieš laikrodžio rodyklę, įprasta laikyti teigiamais, o sukančių pagal laikrodžio rodyklę – neigiamais.
Bendroji kūnų pusiausvyros sąlyga	Kūnas yra pusiausviras tada, kai jį veikiančių jėgų geometrinė suma ir tų jėgų momentų sukimosi ašies atžvilgiu algebrinė suma lygi nuliui.
Ant atramos esančių kūnų pusiausvyros pastovumas	Jeigu nuo pusiausvyros padėties šiek tiek nukrypusį kūną veikiančių jėgų atstojamoji verčia grįžti į tą padėtį, tai kūno pusiausvyra yra pastovi. 

Jeigu nuo pusiausvyros padėties šiek tiek nukrypusį kūną veikiančių jėgų atstojamoji verčia tolti nuo tos padėties, tai kūno pusiausvyra yra nepastovi.

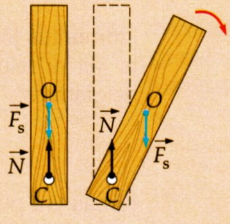


Kūnų, galinčių suktis apie ašį, pusiausvyros pastovumas

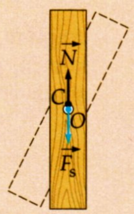
Kūno, galinčio suktis apie ašį, pusiausvyra pastovi, kai jo masės centras yra žemiau sukimosi ašies.



Kūno, galinčio suktis apie ašį, pusiausvyra nepastovi, kai jo masės centras yra aukščiau sukimosi ašies.



Kūno, galinčio suktis apie ašį, pusiausvyra beskirtė, kai jo masės centras yra sukimosi ašyje.



Laboratoriniai darbai

Apie fizikos laboratorinius darbus XI–XII klasėje

Fizikos žinios įtvirtinamos sprendžiant uždavinius, atliekant pratybų užduotis ir laboratorinius darbus. Pagrindinėje mokykloje, mokydamiesi fizikos, atlikote daug laboratorinių darbų. Pagal fizikos mokymo (išplėstinio kurso) programą XI–XII klasėje jums dar reikės atlikti 19 laboratorinių darbų: 10 darbų XI klasėje ir 9 darbus XII klasėje. Atsižvelgiant į tai, kad fizikos vadovėlį XI klasei sudaro dvi knygos, laboratoriniai darbai taip pat suskirstyti į dvi dalis: penkių darbų aprašymai pateikiami pirmojoje vadovėlio knygoje, dar penki – antrojoje. Atliekant laboratorinius darbus, reikia mokėti skaičiuoti matavimo paklaidas. Šie gebėjimai ypač svarbūs pasirinkusiems išplėstinį kursą.

Matavimo paklaidų samprata

Atliekant fizikos laboratorinius darbus, tenka matuoti įvairius dydžius, paskui apdoroti matavimo rezultatus. Matavimas – fizikinio dydžio vertės gavimas bandymo metu naudojant matavimo priemones. Matavimas gali būti:

- tiesioginis, kai fizikinio dydžio vertės nustatomos matavimo priemonėmis;
- netiesioginis, kai fizikinio dydžio vertės apskaičiuojamos pagal formules, siejančias tą dydį su kitais fizikiniais dydžiais, kurių vertės nustatomos jau matuojant tiesiogiai.

Matuojant fizikinius dydžius, neįmanoma gauti absoliučiai tikslaus rezultato. Netikslumų gali atsirasti dėl matavimo prietaisų netikslumo, dėl paties matavimo. Išmatuotos arba apskaičiuotos vertės nukrypimas nuo tiksliosios vertės vadinamas ***matãvimo pãklaida***. Pagal atsiradimo priežastis paklaidos skirstomos į dvi rūšis:

- *sistemingąsias paklaidas*, atsirandančias dėl matavimo prietaisų netikslumo, netinkamų matavimo metodų;
- *atsitiktines paklaidas*, priklausančias nuo eksperimentuotojo įgūdžių, kruopštumo ir aplinkos poveikio (temperatūros, oro drėgnio ir pan.). Matuodami labiau atsižvelgsime į sistemingąsias paklaidas.

Matavimo paklaidų skaičiavimas

Tarkime, X – matuojamas fizikinis dydis, X_{ap} – apytikslė to dydžio vertė, t. y. tiesiogiai arba netiesiogiai išmatuota vertė. Išmatuotos apytikslės vertės X_{ap} ir tiksliosios vertės X skirtumo modulis vadinamas ***absoliučiąja fizikìnio dỹdžio matãvimo pãklaida***. Ji žymima ΔX.

Didžiausia absoliučioji tiesioginio matavimo paklaida lygi príetaiso absoliučiõsios paklaidõs $\Delta_{pr}X$ ir atskaitõs absoliučiõsios paklaidõs $\Delta_{a}X$ sumai:

$$\Delta X = \Delta_{pr}X + \Delta_{a}X.$$

Iš pradžių aptarkime, kaip skaičiuojama prietaiso absoliučioji paklaida. Ją lemia prietaiso konstrukcija (matavimo prietaisų paklaidas žr. 1 lentelėje).

1 lentelė

Eil. Nr.	Matavimo prietaisas	Matavimo riba	Padalos vertė	Absoliučioji prietaiso paklaida
1.	Liniuotė mokyklinė	iki 50 cm	1 mm	±1 mm
	braižybinė	iki 50 cm	1 mm	±0,2 mm
	instrumentinė (plieninė)	20 cm	1 mm	±0,1 mm
	demonstracinė	100 cm	1 cm	±0,5 cm
2.	Matavimo juosta	150 cm	0,5 cm	±0,5 cm
3.	Matavimo cilindras	iki 250 ml	1 ml	±1 ml
4.	Slankmatis	150 mm	0,1 mm	±0,05 mm
5.	Mikrometras	25 mm	0,01 mm	±0,005 mm
6.	Mokyklinis dinamometras	4 N	0,1 N	±0,05 N
7.	Mokomosios svarstyklės	200 g	–	±0,01 g
8.	Sekundmatis	0–30 min	0,2 s	±1 s per 30 min
9.	Barometras aneroidas	720–780 mm Hg	1 mm Hg	±3 mm Hg
10.	Laboratorinis termometras	0–100 °C	1 °C	±1 °C
11.	Mokyklinis ampermetras	2 A	0,1 A	±0,005 A
12.	Mokyklinis voltmetras	6 V	0,2 V	±0,15 V

Norint patiems apskaičiuoti prietaiso absoliučiąją paklaidą, reikia žinoti jo tikslumo klasę. Ji nurodoma prietaiso skalėje arba pase. Pagal tikslumą visi elektros prietaisai skirstomi į septynias klases: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 4. Žinant prietaiso tikslumo klasę (γ_{pr})

ir visą skalę (X_{max}), galima rasti absoliučiąją paklaidą $\Delta_{pr}X$:

$$\Delta_{pr}X = \frac{\gamma_{pr}X_{max}}{100}.$$

Pavyzdžiui, jei ampermetro tikslumo klasė yra 4 ir juo galima išmatuoti 2 A srovės stiprį, tai ampermetro absoliučioji paklaida apskaičiuojama taip:

$$\Delta I_{pr} = 2\,\text{A} \cdot \frac{4}{100} = 0{,}08\,\text{A}.$$

Išsiaiškinkime, kaip skaičiuojama absoliučioji atskaitos paklaida $\Delta_a X$. Ji atsiranda matuojant, pavyzdžiui, netiksliai fiksuojant matavimo prietaisų rodmenis. ***Absoliučioji atskaitos paklaida lygi pusei smulkiausios prietaiso padalos vertės.*** Matuojant laiką, absoliučioji matavimo paklaida lygi sekundmačio arba laikrodžio padalos vertei, o matuojant masę svirtinėmis svarstyklėmis – mažiausio svarsčio, kuris neturi įtakos svarstyklių pusiausvyrai, masei.

Atsižvelgiant į absoliučiąją matavimo paklaidą, matavimo rezultatas užrašomas taip:

$$X = X_{ap} \pm \Delta X.$$

Absoliučioji matavimo paklaida paprastai apvalinama iki vieno reikšminio skaitmens ($\Delta X = 0{,}46 \approx 0{,}5$); skaitinė matavimo rezultato vertė suapvalinama tiek, kad paskutinis jos skaitmuo būtų tos pačios eilės kaip paklaidos skaitmuo ($X = 10{,}442 \approx 10{,}4$).

Santykinė paklaida (ε) lygi matuojamo dydžio absoliučiosios paklaidos ir to dydžio apytikslės vertės santykiui:

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{X_{ap}} \cdot 100\ \%.$$

Santykinė paklaida rodo matavimo kokybę. Kuo mažesnė santykinė paklaida, tuo tikslesnis matavimas.

Matuojant netiesiogiai, patariama pirmiausia apskaičiuoti santykinę paklaidą. Tai atliekama tokia tvarka. Iš pradžių apskaičiuojamos tiesiogiai matuojamų dydžių absoliučiosios paklaidos, paskui netiesiogiai matuojamo dydžio santykinė paklaida, kuri lygi visų matuojamų dydžių santykinių paklaidų sumai. Pavyzdžiui, jei netiesiogiai matuojamas fizikinis dydis X apskaičiuojamas pagal formulę

$$X = \frac{A}{B},$$

tai santykinė paklaida

$$\varepsilon_X = \varepsilon_A + \varepsilon_B = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}.$$

Galiausiai randama netiesiogiai matuojamo dydžio absoliučioji paklaida:

$$\Delta X = X_{ap}\varepsilon.$$

Aptarėme pavyzdį, kaip apskaičiuojama netiesioginio matavimo paklaida, kai fizikinis dydis išreiškiamas dviejų fizikinių dydžių santykiu. Tačiau netiesiogiai matuojami fizikiniai dydžiai gali būti išreikšti ir sudėtingesnėmis formulėmis. Kaip apskaičiuojamos santykinės paklaidos kai kuriais kitais atvejais, rodo 2 lentelė. Kiekviename laboratorinių darbų apraše, kuris pateikiamas vadovėlyje, paaiškinta, kaip reikia apskaičiuoti netiesioginių matavimų santykines paklaidas.

2 lentelė

Eil. Nr.	Fizikinio dydžio formulė	Santykinės paklaidos formulė
1.	$A = BCD$	$\varepsilon = \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D}$
2.	$A = \frac{B}{CD}$	
3.	$A = B + C$	$\varepsilon = \frac{\Delta B + \Delta C}{B + C}$
4.	$A = B\sqrt{\frac{C}{D}}$	$\varepsilon = \frac{\Delta B}{B} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta C}{C} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta D}{D}$

Matuojant fizikinius dydžius, galutinio rezultato santykinė paklaida turėtų būti ne didesnė kaip 5 %. Jeigu ji viršija 10 %, siūloma matuoti dar kartą.

Laboratorinio darbo aprašymas

Aprašant atliktą laboratorinį darbą, siūloma laikytis tokio nuoseklumo:

1. Laboratorinio darbo numeris.
2. Darbo pavadinimas.
3. Darbo tikslas.
4. Darbo priemonės.
5. Praktinio darbo turinys:
   - darbo aprašymas;
   - brėžinys (jeigu reikalingas);
   - ieškomų dydžių ir jų paklaidų formulės;
   - matavimo duomenų lentelės.
6. Galutinis rezultatas, išvada ir kt. (atsižvelgiant į darbo tikslą).

1 laboratorinis darbas

Tolygiai greitėjančio kūno pagreičio radimas

Darbo tikslas: apskaičiuoti rutuliuko, riedančio nuožulniu loveliu, pagreitį.

Teorinis darbo pagrindimas. Atliekant šį laboratorinį darbą, pagreičio negalima apskaičiuoti pagal formulę

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}, \tag{1}$$

nes neįmanoma rasti rutuliuko galinio greičio. Todėl remsimės rutuliuko poslinkio formule ir atsižvelgsime į tai, kad pradinis greitis lygus nuliui:

$$s = \frac{at^2}{2}. \tag{2}$$

Iš (2) formulės išreikškime rutuliuko pagreitį:

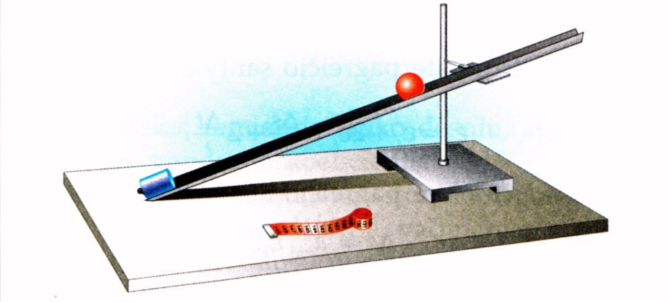
$$a = \frac{2s}{t^2}. \tag{3}$$

Iš (3) formulės matyti, kad, norint bandymais nustatyti pagreitį, reikia jį išmatuoti netiesiogiai, t. y. išmatuoti rutuliuko poslinkį s ir laiką t, per kurį pasislinko rutuliukas.

Darbo priemonės: 1) matavimo juosta; 2) metronomas; 3) lovelis; 4) rutuliukas; 5) stovas su movomis ir laikikliu; 6) metalinis ritinys.

Darbo eiga

1. Vieną lovelio galą pritvirtinkite laikikliu prie stovo taip, kad lovelis, kitu (apatiniu) galu atsirėmęs į stalą, sudarytų su horizontu nedidelį kampą (1 pav.). Apatiniame lovelio gale įtaisykite atramą – metalinį ritinį.



1 pav.

2. Pasirinkite metronomo dūžių skaičių per minutę. Siūlome imti 60 dūžių.

3. Kadangi bandymą teks atlikti kelis kartus tomis pačiomis sąlygomis, pasižymėkite pasirinktą pradinę rutuliuko padėtį.

4. Padėkite rutuliuką į pasižymėtą vietą (galite jį prilaikyti pieštuku) ir sulig metronomo dūžiu paleiskite. Suskaičiuokite, kiek dūžių išgirdote (įskaitant pirmą ir paskutinį dūžį), kol rutuliukas atsitrenkė į atramą.

5. Keisdami lovelio polinkio kampą ir atramos vietą, raskite tokią jos padėtį, kad rutuliukas atsitrenktų į atramą sulig 4-uoju metronomo dūžiu.

6. Nustatykite, kiek laiko t riedėjo rutuliukas.

7. Išmatuokite rutuliuko poslinkį. Nekeisdami lovelio nuolydžio kampo, pakartokite bandymą 4 kartus taip, kad rutuliukas į atramą ir vėl atsitrenktų sulig 4-uoju metronomo dūžiu (atramos vietą galima keisti). Pasižymėkite, kam lygūs s_1, ..., s_4.

8. Remdamiesi formule $s_{vid} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + s_4}{4}$, apskaičiuokite poslinkio vidurkį, paskui pagal formulę $a_{vid} = \frac{2s_{vid}}{t^2}$ – pagreičio modulio vidurkį.

9. Matavimo ir skaičiavimo rezultatus surašykite lentelėje:

Bandymo numeris	s, m	s_{vid}, m	Metronomo dūžių skaičius	t, s	a_{vid}, m/s^2
1					
2					
3					
4					

10. Apskaičiuokite pagreičio santykinę paklaidą

$$\varepsilon_a = \varepsilon_s + 2\varepsilon_t = \frac{\Delta s}{s} + 2\frac{\Delta t}{t}.$$

11. Apskaičiuokite pagreičio absoliučiąją paklaidą

$$\Delta a = a_{vid}\,\varepsilon_a.$$

12. Parašykite laboratorinio darbo išvadą.

Klausimai ir užduotys

1. Automobilis, važiavęs 72 km/h greičiu, pradėtas stabdyti 5 m/s^2 pagreičiu (žr. 2 pav. kairėje). Po tam tikro laiko automobilis sustojo, apsisuko ir ėmė važiuoti greitėdamas 5 m/s^2 pagreičiu (žr. 2 pav. dešinėje).

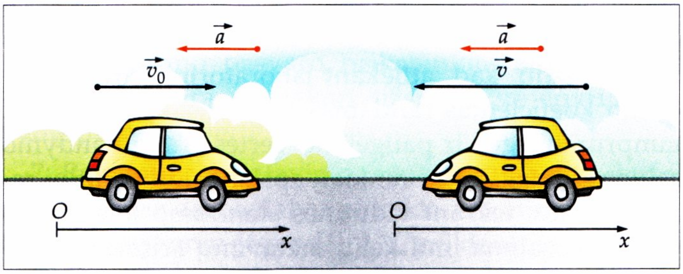
a) Koks buvo automobilio greitis praėjus 2 s nuo stabdymo pradžios?

b) Po kiek laiko automobilis sustojo?

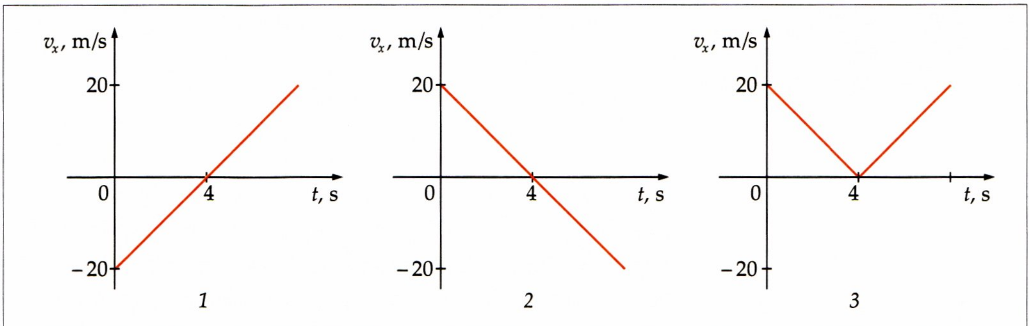
c) Koks buvo automobilio greitis, praėjus 4 s po sustojimo?

d) Kuris greičio grafikas (3 pav.) vaizduoja užduoties sąlygoje aprašytą situaciją?

2. Rutuliuko judėjimą loveliu žemyn palyginkite su upės tekėjimu. Kuo jie panašūs?



2 pav.



3 pav.

2 laboratorinis darbas

Spyruoklės standumo koeficiento matavimas

Darbo tikslas: remiantis Huko dėsniu, apskaičiuoti spyruoklės standumo koeficientą.

Teorinis darbo pagrindimas. Proporcingumo koeficientas, esantis Huko dėsnyje, vadinamas standumo koeficientu. Jis priklauso nuo kūno matmenų ir medžiagos, iš kurios pagamintas kūnas. Kaip bandymais

išmatuoti standumo koeficientą, nesunku numanyti remiantis Huko dėsniu

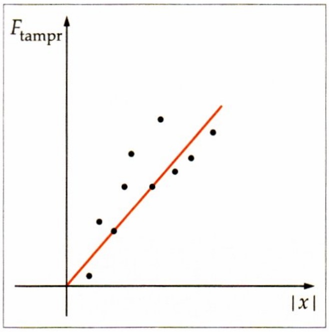
$$(F_{\text{tampr}})_x = -kx. \qquad (1)$$

Iš čia

$$k = \frac{F_{\text{tampr}}}{|x|}. \qquad (2)$$

Vadinasi, norint apskaičiuoti spyruoklės standumo koeficientą, reikia žinoti tamprumo jėgos ir spyruoklės pailgėjimo vertes. Kai pasvaras yra pusiausviras, tamprumo jėgą kompensuoja sunkis $\vec{F}_s = m\vec{g}$. Tada standumo koeficientą galima išreikšti taip:

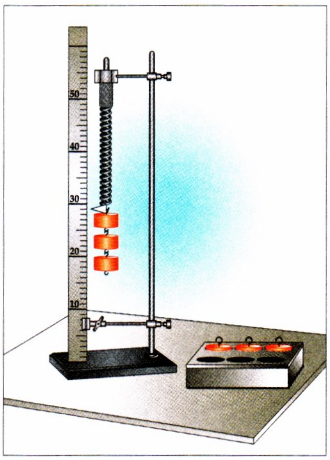
$$k = \frac{mg}{|x|}. \qquad (3)$$



1 pav.

Akivaizdu, kad, atliekant laboratorinį darbą, standumo koeficientas randamas pagal kaskart vis kitas tamprumo jėgos ir pailgėjimo vertes. Taigi bandymo sąlygos kinta. Dėl to sunkiau apskaičiuoti galutinį rezultatą, nes, ieškant vidutinės standumo koeficiento vertės, negalima imti kelių matavimų aritmetinio vidurkio. Tokiu atveju vidutinės vertės ieškoma grafiškai: remiantis kelių bandymų rezultatais, braižomas tamprumo jėgos modulio F_{tampr} priklausomybės nuo pailgėjimo modulio $|x|$ grafikas. Dėl matavimo paklaidų brėžinyje pažymėti taškai gali nebūti vienoje tiesėje, vaizduojančioje matematinę priklausomybę $F_{\text{tampr}} = k|x|$. Tada grafiką reikia brėžti taip, kad abiejose jo pusėse būtų maždaug po tiek pat taškų (1 pav.). Pasirinkus grafiko tašką, esantį vidurinėje dalyje, randamos atitinkamos tamprumo jėgos modulio ir pailgėjimo vertės. Pagal jas apskaičiuojama spyruoklės standumo koeficiento vidutinė vertė k_{vid}.

2 pav.



Darbo priemonės: 1) stovas su movomis ir laikikliu; 2) sraigtinė spyruoklė; 3) pasvarų rinkinys (kiekvieno jų masė $m_0 = 0{,}100$ kg, masės paklaida $\Delta m_0 = 0{,}002$ kg); 4) liniuotė su milimetrinėmis padalomis.

Darbo eiga

1. Vieną sraigtinės spyruoklės galą įtvirtinkite stove (2 pav.).

2. Šalia spyruoklės įtaisykite liniuotę su milimetrinėmis padalomis.

3. Užsirašykite tą liniuotės padalą, ties kuria yra neištemptos spyruoklės rodyklė.

4. Sudarykite matavimo rezultatų lentelę:

Bandymo numeris	m, kg	mg, N	$\|x\|$, m
1			
2			
3			
4			

5. Prie laisvojo spyruoklės galo iš pradžių prikabinkite vieną žinomos masės pasvarą ir išmatuokite spyruoklės pailgėjimą. Gautą rezultatą įrašykite į lentelę.

6. Prie pirmo pasvaro prikabinkite antrą, trečią, ketvirtą pasvarą ir kaskart užsirašykite spyruoklės pailgėjimo $|x|$ vertę.

7. Remdamiesi matavimo rezultatais ir atsižvelgdami į teorinėje darbo dalyje pateiktą aiškinimą, nubraižykite tamprumo jėgos $(F_{\text{tampr}})_x$ priklausomybės nuo pailgėjimo $|x|$ grafiką. Iš jo raskite vidutinę spyruoklės standumo koeficiento vertę k_{vid}.

8. Apskaičiuokite didžiausią santykinę standumo koeficiento k_{vid} paklaidą (remdamiesi bandymo su vienu pasvaru rezultatais)

$$\varepsilon_k = \varepsilon_m + \varepsilon_g + \varepsilon_x.$$

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0{,}002 \text{ kg}}{0{,}100 \text{ kg}} = 0{,}02;$$

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} = \frac{0{,}02 \text{ m/s}^2}{10 \text{ m/s}^2} = 0{,}002;$$

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x} = \frac{1 \text{ mm}}{25 \text{ mm}} = 0{,}04.$$

9. Apskaičiuokite spyruoklės standumo koeficiento absoliučiąją paklaidą $\Delta k = \varepsilon_k k_{\text{vid}}$.

10. Užrašykite galutinį rezultatą

$$k = k_{\text{vid}} \pm \Delta k.$$

11. Parašykite laboratorinio darbo išvadą.

Klausimai ir užduotys

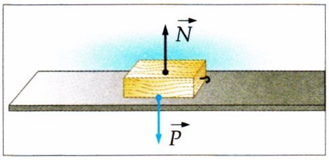
1. Kokiomis sąlygomis atsiranda tamprumo jėgos?

2. Nuo ko priklauso spyruoklės standumo koeficientas? Ar jis pasikeistų, jei bandymas būtų atliktas aliejuje? Atsakymą pagrįskite.

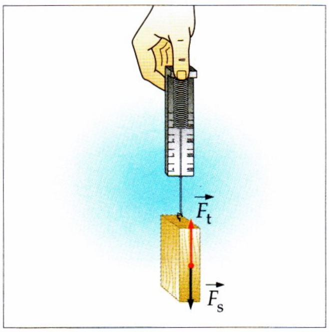
3. Tarp dviejų vienodų vežimėlių, kurių kiekvieno masė 100 g, įtaisyta suspausta spyruoklė. Jos ilgis 6 cm, standumo koeficientas 30 N/m. Spyruoklei išsitiesiant, vežimėliai pradėjo riedėti 6 m/s^2 pagreičiu. Apskaičiuokite nedeformuotos spyruoklės ilgį. (8 cm)

3 laboratorinis darbas

Slydimo trinties koeficiento apskaičiavimas

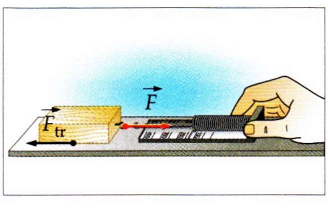


1 pav.



2 pav.

3 pav.



Darbo tikslas: apskaičiuoti medine liniuote slystančio medinio tašelio slydimo trinties koeficientą.

Teorinis darbo pagrindimas. Trinties tarp medinės liniuotės ir medinio tašelio koeficientą rasime remdamiesi trinties jėgos formule

$$\vec{F}_{tr} = \mu\vec{N}. \quad (1)$$

Kai kūnas padėtas ant horizontalios plokštumos, atramos reakcijos jėgos modulis lygus kūno svoriui (1 pav.):

$$N = P. \quad (2)$$

(2) įrašę į (1), išreiškiame trinties koeficientą:

$$\mu = \frac{F_{tr}}{P}. \quad (3)$$

Iš (3) formulės matyti: norint apskaičiuoti trinties koeficientą, reikia išmatuoti kūno svorį ir kūną veikiančią trinties jėgą. Svorį galima nustatyti dinamometru (2 pav.). Tuo pačiu dinamometru išmatuojama ir kūną veikianti trinties jėga. Tereikia tašelį su pasvarais tolygiai traukti horizontaliu paviršiumi (3 pav.). Traukos jėgos modulis (jį rodys dinamometras) bus lygus trinties jėgos moduliui.

Atliekant šį laboratorinį darbą, reikia nubraižyti F_{tr} priklausomybės nuo P grafiką ir apskaičiuoti vidutinę trinties koeficiento vertę μ_{vid}.

Skaičiuojant paklaidas, *reikia atsižvelgti į tai, kaip nusistovi dinamometro rodyklė*:

- jeigu ji sutampa su skalės brūkšneliu, dinamometro paklaida $\Delta_d = 0,05$ N;
- jeigu nesutampa su skalės brūkšneliu, $\Delta_d = 0,1$ N.

Darbo priemonės: 1) dinamometras; 2) medinis tašelis; 3) medinė liniuotė; 4) pasvarų rinkinys.

Darbo eiga

1. Ant horizontalios medinės liniuotės padėkite tašelį, o ant jo uždėkite pasvarą.

2. Pritvirtinę prie tašelio dinamometrą, traukite jį tolygiai išilgai liniuotės. Užrašykite dinamometro rodmenį.

3. Pasverkite pasvarą ir tašelį. Užrašykite rezultatą.

4. Pakartokite bandymą kelis kartus. Iš pradžių prie pirmojo pasvaro pridėkite antrąjį, paskui trečiąjį. Kaskart išmatuokite trinties jėgą.

5. Pasverkite du pasvarus ir tašelį; tris pasvarus ir tašelį.

6. Sudarykite ir užpildykite matavimo rezultatų lentelę:

Bandymo numeris	P, N	F_{tr}, N
1		
2		
3		
4		
5		

7. Remdamiesi lentelės duomenimis, nubraižykite trinties jėgos priklausomybės nuo kūno svorio grafiką ir iš jo nustatykite vidutinę trinties koeficiento vertę μ_{vid}.

8. Apskaičiuokite didžiausią santykinę trinties koeficiento matavimo paklaidą

$$\varepsilon_\mu = \varepsilon_{F_{tr}} + \varepsilon_P = \frac{\Delta F_{tr}}{F_{tr}} + \frac{\Delta P}{P}. \quad (4)$$

Iš (4) formulės matyti, kad trinties koeficiento matavimo paklaida yra didžiausia tada, kai bandymas atliekamas su vienu pasvaru.

9. Apskaičiuokite šio matavimo absoliučiąją paklaidą

$$\Delta\mu = \varepsilon_\mu \mu_{vid}.$$

10. Užrašykite galutinį darbo rezultatą

$$\mu = \mu_{vid} \pm \Delta\mu.$$

11. Parašykite laboratorinio darbo išvadą.

Klausimai ir užduotys

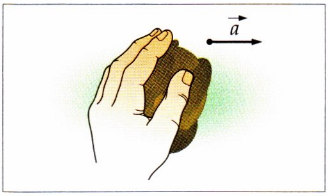
1. Apskaičiuotą slydimo trinties koeficientą palyginkite su rimties trinties koeficientu.

2. Ar gali trinties jėga būti judėjimo priežastis? Atsakymą pagrįskite.

3. Kas lemia trinties koeficiento vertę?

4. Trinties tarp puodžiaus rankos ir molio koeficientas lygus 0,8. Kokiu pagreičiu reikia judinti ranką, kad molio gabalas nenukristų nuo puodžiaus delno (4 pav.)?
(12,3 m/s²)

4 pav.

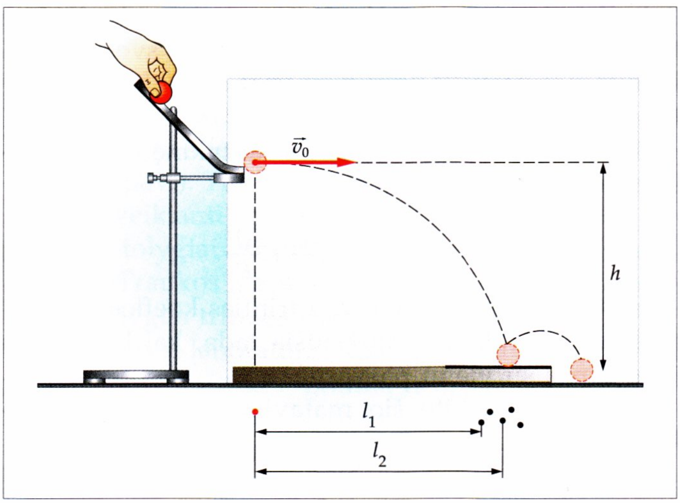


4 laboratorinis darbas
Kūno judėjimo parabole tyrimas

Darbo tikslas: ištirti horizontaliai mesto kūno judėjimą ir išmatuoti pradinį to kūno greitį.

Teorinis darbo pagrindimas. Horizontaliai mestas rutuliukas juda parabolės šaka (1 pav.). Koordinačių pradžią sutapdinkime su rutuliuko išmetimo vieta, *Ox* ašį nukreipkime horizontaliai, *Oy* ašį – vertikaliai žemyn. Rutuliuko judėjimą pasirinktų ašių atžvilgiu apibūdina tokios lygtys:

1 pav.



$$x = v_0 t, \quad (1)$$

$$y = \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Remiantis jomis, galima sužinoti rutuliuko pradinį greitį. Iš (1) formulės išreikškime jį, vietoj koordinatės x pokyčio įrašydami lėkio nuotolį l, t. y. koordinatę x, atitinkančią kūno kritimo iš aukščio h laiką t:

$$v_0 = \frac{l}{t}. \quad (3)$$

Atsižvelgdami į tai, kad $y = h$, iš (2) lygties išreikškime rutuliuko kritimo laiką t:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (4)$$

(4) įrašę į (3), gauname formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti rutuliuko pradinį greitį:

$$v_0 = l\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (5)$$

Iš (5) formulės matyti, kad, norint apskaičiuoti horizontaliai mesto rutuliuko pradinį greitį, reikia išmatuoti jo lėkio nuotolį l ir kritimo aukštį h. Dėl to, nekeičiant bandymo sąlygų, rutuliuką teks išmesti keletą kartų (1 pav.). Lėkio nuotolio vertės dėl įvairių priežasčių bus nevienodos. Matuojamo dydžio verte laikysime kelių bandymų rezultatų aritmetinį vidurkį.

Darbo priemonės: 1) liniuotė su milimetrinėmis padalomis; 2) stovas su mova ir laikikliu; 3) lovelis rutuliukui paleisti; 4) fanerinė lenta; 5) rutuliukas; 6) keletas lapų balto popieriaus; 7) smeigtukai; 8) kalkė.

Darbo eiga

1. Prie fanerinės lentos prismeikite balto popieriaus lapą. Tada lentą laikikliu pritvirtinkite prie stovo. Ji turi būti vertikali (1 pav.). Lovelį įtaisykite taip, kad užlenktas jo galas būtų horizontalus.

2. Ant stalo paviršiaus padėkite balto popieriaus lapą, o ant jo uždėkite kalkę[1].

3. Parinkite tokį laikiklio aukštį, kad išriedėjęs iš viršutinės lovelio padėties rutuliukas nukristų ant kalkės.

4. Paleiskite rutuliuką penkis kartus, kaskart iš tos pačios vietos. Nuimkite kalkę.

[1] Šį laboratorinį darbą galima atlikti ir be kalkės. Tada rutuliuką reikia ištepti aliejumi arba vazelinu.

5. Išmatuokite rutuliuko lėkio nuotolį l ir aukštį h. Sudarykite ir užpildykite matavimo rezultatų lentelę:

1 lentelė

Bandymo numeris	h, m	l, m	l_{vid}, m	$v_{0\ vid}$, m/s
1				
2				
3				
4				
5				

6. Pradinio greičio vidutinę vertę apskaičiuokite pagal formulę

$$v_{0\,\text{vid}} = l_{\text{vid}}\sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

7. Remdamiesi formulėmis $x = v_0 t$ ir $y = \frac{gt^2}{2}$, apskaičiuokite rutuliuko koordinatę x kas 0,05 s ir užpildykite 2 lentelę:

2 lentelė

t, s	0	0,05	0,10	0,15	0,2
x, m	0				
y, m[1]	0	0,012	0,049	0,110	0,190

8. Pagal 2 lentelės duomenis nubraižykite rutuliuko judėjimo trajektoriją.

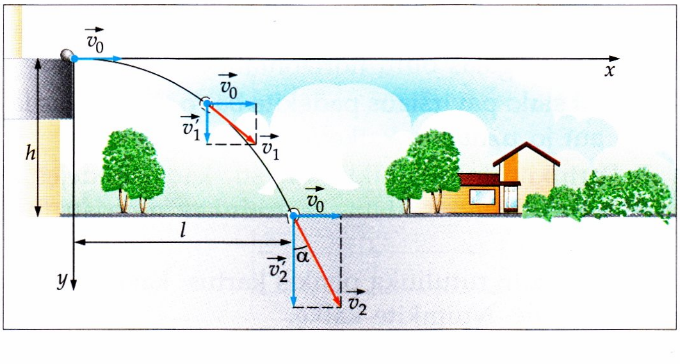
9. Paleiskite rutuliuką loveliu ir įsitikinkite, kad jo trajektorija artima nubraižytai parabolės šakai.

Klausimai ir užduotys

1. Kaip juda horizontaliai mestas kūnas?

2. Kas lemia horizontaliai mesto kūno lėkio nuotolį?

2 pav.



[1] Lentelėje pateikiamos jau apskaičiuotos koordinatės y vertės.

3. Akmuo buvo nustumtas nuo balkono krašto horizontalia kryptimi (2 pav.). Po 2 s jis nukrito ant žemės 40 m atstumu nuo balkono. Apskaičiuokite:

a) aukštį, iš kurio buvo išmestas akmuo; (19 m)

b) akmens pradinį ir galinį greitį; (20 m/s; 28 m/s)

c) kampą α, kurį galinio greičio vektorius sudarė su Žemės paviršiumi. (45°)

5 laboratorinis darbas

Kūno, galinčio suktis apie įtvirtintą ašį, pusiausvyros tyrimas

Darbo tikslas: ištirti kūno, galinčio suktis apie įtvirtintą ašį, pusiausvyrą.

Teorinis darbo pagrindimas. Dydis, lygus jėgos ($\vec{F}$) modulio ir jos peties ilgio (l) sandaugai, vadinamas sukimo momentu, arba jėgos momentu (M) sukimosi ašies atžvilgiu:

$$M = Fl. \qquad (1)$$

Jėgos peties ilgis l yra trumpiausias atstumas nuo sukimosi centro ašies iki jėgos veikimo linijos. Pagal momentų taisyklę kūnas, galintis suktis apie įtvirtintą ašį, yra pusiausviras, jei visų jį veikiančių jėgų momentų algebrinė suma lygi nuliui:

$$M_1 + M_2 + M_3 + \ldots + M_n = 0. \qquad (2)$$

Momentai jėgų, sukančių kūną prieš laikrodžio rodyklę, yra teigiami, o sukančių pagal laikrodžio rodyklę – neigiami.

Darbo priemonės: 1) stovas su mova; 2) svertas; 3) dinamometras; 4) pasvarų komplektas.

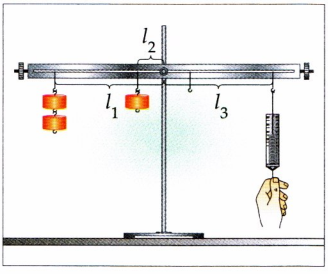
Darbo eiga

1. Stovo movoje horizontaliai įtvirtinkite ašį ir ant jos užmaukite svertą. Sukiodami jo galuose įtaisytas paslankias veržles, sureguliuokite svertą taip, kad jis būtų horizontalus.

2. Dinamometru išmatuokite pasvarų svorį.

3. Prie vieno sverto peties (kitą petį prilaikydami) dviejose jo vietose prikabinkite pasvarus (1 pav.).

1 pav.



4. Prie kito sverto peties pritvirtinkite dinamometrą ir, tempdami jį žemyn, išmatuokite, kokia jėga reikia veikti svertą, kad jis būtų pusiausviras.

5. Liniuote išmatuokite jėgų $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ ir $\vec{F}$ pečių ilgius.

6. Pagal (1) formulę apskaičiuokite jėgų $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ ir $\vec{F}$ momentų M_1, M_2 ir M_3 vertes.

7. Išmatuotas ir apskaičiuotas dydžių vertes surašykite į lentelę:

l_1, m	l_2, m	l_3, m	P_1, N	P_2, N	F, N	M_1, N · m	M_2, N · m	M_3, N · m

8. Santykį $\frac{M_1 + M_2}{M_3}$ palyginkite su vienetu ir padarykite išvadą apie paklaidą, padarytą bandymu tikrinant momentų taisyklę.

Klausimai ir užduotys

1. Įvertinkite veiksnius, kurie lėmė bandymo metu atsiradusias matavimo paklaidas.

2. Pateikite galinčių suktis kūnų pusiausvyros pavyzdžių.

3. Kas atsitiktų svertui, jeigu prie jo pasvarą prikabintume tik iš vienos pusės? Kam būtų lygus šį pasvarą veikiančios jėgos momentas, nusistovėjus pusiausvyrai?

4. Lenta, kurios masė 8 kg, atremta taške, nutolusiame nuo galo $\frac{1}{4}$ jos ilgio. Kokia jėga statmenai lentai reikia spausti trumpąjį jos galą, kad lenta būtų pusiausvira?

Priedai

1. MEDŽIAGŲ TANKIS

Kietieji kūnai

× 10^3 kg/m^3

Alavas	7,3	Plienas	7,8
Aliuminis	2,7	Sidabras	10,5
Chromas	7,2	Švinas	11,3
Ledas	0,9	Varis	8,9

Skysčiai

× 10^3 kg/m^3

Alkoholis	0,79	Nafta	0,80
Benzinas	0,70	Vanduo	1,0
Gyvsidabris	13,6	Žibalas	0,80

Dujos (normaliomis sąlygomis)
kg/m^3

Azotas	1,25	Oras	1,29
Deguonis	1,43	Vandenilis	0,09

2. ŽINIOS APIE SAULĘ, ŽEMĘ IR MĖNULĮ

Saulės spindulys	$6{,}96 \cdot 10^8$ m
Saulės masė	$1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg
Vidutinis Žemės spindulys	$6{,}371 \cdot 10^6$ m
Žemės masė	$5{,}976 \cdot 10^{24}$ kg
Žemės sukimosi apie savo ašį periodas	23 h 56 min 4,09 s
Laisvojo kritimo pagreitis (Paryžiaus platumoje, jūros lygyje)	9,80665 m/s^2
Normalusis atmosferos slėgis	101 325 Pa
Oro molio masė	0,029 kg/mol
Vidutinis nuotolis nuo Žemės iki Saulės	$1{,}496 \cdot 10^{11}$ m
Mėnulio spindulys	$1{,}737 \cdot 10^6$ m
Mėnulio masė	$7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg
Mėnulio sukimosi aplink Žemę periodas	27 paros 7 h 43 min
Laisvojo kritimo pagreitis Mėnulio paviršiuje	1,623 m/s^2
Vidutinis nuotolis nuo Mėnulio iki Žemės	$3{,}844 \cdot 10^8$ m

3. KARTOTINIAI IR DALINIAI VIENETAI

Santykis su pagrindiniu vienetu	Priešdėlis	Simbolis
10^{12}	tera-	T
10^{9}	giga-	G
10^{6}	mega-	M
10^{3}	kilo-	k
10^{2}	hekto-	h
10	deka-	da
10^{-1}	deci-	d
10^{-2}	centi-	c
10^{-3}	mili-	m
10^{-6}	mikro-	μ
10^{-9}	nano-	n
10^{-12}	piko-	p
10^{-15}	femto-	f
10^{-18}	ato-	a

4. FIZIKINIAI DYDŽIAI IR JŲ MATAVIMO VIENETAI

Dydis	Pagrindinis vienetas	
	Pavadinimas	Simbolis
Ilgis	metras	m
Plotas	kvadratinis metras	m^2
Tūris	kubinis metras	m^3
Plokščiasis kampas	radianas	rad
Erdvinis kampas	steradianas	sr
Laikas	sekundė	s
Greitis	metras per sekundę	m/s
Pagreitis	metras per sekundę kvadratu	m/s^2
Kampinis greitis	radianas per sekundę	rad/s
Dažnis	hercas	Hz
Masė	kilogramas	kg
Tankis	kilogramas kubiniam metrui	kg/m^3
Jėga	niutonas	N
Slėgis	paskalis	Pa

Naudota literatūra

Buchovcevas B., Klimontovičius J., Miakiševas G. Fizika: Vadovėlis X–XI klasei. Kaunas, 1988.

Charlot R., Cros A., Walter C. Fondaments de la physique 2e CT. Paris, 1978.

Dindorf W. Fizyka i astronomia. Moja fizyka. Warszawa, 2002.

Fisica Y Quimica 3 eso / *Baeza D., Delgado A. M., Galindo E.* Barselona, 1995.

Fizika i astronomija 7 / *Pinskij A. A., Razumovskij V. G., Dik J. I.* i dr. Moskva, 1998.

Focus op de fysica / *Clippelier K. D., Frans K., Hofkens J.* België, 1991.

Gamtos mokslai / *Lale H., Daniel A., Duke M.* Vilnius, 1997.

García T., Ebedé E. Física eso 4 2n. Barselona, 1998.

Hebert A., Bodin J. Sciences physiques 21. Paris, 1989.

Kabardinas O. Fizika: Informacinė medžiaga. Kaunas, 1998.

Karazija R. Fizika humanitarams. I dalis. Vilnius, 1996.

Karazija R. Fizika humanitarams. II dalis. Vilnius, 1997.

Kasjanov V. A. Fizika 10. Moskva, 2002.

Kikoinas I., Kikoinas A. Fizika: Vadovėlis X klasei. Kaunas, 1994.

Physik 9/10: Natur und Technik / *Heepmann B., Kunze W., Muckenfuß H.* u. a. Berlin, 1992.

Pfysique chimie 2de / *Bouland A., Caurvet J., Fay J.* Paris, 1997.

Rymkevičius A. Fizikos uždavinynas IX–XII klasei. Kaunas, 1993.

Vičas S. Fizikos uždavinynas XI–XII klasei. Kaunas, 2000.

Panaudotų iliustracijų šaltiniai

Brazauskas J., Makauskas B. Lietuvos praeities puslapiai 7–8. Kaunas, 2003.
Collection A. Cros Physicue Belin, 1982/1987.
Karazija R. Įžymūs fizikai ir jų atradimai. Kaunas, 2002.
Pažintis su Lietuva. Tūkstantmečio knyga, I tomas: Valstybė. Kaunas, 1999.
Šiuolaikinė fizika Lietuvoje / *M. Balčiūnienė, L. M. Balevičius, P. Balkevičius* ir kt.; sud. *E. Makariūnienė, E. Rupšlaukis, D. Usorytė.* Kaunas, 1997.
Photo disc
http://www.sil.si.edu/digitalcollections/hst/scientific-identity/fullsize/SIL14 N001-19a. jpg
http://www.sil.si.edu/digitalcollections/hst/scientific-identity/fullsize/SIL14-K001-08a. jpg
http://www.measurebetter.com/products/Sdt311a.jpg
http://www.jeffnlori.org/images/train_bullet03.jpg
http://esamultimedia.esa.int/images/Duque/D96924_1.jpg
http://www.seriouswheels.com/2004/2004-Rinspeed-Splash-Front-Speed-1280x 960.htm
http://www.seriouswheels.com/2004/2004-Rinspeed-Splash-Wave-Running-FA-1920x1440.htm
http://www.kl-france.com/images/images/Jacobson2.jpg
http://www.astro.lt/selevicius/foto/019.html
http://www.boston-bmwcca.org/bimmer/2003/06/images/irbr-P532C7149-800. jpg
http://sxc.hu/browse.phtml?f=view&id=186728
http://www.esa.int/export/mex_mm/images/solarsystem.jpg
http://www.morguefile.com/archive/?display=1087160600126
http://addlaseyne.free.fr/etoiles/ImgChp1/Grand/8_Mont_St_Michel.jpg
http://autocaravaning-france.com/PIC_0061.JPG
http://grin.hq.nasa.gov/IMAGES/LARGE/GPN-2002-000146.jpg
http://sxc.hu/browse.phtml?f=view&id=206156
http://www.seriouswheels.com/2005/2005-Lotus-Sport-Exige-RA-1024x768.htm
http://sxc.hu/browse.phtml?f=view&id=131863
http://landsat.usgs.gov/gallery/images/Landsat_Gallery_381_4_full.jpg
http://keck.library.unr.edu/data/landsat/JPGimages/4034.jpg
http://www.truckpro.com/docs/merchandise/parts_catalog/wheel_end_parts/wheel_bearing_sets/bearing_set.gif
http://www.gorcomm.com/pr/Koyo%20Bearing.jpg
http://www.pensament.com/filoxarxa/imatges/anaximenes.jpg
http://www.livius.org/a/1/greeks/herculaneum_heraclitus.JPG
http://www.Isg.musin.de/Geschichte/geschichte/6-griechen/thales.jpg
http://www.ekspla.com/en/main/products/17/19
http://www.sxc.hu
http://image63.webshots.com/163/9/77/67/28209776700570180041xYXGpW_fs.jpg

Dalykinė ir pavardžių rodyklė

Palmira Pečiuliauskienė
FIZIKA
Išplėstinis kursas
Vadovėlis XI klasei
Pirmoji knyga

Dailininkė *Vytautė Zovienė*
Redaktorė *Zita Šliavaitė*

Viršelis *Kristinos Jėčiūtės*

Tir. 10 000 egz. Leid. Nr. 16 388. Užsak. Nr. 19 475.
Uždaroji akcinė bendrovė leidykla „Šviesa“, E. Ožeškienės g. 10,
LT-44252 Kaunas.
El. p. mail@sviesa.lt
Interneto puslapis http://www.sviesa.lt
Spausdino UAB „Spaudos praktika“, Chemijos g. 29, LT-51333 Kaunas.
Sutartinė kaina

Tai – pirmoji fizikos vadovėlio XI klasei knyga, skiriama mokiniams, kurie pasirinko išplėstinį fizikos kursą. Joje pateikiamos bendros žinios apie kūnų judėjimą, nagrinėjamas tolyginis ir netolyginis tiesiaeigis judėjimas, kreivaeigis judėjimas, judėjimo dėsniai, jėgos gamtoje, statika. Knygos pabaigoje rasite su šiomis temomis susijusių laboratorinių darbų aprašymus.

Mechanikos žinios integruojamos su astronomijos, matematikos, biologijos ir kitų dalykų žiniomis. Kiekvienas skyrius baigiamas pažintine tema. Skaitydami ją, sužinosite, kokių laimėjimų pasiekė šiuolaikinis mokslas ir technika, koks yra fizikos vaidmuo įvairiose žmogaus gyvenimo srityse.





ISBN 978-5-430-05030-6